Письма в ЖЭТФ, том 52, вып. 9, стр. 1089 - 1091 10 ноября 1990 г.

КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА СВЕРХРЕШЕТКИ ФЕРРОМАГНЕТИК-СВЕРХПРОВОДНИК

А.И.Буздин, М.Ю.Куприянов

Предложен метод расчета критической температуры T_c^* сверхрешетки сверхпроводник-ферромагнетик (SF). Показано, что T_c^* SF-сверхрешетки осциллирует с изменением толщины F-слоя и величины обменного поля и что в ней возможны состояния с фазой параметра порядка меняющейся от слоя к слою.

Весьма интересным объектом для изучения взаимного влияния сверхпроводимости и магнетизма являются искусственные сверхрешетки с чередующимися слоями ферромагнетика (F) и сверхпроводника (S) [1-3]. Эти структуры обладают рядом уникальных свойств, например, немонотонной зависимостью их критической температуры T_c^* от толщины F-слоев d_n.

Ранее задача о вычислении T_c^* SF-сверхрешетки анализировалась численными методами в рамках обобщенных уравнений Узаделя [4] лишь для частных значений толщин $F-$ и S-слоев и обменного поля ферромагнетика I [5]. В данной работе зависимости $T_c^*(d_n, I)$ определены аналитически. Насколько нам известно, это первый случай аналитического рассмотрения короткопериодических SN-сверхрешеток.

Будем считать, что для образующих сверхрешетку материалов выполнены условия "грязного" предела, критическая температура ферромагнетика равна нулю, а величина его обменного поля $I \gg T_c$, где T_c - критическая температура массивного сверхпроводника. Типичное значение I в ферромагнетиках лежит в интервале $10^2 \div 10^3$ K. Поэтому последнее из условий практически всегда выполнено, по крайней мере для обычных сверхпроводников.

Совместим начало координат с одной из SF-границ и направим ось X перпендикулярно поверхности раздела. Тогда, с учетом сделанных выше предположений, уравнения Узаделя в окрестности критической температуры сверхрешетки T_c^* представимы в виде:

$$\pi T_{c0}(\xi_n^*)^2 \frac{d^2}{dx^2} F_n^{\pm} \mp iIF_n^{\mp} = 0, \quad -d_n < x < 0 \tag{1а}$$

$$\pi T_{c0}(\xi_s^*)^2 \frac{d^2}{dx^2} F_s^{\pm} - |\omega| F_s^{\pm} = 2\Delta\delta^{\pm}, \quad 0 < x < d_s \tag{1б}$$

$$\Delta \ln\left(\frac{T_c^*}{T_c}\right) - \pi T_c^* \sum_{\omega>0}\left(\frac{2\Delta}{\omega} - F_s^+\right) = 0. \tag{1в}$$

Здесь $\delta^+ = 1$, $\delta^- = 0$, $\xi_{n,s}^* = (D_{n,s}/2\pi T_c)^{1/2}$ и $D_{n,s}$ - длины когерентности и коэффициенты диффузии F и S металлов, $\omega = \pi T(2n+1)$ - мацубаровские частоты. Функции $F_{s,n}^*$ связаны с функциями Узаделя простым соотношением

$$F_{s,n}^{\pm} = F_{s,n}(\omega) \pm F_{s,n}(-\omega). \tag{2}$$

Систему уравнений (1) необходимо дополнить граничными условиями на SF-границе [6] (в точке $x = 0$) :

$$F_s^{\pm}(0) = F_n^{\pm}(0), \quad \sigma_s \frac{d}{dx} F_s^{\pm}(0) = \sigma_n \frac{d}{dx} F_n^{\pm}(0), \tag{3}$$

где $\sigma_{s,n}$ - проводимости $S-$ и F-слоев в нормальном состоянии. Трансляционная инвариантность сверхрешетки позволяет считать, что функции $F^{\pm}$ в точках, отстоящих друг от друга на период решетки $D = d_n + d_s$ могут отличаться лишь на постоянный фазовый множитель: $F^{\pm}(x+D) = F^{\pm}(x)\exp(i\varphi)$. Ниже мы ограничимся наиболее важными случаями $\varphi = 0$ (0-фаза) и $\varphi = \pi$ (π-фаза), поскольку, как показывают численные расчеты [5], область промежуточных значений φ крайне узка. Это ограничение позволяет свести задачу к решению уравнений (1) на отрезке $-(d_n/2) \le x \le d_s/2$ с граничными в конечных точках интервала:

$$\frac{d}{dx}F^{\pm}_{s0,s\pi}(d_s/2) = 0,\ \ \frac{d}{dx}F^{\pm}_{n0}(-d_n/2) = 0,\ \ F^{\pm}_{n\pi}(-d_n/2) = 0, \tag{4}$$

где дополнительными индексами "0" и "π" обозначены функции, относящиеся к 0- и π-фазам соответственно.

