

ОБОБЩЕНИЕ КАЛИБРОВОЧНОЙ ТЕОРИИ RVB НА СЛУЧАЙ ЗАПОЛНЕНИЯ ОТЛИЧНОГО ОТ $1/2$

Д.С.Анфимов, А.А.Белов, Ю.Е.Лозовик,
В.А.Мандельштам

Предложено обобщение калибровочной теории антиферромагнетизма на случай t - J -модели при заполнении $\nu \sim 1/2$.

В последнее время было предложено несколько версий калибровочной теории RVB ¹⁻³ как с абелевой, так и неабелевыми калибровочными группами. В рамках приближения среднего поля было показано, что эффективный длинноволновый лагранжиан при заполнении $\nu = 1/2$ содержит член Черна – Саймонса (CS) и возбуждения имеют дробную статистику.

Непосредственное обобщение теории на случай $\nu \neq 1/2$ невозможно, поскольку допирование нарушает калибровочную инвариантность. Однако при $\nu \sim 1/2$ можно надеяться, что калибровочно-инвариантная модель, в которой эффекты допирования учтены феноменологически (посредством включения NNN -взаимодействия и выбора представления $SU(N)$, имитирующего заполнение ν), дает качественно верные результаты. Мы рассмотрим конкретный пример такой модели и покажем, что при изменении параметра модели λ , характеризующего NNN -взаимодействие в приближении среднего поля, происходит каскад фазовых переходов трансмутации статистики, носящий характер "чертовой лестницы".

Перейдем к формулировке модели. Рассмотрим антиферромагнетик на Z^2 со спиновыми операторами X из представления $l\bar{\omega}_f$ алгебры $u(N)$, задаваемого старшим весом $(\underbrace{l, \dots, l}_{f \text{ раз}}, 0, \dots, 0)$, причем $f = \nu N$ и $N \gg l$:

$$H = J \text{tr} \sum_{x \in Z^2} \sum_{f=1,2} X(x) X(x + \hat{e}_f) + J' \text{tr} \sum_{x \in Z^2} \sum_{\epsilon_{1,2} \rightarrow \pm 1} \dot{X}(x) X(x + \epsilon_1 \hat{e}_1 + \epsilon_2 \hat{e}_2). \quad (1)$$

В гамильтониан (1) включены NNN -члены, отражающие влияние допирования, которые, как будет видно, существенно перестраивают среднеполевую картину. Выбор представления $l\bar{\omega}_f$ продиктован желанием получить в пределе $N \rightarrow \infty$ заполнение ν . Указанная конструкция была предложена (в несколько ином контексте) Вигманом и Хвещенко³. Следуя³ введем билинейное представление для операторов X через операторы рождения – уничтожения фермионов:

$$X_{nm}(x) = C_n^{\alpha+}(x) C_m^{\alpha}(x); \quad n, m = 1, \dots, N; \quad \alpha = 1, \dots, l; \quad C_1(l\bar{\omega}_f) = lf.$$

т.е. в узле находится f фермионов, что соответствует заполнению $\nu = f/N$. Таким образом, скрытые степени свободы гамильтониана (1) в представлении $l\bar{\omega}_f$ активировались и в приближении среднего поля станут динамическими.

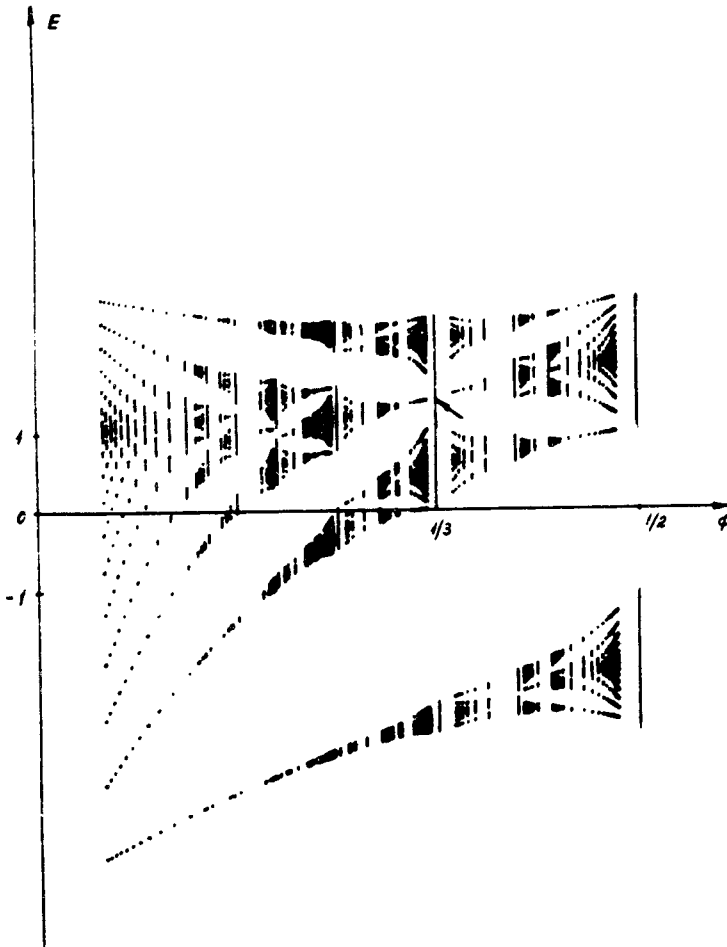
В приближении среднего поля ($N \rightarrow \infty, \nu = f/N = \text{const}, l = \text{const}$) получим гамильтониан:

$$\begin{aligned} \check{H} = & \sum_{x \in \mathbb{Z}^2} \sum_{j=1,2} C_n^{\alpha+}(x) \chi_{x, x+\hat{e}_j}^{\alpha\beta} \hat{C}_n^{\beta}(x+\hat{e}_j) + \sum_{x \in \mathbb{Z}^2} \sum_{\epsilon_{1,2} = \pm 1} C_n^{\alpha+}(x) \tilde{\chi}_{x, x+\epsilon_1\hat{e}_1+\epsilon_2\hat{e}_2}^{\alpha\beta} \times \\ & \times C_n^{\beta}(x+\epsilon_1\hat{e}_1+\epsilon_2\hat{e}_2), \end{aligned} \quad (2)$$

