

КРИТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ РАЗРУШЕНИЯ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ КОМПОЗИТАХ ВБЛИЗИ ПОРОГА ПРОТЕКАНИЯ

А.Е.Морозовский, А.А.Снарский

В сильно неоднородных композитах, состоящих из "жесткой" и "мягкой" фаз возможна ситуация, при которой деформация композита определяется одной из фаз, а разрушение другой. Найденны параметры критического поведения концентрации зависимости напряжения разрушения.

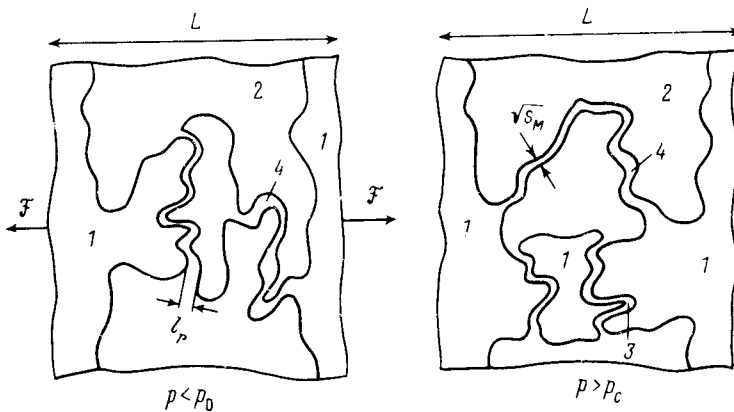
Как хорошо известно, эффективные кинетические коэффициенты (см., например, ¹⁻³), спектральная плотность $1/f$ шума ⁴, упругие константы ⁵, напряжение разрушения ⁶ вблизи порога протекания обладают критическим поведением. Основной характеристикой такого поведения являются критические индексы. В ⁶ для определения критических индексов использовались модели типа NLB ^{7,8}, в которых при $p > p_c$ (p – концентрация хорошо проводящей фазы, если речь идет о кинетических явлениях и концентрация жесткой фазы если об упругих свойствах или механическом разрушении) учитываются деформация и разрушение только жесткой фазы, при $p < p_c$ только "эластичной". Ниже показано, что одновременный учет обеих фаз может привести к отличным от полученных в ⁶ закономерностям и критическим индексам.

Учет деформации одновременно жесткой и эластичной фаз возможен при использовании иерархической модели слабого звена ⁹, основным положением которой является связь геометрии слабых звеньев с концентрацией

$$\frac{s_M}{l_M L} \sim \tau^t, \quad \frac{s_{II}}{l_{II} L} \sim |\tau|^{-q}, \quad (1)$$

где $\tau = (p - p_c)/p_c$.

Модель слабого звена позволила описать целый ряд кинетических явлений вблизи порога протекания ^{10,11}, а также концентрационную зависимость модулей упругости и коэффициента Пуассона ^{12,13}.



Иерархическая модель слабого звена. L^3 – характерный объем случайно-неоднородной среды, $L \approx \xi \approx a_0 |\tau|^{-\nu}$, ξ – корреляционная длина, ν – ее критический индекс. 1 – первая (жесткая) фаза, 2 – вторая (эластичная), 3 – прослойка второй фазы, на которой в основном сосредоточивается приложенная к образцу нагрузка при $p < p_c$, 4 – мостик первой фазы; l_{II} – толщина, s_{II} – площадь прослойки; l_M – длина, s_M – площадь сечения мостика: $l_{II} \approx a_0$, $s_M \approx a_0^2$