Краевые задачи (1), (3), (4) для функций $F^{\pm}_{n0,n\pi}$ и $F^{-}_{s0,s\pi}$ допускают аналитические решения, используя которые можно свести задачу к решению уравнений для $F^{+}_{s0,s\pi}$ в сверхпроводнике с граничным условием при $x = 0$ вида:

$$\xi_s^* \frac{d}{dx}F^{+}_{s0,s\pi} = F^{+}_{s0,s\pi}\gamma\frac{a_s(a_{0,\pi} + a^*_{0,\pi}) + 2\gamma a^*_{0,\pi}a_{0,\pi}}{2a_s + \gamma(a_{0,\pi} + a^*_{0,\pi})}$$

$$a_s = \Omega\mathrm{th}(\Omega d_s/2\xi_s^*),\ \ a_0 = \alpha\mathrm{th}(\alpha d_n/2\xi_n^*),\ \ a_\pi = \alpha\mathrm{cth}(\alpha d_n/2\xi_n^*), \tag{5}$$

где $\Omega = (\omega/\pi T_c)^{1/2}$, $\alpha = (ih)^{1/2}$, $h = (I/\pi T_c)$, $\gamma = (\sigma_n\xi_s^*)/(\sigma_s\xi_n^*)$.

Решение уравнений (1*б*), (1*в*), с граничными условиями (4), (5) существенно упрощается в пределах малых и больших значений параметра γ. В этих приближениях граничные условия (5) не зависят от ω и общее решение задачи представимо в виде

$$F^{+}_{s0,s\pi} = \frac{2\Delta}{|\omega| + \rho_{0,\pi}},\ \ \Delta = B\cos[q_{0,\pi}(x - d_s/2)] \tag{6}$$

где $\rho_{0,\pi} = \pi T_c(q_{0,\pi}\xi_s^*)^2$, а параметр $q_{0,\pi}$ определяется из (5). Подстановка (6) в уравнение самосогласования приводит к простому уравнению для определения критической температуры в случаях 0-фазы (T^*_{c0}) и π-фазы ($T^*_{c\pi}$) :

$$\ln(T_c^*/T_c) = \Psi(1/2) - \Psi(1/2 + \rho_{0,\pi}/2\pi T_c^*), \tag{7}$$

Критическая температура сверхрешетки T_c^* есть максимальная из температур T^*_{c0}, $T^*_{c\pi}$.

Приближение малых γ

Если параметр γ достаточно мал:

$$\gamma \ll \begin{cases} (I/T_c)^{1/2}, & d_n > \xi_n^*, \\ min\{d_n/\xi_n^*,\ \ (\xi_n^*/d_n)(T_c/I)^{1/2}\}, & d_n < \xi_n^*, \end{cases} \tag{8}$$

то из (5), (6) для $\rho_{0,\pi}$ имеем

$$\left(\frac{\rho_{0,\pi}}{\pi T_c}\right)^{1/2}\mathrm{tg}\left[\frac{d_s}{2\xi_s^*}\left(\frac{\rho_{0,\pi}}{\pi T_c}\right)^{1/2}\right] = \gamma(a_{0,\pi} + a^*_{0,\pi})/2 = \gamma Z_{0,\pi}. \tag{9}$$

Для определения областей существования 0- и π-фаз достаточно определить знак разности входящих в (9) коэффициентов Z_0 и Z_π

$$Z_0 - Z_\pi = \left[\frac{2I}{\pi T_c}\right]^{1/2}\frac{\mathrm{sh}(y)\cos(y) + \mathrm{ch}(y)\sin(y)}{\mathrm{sh}^2(y)\cos^2(y) + \mathrm{ch}^2(y)\sin^2(y)},\ \ y = \frac{d_n}{\xi_n^*}\left[\frac{2I}{\pi T_c}\right]^{1/2}. \tag{10}$$

