Письма в ЖЭТФ, том 52, вып. 10, стр. 1112 -1115 25 ноября 1990 г.

ВЫСШИЕ ПОПРАВКИ К ЧЛЕНУ ЧЕРНА - САЙМОНСА В СКАЛЯРНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

С.П.Спиридонов

При спонтанном нарушении калибровочной симметрии появляется нетривиальный двухпетлевой вклад в член Черна - Саймонса. Спонтанное нарушение четности отсутствует.

В (2+1)-мерных абелевых калибровочных теориях член Черна - Саймонса (ЧС) описывает изменение статистики возбуждений, что может служить основой механизма высокотемпературной сверхпроводимости [1]. В работе [2] доказано, что в достаточно общем случае существует только однопетлевая перенормировка топологического члена. Для этого необходимы поперечность и аналитичность фотонных функций Грина по внешним импульсам. Ряд аргументов в пользу аналогичного утверждения для неабелевых теорий приведен в [3]. В [4] прямым расчетом показано зануление двухпетлевого вклада массивных фермионов. Наличие безмассовых заряженных частиц нарушает условие аналитичности, что может привести к конечным поправкам. Двухпетлевой вклад безмассовых скаляров, приближенно вычисленный в [5], отличен от нуля. В перечисленных работах считалось, что скалярные поля несущественны для однопетлевого анализа. Однако недавно показано [6], что спонтанное нарушение калибровочной симметрии приводит к однопетлевой перенормировке ЧС-члена индуцированной хиггсовским полем. В данной работе анализируются двухпетлевые поправки к ЧС-члену в скалярной электродинамике при точной и нарушенной калибровочной симметрии. В первом случае аналитически найден вклад безмассовых скаляров. Во втором показано, что вклад отличен от нуля даже для массивных скаляров. Последнее, в частности, означает отсутствие спонтанного нарушения четности [6].

Рассмотрим $U(1)$ калибровочную теорию с лагранжианом

$$L = -\frac{1}{4e^2}F_{\mu\nu}^2 + \frac{1}{2}k\epsilon^{\mu\nu\lambda}A_\mu\partial_\nu A_\lambda - \frac{1}{2\xi}(\partial_\mu A_\mu)^2 +$$

$$+|D_\mu\phi|^2 + h(\phi^*\phi - c^2/2)^2 + \sum_{i=1}^{n_s}(|D_\mu\chi_i|^2 - m^2\chi_i^*\chi_i), \tag{1}$$

где $D_\mu = \partial_\mu - iA_\mu$. При $c^2 < 0$ калибровочная симметрия ненарушена и поляризационный оператор имеет вид

$$\Pi_{\mu\nu}(p) = (g_{\mu\nu}p^2 - p_\mu p_\nu)\Pi(p^2) + i\epsilon^{\mu\nu\lambda}p_\lambda\Pi_0(p^2). \tag{2}$$

Топологический член входит в эффективное действие с коэффициентом $k_{\text{эфф}} = k + \Pi_0(0)$. Если $m^2 \neq 0$, то $\Pi_0(0) = 0$ во всех порядках теории возмущений [2]. Отметим, что это утверждение остается справедливым даже если добавить к (1) член $\propto M_A A_\mu^2$ поскольку поперечность фотонных амплитуд сохраняется. Однако такая добавка критическим образом влияет на вклад в $\Pi_0(0)$ безмассовых частиц.

Вычислим аналитически вклад χ-скаляров в $\Pi_0(0)$. Соответствующие существенные диаграммы изображены на рис.1. Для анализа различных ситуаций возьмем пропорциональную ϵ-тензору часть пропагатора поля A_μ в виде

$$D_{\mu\nu}(p) = \frac{\epsilon^{\mu\nu\lambda}p_\lambda}{M^2 - p^2}. \tag{3}$$

а б

Рис.1

Все ϵ-части физически интересных пропагаторов могут быть построены линейным комбинированием (3) при различных M. В вычислениях воспользуемся размерной регуляризацией [3] и методом интегрирования по частям [7]. Диаграмма 1a дает

$$\Pi_0(p^2) = n_s\frac{4\Gamma(3-D)}{(4\pi)^D}\begin{cases}\dfrac{\Gamma^2(D/2-1)\Gamma(3-D/2)}{\Gamma(D/2+1)}(M^2)^{D-3}, & m^2 = p^2 = 0,\\[2ex] \dfrac{2\Gamma^2(2-D/2)}{D\Gamma(4-D)}(m^2)^{D-3}, & M^2 = p^2 = 0,\\[2ex] \dfrac{\Gamma^2(D/2-1)\Gamma(D/2)}{\Gamma(3D/2-2)}(-p^2)^{D-3}, & m^2 = M^2 = 0,\end{cases} \tag{4}$$

где D - размерность пространства. Диаграмма 1б в первых двух пределах (4) дает точно такие же выражения, но с противоположным знаком, а при $m^2 = M^2 = 0$ получаем

$$\Pi_0(p^2) = n_s \frac{4\Gamma(3-D)\Gamma^3(D/2-1)}{(4\pi)^D(D-1)}\left(\frac{\Gamma^2(2-D/2)\Gamma(D/2)}{\Gamma^2(D-1)\Gamma(3-D)} - \frac{1}{\Gamma(3D/2-2)}\right)(-p^2)^{D-3}. \tag{5}$$

Таким образом, вклад безмассовых скаляров отличен от нуля только при наличии безмассового полюса в ϵ-части пропагатора. При сложении (4) и (5) ультрафиолетовые расходимости сокращаются и независимо от значения c^2 в (1) имеем

$$k_{\text{эфф}} = k\left(1 + \frac{\pi^2-4}{64\pi^2k^2}n_s\right) = \frac{\alpha}{2\pi}\left(1 + \frac{2,30}{2\pi\alpha^2}n_s\right). \tag{6}$$

Второе выражение приведено для удобства сравнения с [5], где численным расчетом сложного интеграла получено -2,74 вместо 2,30. По-видимому, различие в знаке происходит из-за рассогласованности обозначений, а разность абсолютных значений есть результат численной ошибки.

