

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ОБЛАСТИ СИЛЬНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ

Р. Х. Алмаев, А. А. Суворов

Получено выражение для плотности вероятности сильных флуктуаций интенсивности I излучения в турбулентной среде, удовлетворительно описывающее экспериментальные данные.

Распространение электромагнитных волн в средах различной природы (турбулентная атмосфера, ионосфера, межзвездная среда и др.) с флуктуациями диэлектрической проницае-

мости ϵ сопровождается накапливающимися случайными изменениями фазы и амплитуды волны, величина и распределение которых определяются параметрами среды и длиной трассы. Основные характеристики флуктуирующего поля излучения в турбулентной среде в n -стоящее время достаточно хорошо изучены в том числе и в области сильных флуктуации интенсивности, характеризуемой насыщением относительной дисперсии флуктуаций I . Однако, до сих пор нет удовлетворительного объяснения расхождению в поведении теоретически и экспериментально полученных распределений плотности вероятности флуктуаций интенсивности — так называемому логнормальному парадоксу ¹. Действительно, результаты экспериментальных измерений дают распределение $P(I)$, близкое к логарифмически нормальному ^{1, 2}, в то время как из теории следует, что в области сильных флуктуаций распределение вероятностей асимптотически стремится к релеевскому ^{1, 3}. Попытки разрешить этот парадокс путем аппроксимации $P(I)$ кусочной функцией ⁴, K -распределением ⁵, или путем построения эвристической модели $P(I)$ ⁶ в конечном итоге не привели к ожидаемым результатам, так как все указанные распределения при увеличении длины трассы z асимптотически стремятся к релеевскому, что не согласуется с экспериментальными данными.

В предлагаемой работе на основе метода вычисления n -го момента интенсивности излучения ³, модифицированного на случай распространения волны в турбулентной среде с пульсациями как действительной, так и мнимой составляющих ϵ , получена функция $P(I)$, удовлетворительно согласующаяся с экспериментальной. Показано, что улучшение совпадения теоретических и экспериментальных данных связано с учетом хаотического ослабления волны флуктуациями мнимой части ϵ .

Рассмотрим распространение электромагнитной волны в случайно-неоднородной среде с комплексным полем ϵ , минимальный характерный масштаб l_0 , пульсации которого намного превышают длину волны λ излучения ($l_0 \gg \lambda$). В этом случае комплексная амплитуда $U(\vec{\rho}, z)$ монохроматического излучения удовлетворяет параболическому уравнению (см., например, ⁷)

$$2ik \frac{\partial}{\partial z} U + \Delta_{\perp} U + k^2 [\tilde{\epsilon}(\vec{\rho}, z) + i\tilde{\epsilon}_I] U = 0, \quad (1)$$

где $\tilde{\epsilon} = \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon_0} = \tilde{\epsilon}_R + i\tilde{\epsilon}_I$ — относительные флуктуации ϵ ; $\tilde{\epsilon}_R$, $\tilde{\epsilon}_I$ — действительная и мнимая составляющие $\tilde{\epsilon}$; $\epsilon_0 = \text{Re} \langle \epsilon \rangle$, $\tilde{\epsilon}_I = \text{Im} \langle \epsilon \rangle$ — средние значения действительной и мнимой частей ϵ , которые для простоты приняты постоянными величинами; z — координата вдоль оси, совпадающей с первоначальным направлением распространения волны; $\vec{\rho} = \{x, y\}$, Δ_{\perp} — радиус-вектор и Лапласиан в плоскости $z = \text{const}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_0}$. Граничное значение для комплексной амплитуды $U(\vec{\rho}, z)|_{z=0} = U_0(\vec{\rho})$ и поле флуктуаций ϵ считаются заданными. В частности, для однородных и δ -коррелированных по z флуктуаций ϵ справедливы соотношения

$$\langle \tilde{\epsilon}_q(\vec{\rho}_1, z_1) \tilde{\epsilon}_{q'}(\vec{\rho}_2, z_2) \rangle = \delta(z_1 - z_2) A_{qq'}(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2), \quad (2)$$

$$A_{qq'}(\vec{\rho}) = 2\pi \int \int d^2 \kappa \Phi_{qq'}(\vec{\kappa}, 0) \cos \vec{\kappa} \vec{\rho}, \quad (3)$$