описывающий перескоки по ребрам и диагоналям квадратной решетки в калибровочном поле ($\chi, \tilde{\chi} \in GL(l)$). В случае однородной потоковой фазы среднеполевые значения для $\chi, \tilde{\chi}$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}_{xy} &= \chi \exp(iA_{xy}), \quad \prod_{\langle xy \rangle \in \partial P} \exp(iA_{xy}) = e^{2\pi i\phi} \\ \tilde{\chi}_{xy} &= \frac{\lambda\chi}{2} \exp(i\tilde{A}_{xy}), \quad \prod_{\langle xy \rangle \in \partial \check{P}} \exp(i\tilde{A}_{xy}) = e^{4\pi i\phi}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\phi = p/q$ — поток через плакет.



Модифицированный спектр задачи Хофштадтера при $\lambda = \lambda_c(1/3, 1/3)$. Стрелочкой указана точка касания зон

Спектр модифицированной задачи Хофштадтера (2–3) при изменении параметра λ от 0 до 1 перестраивается таким образом, что для данного $\phi = p/q$ и заполнения $\nu = r/q$ при некоторых $r \in \{1, \dots, q\}$ существуют критические значения $\lambda_c(\phi, \nu)$ такие, что при $E = \epsilon_F(\phi, \nu)$ происходит касание двух зон. Поверхность Ферми вырождается в q изолированных точек, в окрестности которых линейризованный гамильтониан (2) описывает дираковские фермионы с массой $m \sim \Delta\lambda \equiv \lambda - \lambda_c$. После включения флуктуаций $SU(1)$ – калибровочного поля и интегрирования по фермионам, получаем аномальный вклад в эффективный лагранжиан вида $q \text{sign}(\Delta\lambda) \times (CS)$ в полном соответствии с общей теорией⁴, согласно которой при касании зон одна из них отдает другой часть класса Чжэня, равную базисному классу из $H^2(T_*^2, \mathbb{Z})$, другими словами, $\sigma_{xy} \rightarrow \sigma_{xy} \pm q$.

Интересно проанализировать результат перестройки спектра при изменении λ с глобальной точки зрения. Построим серию графиков $\bar{E}_\nu(\phi)$, где \bar{E} – полная энергия. На индивидуальном графике $\bar{E}_\nu(\phi)$ имеются каспы, которые при рассмотрении всего семейства $\{\bar{E}_\nu(\phi)\}$ в целом группируются в траектории (см., например,⁵). При $\lambda = 0$ имеются две наиболее ярко выраженные последовательности таких траекторий, соответствующих $\nu = n\phi(I)$ и $1 - \nu = n\phi(II)$, для которых $\sigma_{xy} = n$. При $\lambda = 1$ остается только одна последовательность. Смена режима осуществляется в результате чертовой лестницы фазовых переходов трансмутации статистики, которые локально выглядят следующим образом: пусть для определенности $0 < \phi < 1/2$ и $\nu > 1/2$; будем уменьшать λ от 1 до 0, при этом траектории последовательности (I) становятся все менее ярко выраженными, а траектории (II) проявляются все более четко. В точках (ϕ, ν) , где продолжения траекторий (I) и (II) пересекаются при $\lambda = \lambda_c(\phi, \nu)$ возникает фазовый переход, при котором σ_{xy} меняется на q , а значит, вообще говоря, меняется и значение уровня $k = 2|\sigma_{xy}|$ эффективной $WZNW$ -теории, а, следовательно, и статистика возбудений, определяемая конформным весом соответствующего примарного поля (исключение составляет случай $\nu = 1/2$, при котором касание зон не сопровождается трансмутацией статистики). Фазовые переходы упорядочены по n , при $\lambda \downarrow 0$ они сгущаются, кроме того имеются переходы, связанные с неглавными последовательностями траекторий каспов.

На рисунке в качестве иллюстрации приведен модифицированный спектр задачи Хофштадтера при $\lambda = \lambda_c(1/3, 1/3) = 4 - 2\sqrt{3}$.

Таким образом, иерархия киральных спиновых жидкостей (КСЖ) в рассмотренной модели сложным образом перестраивается по мере изменения параметра λ , однако, "фундаментальная" КСЖ, соответствующая семионам, не затрагивается указанными деформациями спектра. Отметим, что обнаруженные фазовые переходы являются, по-видимому, проявлением скрытого топологического порядка модели.

Литература

1. Marston J.B. Phys. Rev. Lett., 1988, 61, 1914.
2. Wen X.G., Wilczek F., Zee A. Phys. Rev. B, 1989, 39, 11413.
3. Khveshchenko D.V., Wiegmann P.B. Mod. Phys. Lett. B, 1990, 4, 17.
4. Новиков С.П. Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. М.: Наука, 1983, 23, 3.
5. Hasegawa Y., Hatsigai Y., Kohmoto M., Montambaux G. Technical Report of ISSP, 1989, A, № 2216.

Поступила в редакцию
30 мая 1990 г.

Институт спектроскопии
Академии наук СССР

После переработки
18 июля 1990 г.