Из (10) следует, что в области малых толщин N-слоя $Z_\pi > Z_0$ и, следовательно, $\rho_\pi > \rho_0$, т.е. в сверхрешетке всегда более выгодно образование 0-фазы. С ростом толщины N-слоев ситуация меняется и в интервалах толщин

$$(\xi_n^*/h)(-\theta + \pi k) < d_n < (\xi_n^*/h)(-\theta + \pi(k+1)), \tag{11}$$

где $\theta = \mathrm{arctg}(\mathrm{th}(y)) \approx \pi/4$, $k = (2n+1)$ - целое нечетное число, реализуется π-фаза. При четных целых k выражение (11) определяет области существования 0-фазы.

Приближение больших γ

При противоположном знаке неравенства (8) из (5), (6) имеем

$$\left(\frac{\rho_{0,\pi}}{\pi T_c}\right)^{1/2} \mathrm{tg}\left[\frac{d_s}{2\xi_s^*}\left(\frac{\rho_{0,\pi}}{\pi T_c}\right)^{1/2}\right] = \gamma\frac{2a_{0,\pi}^* a_{0,\pi}}{(a_{0,\pi} + a_{0,\pi}^*)} = \gamma Z_{0,\pi}^*. \tag{12}$$

Поскольку правая часть в (12) в рассматриваемом приближении существенно превосходит единицу, то в первом приближении по γ^{-1} из (12) имеем

$$(\rho_\pi/\pi T_c)^{1/2} = \pi(\xi_s^*/d_s)(1 - \gamma^{-1} Z_{0,\pi}^*). \tag{13}$$

Из (5), (6), (13) следует, что

$$\left(\frac{\rho_\pi}{\pi T_c}\right)^{1/2} - \left(\frac{\rho_0}{\pi T_c}\right)^{1/2} = \frac{\pi y}{2\gamma\xi_n^*}\frac{\mathrm{sh}(y)\cos(y) - \mathrm{ch}(y)\sin(y)}{\mathrm{sh}^2(y)\cos^2(y) + \mathrm{ch}^2(y)\sin^2(y)}. \tag{14}$$

Из (14) следует, что при малых толщинах N-слоя $\rho_\pi > \rho_0$ и в сверхрешетке реализуется 0-фаза. Однако переход к π-фазе с ростом d_n происходит при меньших толщинах нормальных областей, чем при малых γ. Она оказывается более выгодной при

$$(\xi_n^*/h)(\theta + \pi k) < d_n < (\xi_n^*/h)(\theta + \pi(k+1)), \tag{15}$$

где $k = 2n + 1$ - целое четное число. При нечетных целых k выражение (15) определяет область существования 0-фазы.

Чередование 0- и π-фаз с увеличением параметра d_n или I приводит к немонотонной зависимости критической температуры сверхрешетки $T_c^*(d_n, I)$, определяемой выражениями (7), (9), (12).

Таким образом, в SF-сверхрешетке возможно существование основного состояния с фазой параметра порядка, изменяющейся от слоя к слою. Важно отметить, что при $d_n \le \xi_n^* h$ всегда более выгодно образование 0-фазы, а переход к π-фазе с ростом d_n (или уменьшением I) происходит при тем меньших d_n, чем больше параметр γ.

Развитый подход открывает возможности для теоретического анализа эффекта Джозефсона в слабых связях с ферромагнитной прослойкой, в которых также можно ожидать осцилляционные зависимости критического тока от d_n и I.

Литература

1. *Wong H.K., Ketterson J.B.* J. Low Temp. Phys., 1986, 63, 139.
2. *Wong H.K. et al.* J. Low Temp. Phys., 1986, 63, 307.
3. *Uher C., Cohn J.L., Schuller I.K.* Phys. Rev. B, 1986, 38, 4906.
4. *Radovic Z. et al.* Phys. Rev. B, 1986, 38, 2388.
5. *Radovic Z. et al.* Preprint, 1990.
6. *Куприянов М.Ю., Лукичев В.Ф.* ЖЭТФ, 1988, 94, 139.

Московский государственный университет
им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию
4 октября 1990 г.