где $\Phi_{qq'}(\vec{\kappa}, \kappa_z)$ — трехмерный спектр составляющих $\tilde{\epsilon}$, который в случае сред с развитой турбулентностью имеет форму степенного спектра Колмогоровского типа $\Phi_{qq'}(\vec{\kappa}) \sim C_{qq'}^2 \kappa^{-11/3}$; $C_{qq'}^2$ — структурная характеристика действительной ($q = q' = R$), мнимой ($q = q' = I$) сос-

тавляющих $\tilde{\epsilon}$ и их корреляций ($q = I, q' = R$). Угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций $\tilde{\epsilon}$.

Асимптотическое поведение n -го момента интенсивности $\langle I^n \rangle = \langle (\frac{C}{4\pi} |U|^2)^n \rangle$ в области сильных флуктуаций ($\beta_0^2(z) = 0,31 C_{RR}^2 k^{7/6} z^{11/6} \gg 1$) определим представляя решение уравнения (1) через функцию Грина в форме фейнмановского интеграла по траекториям ⁸. Считая вклад корреляций $\tilde{\epsilon}_R$ и $\tilde{\epsilon}_I$ в флуктуации I несущественным, что справедливо при выполнении условия $\frac{C_{RI}^2}{C_{RR}^2} \beta_0^{8/5}(z) \ll k^2 A_{II}(0)z$ и следуя ³, для $\langle I^n \rangle$ в области сильных флуктуаций можно записать

$$\langle I^n(\vec{\rho}, z) \rangle \approx n! \exp\left\{ \frac{n^2}{2} k^2 A_{II}(0)z \right\} \hat{L} e^{\Psi(\{V_\alpha\}_{\alpha=1, \dots, 2n})}, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{L} = & |C|^2 n \prod_{j=1}^n \iint d^2 \rho'_{2j-1} d^2 \rho'_{2j} \Gamma_{20}(\vec{\rho}'_{2j-1}, \vec{\rho}'_{2j}) G_0(\vec{\rho}, z; \vec{\rho}'_{2j-1}, 0) G_0^*(\vec{\rho}, z; \vec{\rho}'_{2j}, 0) \times \\ & \times \iint D^2 V_{2j-1}(\xi) D^2 V_{2j}(\xi) \exp\left\{ \frac{ik}{2} \int_0^z d\xi [\dot{V}_{2j-1}^2(\xi) - \dot{V}_{2j}^2(\xi)] - \frac{k^2}{4} \int_0^z d\xi D_{RR}(\mathbf{R}_{2j-1}(\xi) - \right. \\ & \left. - \mathbf{R}_{2j}(\xi) + \mathbf{V}_{2j-1}(\xi) - \mathbf{V}_{2j}(\xi)) \right\}; \quad \mathbf{R}_\alpha(\xi) = \vec{\rho} \frac{\xi}{z} + \vec{\rho}'_\alpha \frac{(z-\xi)}{z}; \quad \Psi(\{V_\alpha\}_{\alpha=1, \dots, 2n}) = \\ = & \frac{k^2}{8} \sum_{l,m=1}^{2n} (-1)^{l+m} \int_0^z d\xi D_{RR}(\mathbf{R}_l(\xi) - \mathbf{R}_m(\xi) + \mathbf{V}_l(\xi) - \mathbf{V}_m(\xi)), \quad D_{qq'}(\vec{\rho}) = A_{qq'}(0) - A_{qq'}(\vec{\rho}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{20}(\vec{\rho}'_\alpha, \vec{\rho}'_{\alpha+1}) = & \frac{c}{4\pi} U_0(\vec{\rho}'_\alpha) U_0^*(\vec{\rho}'_{\alpha+1}); \quad G_0(\vec{\rho}, z; \vec{\rho}', 0) = \frac{k}{2\pi iz} \exp\left\{ \frac{ik}{2z} |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|^2 + \right. \\ & \left. + ikz - \frac{k}{2} \epsilon_I z^2 \right\} - \end{aligned}$$

функция Грина среды без флуктуаций ϵ , штрих в сумме по l, m означает, что в ней не учитываются функции D_{RR} , входящие в \hat{L} ; C – нормировочная константа, $\dot{\mathbf{V}}(\xi) = \frac{d}{d\xi} \mathbf{V}(\xi)$.