Определим на основе модели слабого звена критическое поведение напряжения разрушения случайно-неоднородных сред при их растяжении (см. рисунок). Основной деформацией прослойки является сжатие и сдвиг ($l_{II}/\sqrt{s_{II}} \ll 1$), мостика — изгиб ($\sqrt{s_M}/l_M \ll 1$). Рассмотрим вначале случай $p < p_c$. Если \mathcal{F} — сила, приложенная к характерному объему L^3 ($L \sim a_0 |\tau|^{-\nu}$), то в первом приближении по отношению модулей Юнга эластичной и жесткой фаз $E_2/E_1 \ll 1$ практически эта же сила будет приложена к прослойке (фаза 2). Если величина этой силы та, при которой начинается разрушение, то $\sigma_{c_2} = \mathcal{F}/s_{II} = (\mathcal{F}/L^2)(L^2/s_{II}) \approx \sigma_f |\tau|^{q-\nu}$, где σ_{c_2} — напряжение разрушения для фазы 2, σ_f — напряжение разрушения для неоднородной среды в целом. Таким образом

$$\sigma_f \approx \sigma_{c_2} |\tau|^{F_1}, \quad F_1 = \nu - q. \quad (2)$$

При этом предполагается, что появление трещины (разрушение элемента структуры) приводит к разрушению всего материала.

Одновременно с деформацией прослойки происходит и деформация (изгиб) мостика, причем если M_{c_1} — пороговое значение момента сил, при котором разрушается мостик, то $\mathcal{F} \times L \approx M_{c_1}$ откуда

$$\sigma_f \approx \frac{M_c}{a_0^3} \tau^{F_2}, \quad F_2 = 3\nu. \quad (3)$$

Таким образом, если $\sigma_{c_2} \tau^{\nu-q} > M_c \tau^{3\nu}/a_0^3$ то разрушение материала в целом происходит за счет разрушения прослойки и критический индекс равен $F = F_1 = \nu - q$, если же имеет место обратное неравенство, то $F = F_2 = 3\nu$.

Аналогичные рассуждения при $p > p_c$ приводят к $F = F_3 = 3\nu$ (если $M_c \tau^{3\nu}/a_0^3 > \sigma_{c_2} E_1 \tau^{t+3\nu}/(E_2 + 2\mu_2)$), μ_2 — модуль сдвига фазы 2; первым разрушается мостик), что в точности равно значению F , полученном в ⁵. При обратном неравенстве $F = F_4 = t + 3\nu$.

Приведенные выше рассуждения справедливы для так называемой дискретной перколяции, т.е. для сред в которых существует минимальная длина a_0 элемента структуры. Обобщение на случай континуальной перколяции (см., например, так называемые модели *swiss-cheese* ¹⁴ и *blue-cheese* ¹⁵), приводящее к еще большему разнообразию частных случаев и критических индексов, заслуживает отдельного рассмотрения.

Литература

1. Efron A.L., Shklovskii B.I. Phys. Stat. Sol. (b), 1976, 76, 475.
2. Дыхне А.М. ЖЭТФ, 1970, 59, 110.
3. Шкловский Б.И. ЖЭТФ, 1977, 72, 288.
4. Rammal G. J. de Phys. Lett., 1985, 46, L129.
5. De Gennes P.G. J. de Phys., 1976, 37, L1.
6. Sornette D. Phys. Rev. B, 1987, 36, 8847.
7. Скал А.С., Шкловский Б.И. ФТП, 1975, 8, 1586.
8. Kantor Y., Webman I. Phys. Rev. Lett., 1984, 52, 1891.
9. Морозовский А.Е., Снарский А.А. ЖЭТФ, 1989, 95, 1844.
10. Снарский А.А. ФТП, 1987, 21, 1877; 1988, 22, 2073.
11. Морозовский А.Е., Снарский А.А. ФТП, 1989, 23, 1220.
12. Снарский А.А. УФЖ, 1988, 33, 1036.
13. Морозовский А.Е., Снарский А.А. Препринт ИМФ, 11.90, 1990.
14. Halperin B.I., Feng S. Phys. Rev. Lett., 1985, 54, 2391.
15. Sornette D. J. Phys. Fr., 1988, 49, 1365.