Рассмотрим теперь ситуацию с $c^2 > 0$. Подставив в (1) $\phi = (c + \phi_1 + \phi_2)/\sqrt{2}$, находим следующее тождество Уорда для эффективного действия Γ, из которого исключен фиксирующий калибровку член,

$$\partial_\mu \frac{\delta\Gamma}{\delta A_\mu(x)} + \phi_2(x)\frac{\delta\Gamma}{\delta\phi_1(x)} - (c + \phi_1(x))\frac{\delta\Gamma}{\delta\phi_2(x)} = 0. \tag{7}$$

Видно, что чисто фотонные функции Грина теперь непоперечны и, поэтому, нет оснований ожидать отсутствия высших поправок к ЧС-члену. (В R_ξ-калибровке тождества Уорда сложнее и тоже не ведут к поперечности.)

Вычислим вклад χ-скаляров $\Pi_0(0)$ в двухпетлевом приближении. Калибровочный пропагатор имеет вид (смешивание A_μ и ϕ_2 не выписываем)

$$iD_{\mu\nu}(p) = e^2\frac{(g_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu/p^2)(p^2 - M^2) + i\mu\epsilon_{\mu\nu\lambda}p_\lambda}{(M^2-p^2)^2 - \mu^2p^2} + \xi\frac{p_\mu p_\nu}{p^4}, \tag{8}$$

где $M = ec$, $\mu = ke^2$. Поскольку в ϵ-части нет безмассового полюса, то вклад диаграмм рис.1 равен нулю независимо от m^2. Но теперь существуют дополнительные диаграммы, изображенные на рис.2, в которых сплошная линия

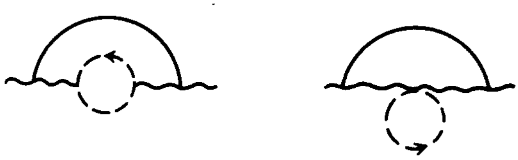

Рис.2

соответствует хиггсовскому полю. Они конечны и дают (импульсный интеграл евклидов)

$$\Pi_0(0) = -\frac{8}{3\pi}e^2M^2\mu n_s \int_0^1 dx \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\frac{q^2(M^2+q^2)((m^2+x(1-x)q^2)^{1/2} - m)}{(M_H^2+q^2)^2((M^2+q^2)^2+\mu^2q^2)^2}, \tag{9}$$

где M_H - масса хиггсовского бозона. Учитывая однопетлевую поправку [6], в пределе $e^2 \to \infty$, M_H^2, $m^2 \ll c^4/k^2$ получаем

$$k_{\text{эфф}} = k + \frac{2}{3\pi}\frac{k}{|k|} - \frac{1}{12\pi^2k}n_s + \ldots, \tag{10}$$

где многоточие обозначает невычисленный двухпетлевой вклад скаляров ϕ_1 и ϕ_2. Так как n_s есть свободный параметр, то эта неизвестная поправка не может сократить вклад χ-скаляров.

На основе однопетлевого расчета в [6] было высказано интересное предположение, что в режиме сильной связи ($e \gg c$) имеет место спонтанное нарушение четности - маленький затравочный топологический член развивается до макроскопического с коэффициентом $\propto k/|k|$. Как видно из выражения (10) это неверно - существуют высшие радиационные поправки нестабильные при $k \to 0$.

Таким образом мы показали, что при спонтанном нарушении калибровочной симметрии теорема Коулмена - Хилла отсутствует и член Черна - Саймонса перенормируется в высших порядках теории возмущений. Выражение (9) определяет двухпетлевой вклад массивных скалярных полей $\chi_i(x)$. Любопытным моментом является гладкость предела $m^2 \to 0$. Естественно предположить, что фермионы также дадут ненулевой вклад обладающий этим свойством. Более того, если массовые члены фермионов не будут сохранять P-четность, то диаграммы, аналогичные изображенным на рис.2, будут генерировать топологический член даже при $k = 0$. Анализу структуры вклада фермионов будет посвящена отдельная работа.

Автор благодарен С.Ю.Хлебникову за полезные обсуждения.

Литература

1. *Dzyaloshinskii I. et al.* Phys. Lett. A, 1988, 127, 112; *Polyakov A.M.* Mod. Phys. Lett. A, 1988, 3, 325.
2. *Coleman S., Hill B.* Phys. Lett. B, 1985, 159, 184.
3. *Pisarski R.D., Rao S.* Phys. Rev. D, 1985, 32, 2081.
4. *Kao Y.-C., Suzuki M.* Phys. Rev. D, 1985, 31, 2137; *Bernstein M.D., Lee T.* Phys. Rev. D, 1985, 32, 1020.
5. *Semenoff G.W. et al.* Phys. Rev. Lett., 1989, 62, 715.
6. *Хлебников С.Ю.* Письма в ЖЭТФ, 1990,51, 69.
7. *Tkachov F.V.* Phys. Lett. B, 1981, 100, 65; *Chetyrkin K.G., Tkachov F.V.* Nucl. Phys. B, 1981, 192, 159.

Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
11 сентября 1990 г.