Используя вариационный принцип, действие оператора \hat{L} на e^Ψ в области $\beta_0^2 \gg 1$ можно выразить соотношением

$$\hat{L} e^\Psi \approx \Phi_0 e^{\Phi_1}, \quad (5)$$

где $\Phi_N = \frac{1}{N!} \hat{L}^N \Psi^N \sim (\beta_0^{-4/5})^N$.

С учетом (5) для n -го момента интенсивности плоской I_p и сферической I_s волн окончательно получим

$$\langle I_\alpha^n \rangle \approx n! \langle I_\alpha \rangle^n \exp\left\{ \frac{n(n-1)}{2} \Omega_\alpha^2 \right\}. \quad (6)$$

В (6) обозначено: $\Omega_\alpha^2 = k^2 A_{II}(0)z + \frac{1}{2} \gamma_\alpha \beta_0^{-4/5}(z)$, $\alpha = p, s$; $\langle I_\alpha \rangle = I_0 b_\alpha \exp\{-k\bar{\epsilon}_I z + \frac{1}{2} k^2 \cdot A_{II}(0)z\}$; $b_p = 1$, $b_s = (kz)^{-2}$; $\gamma_p = 0,86$, $\gamma_s = 2,8$. Функция распределения вероятностей интенсивности излучения, соответствующая (6), имеет вид

$$P_\alpha(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Omega_\alpha \langle I_\alpha \rangle} e^{\Omega_\alpha^2/2} \int d\tau \exp\left\{-\frac{\tau^2}{2\Omega_\alpha^2} + \tau - \frac{I}{\langle I_\alpha \rangle} \exp\left(\frac{\Omega_\alpha^2}{2} + \tau\right)\right\}. \quad (7)$$

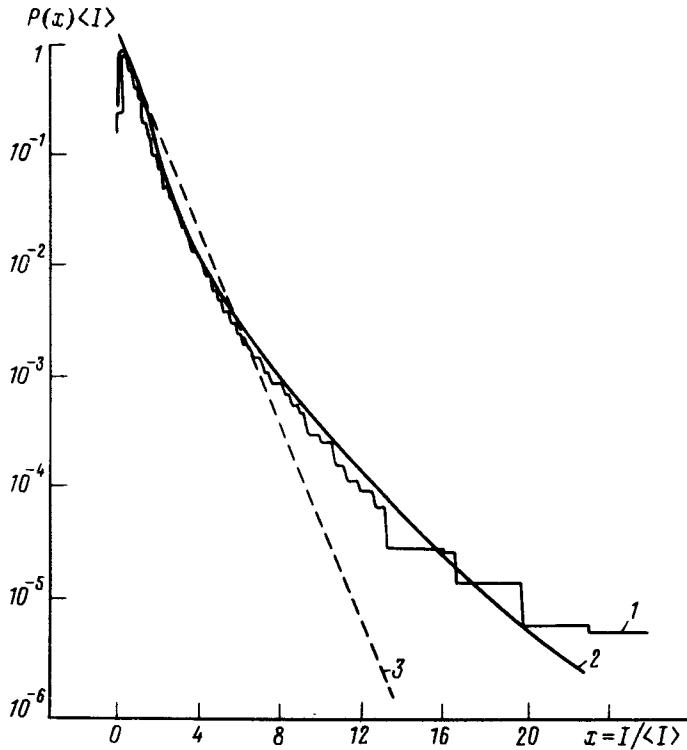


Рис. 1. Распределение вероятностей относительных флуктуаций интенсивности: 1 - экспериментальная гистограмма; 2 - распределение (7) ($\Omega_p^2 = 0,21$); 3 - релеевоое распределение

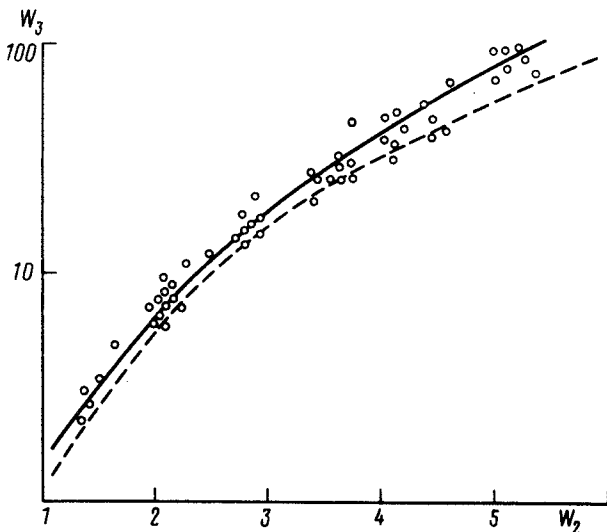


Рис. 2. Зависимость третьего момента интенсивности от второго; \bullet - эксперимент; — - расчет по формуле $W_3 = 3!(W_2/2)^3$; ---- - K-распределение

Характерным для этого распределения является то, что оно при $\beta_0 \rightarrow \infty$ стремится к логарифмически нормальному, т.е. соответствует получаемому экспериментально. Отметим, что аналогичное (7) выражение для $P(I)$ было получено в ⁶ в рамках эвристической модели. Однако, в ⁶ не учитываются флуктуации $\tilde{\epsilon}_I$ и при $\beta_0 \rightarrow \infty$ (при этом $\Omega_\alpha \rightarrow 0$) распределение $P(I)$ стремится к релеевскому. В (7) величина Ω_α увеличивается с ростом β_0 .

Проведем сравнение функции (7) с полученным экспериментально ² распределением $P(I)$ (рис. 1). Как видно из рис. 1 удовлетворительное согласие теоретического и экспериментального распределения достигается при $\Omega_p^2 = 0,21$. В условиях эксперимента ($z = 1,75 \cdot 10^5$ см, $\beta_0^2 = 25$, $\sigma_I^2 = 1,46$) такое Ω_p^2 соответствует значению $A_{II}(0) = 5,2 \cdot 10^{-17}$ см, характерному для атмосферы. На рис. 2 представлены зависимости $W_3(W_2)$ нормированных моментов $W_n = \frac{\langle I^n \rangle}{\langle I \rangle^n}$, связанных соотношением $W_n = n! \left(\frac{W_2}{2} \right)^{\frac{n(n-1)}{2}}$. Здесь также наблюдается удовлетворительное согласие теоретических и экспериментальных (взятых из ⁵) данных.

Литература

1. De Wolf D.A. J. Opt. Soc. Am., 1969, 59, 1455; Wang T., Szyobehn J. J. Opt. Soc. Am., 1974, 64, 583.
2. Грачева М.Е., Гурвич А.С., Ломадзе С.О., Покасов В.В. Изв. высш. уч. зав., сер. Радиофизика, 1974, 17, 105.
3. Заворотный В.У., Кляцкин В.И., Татарский В.И. ЖЭТФ, 1977, 73, 481.
4. Гочелашвили К.С., Шишов В.И. ЖЭТФ, 1978, 74, 1974.
5. Barakat R. J. Opt. Soc. Am. A, 1986, 3, 401; Philips R.L., Andrews L.C. J. Opt. Soc. Am., 1981, 71, 1440.
6. Chunside J.H., Clifford S.F. J. Opt. Soc. Am. A, 1987, 4, 1923.
7. Татарский В.И., Заворотный В.У. Progress in Optics 1980, 18, 204.
8. Фейнман Р., Хиббс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. М.; Мир, 1968.