Письма в ЖЭТФ, том 52, вып. 10, стр. 1115 - 1118 25 ноября 1990 г.

МАССЫ КВАРКОВ И ЛЕПТОНОВ В МОДЕЛИ С ДИСКРЕТНОЙ СИММЕТРИЕЙ

Н.И.Поляков

Рассмотрена модель с $n = 2^p$ $(p = 14)$ тяжелыми хиггсовскими дублетами и Z_n-симметрией. После спонтанного нарушения Z_n в модели легко воспроизводятся реалистические массовые матрицы кварков и лептонов, причем модули всех юкавских констант равны.

Наблюдаемая иерархия масс фермионов (кварков и лептонов), дополненная ограничением [1] на массу t-кварка $m_t \geq 77$ ГэВ не находит естественного объяснения в рамках стандартной модели (СМ). Предлагались различные модели [2], в которых эта иерархия может возникать естественным путем. Одной из них является модель с дискретной симметрией Z_n, которая запрещает массовые члены всех фермионов за исключением t-кварка. В работе [3] была рассмотрена такая

модель с $n = 2^p$, $p = 9$, где все фермионные массы (и углы смешивания кварков) были воспроизведены при всех юкавских константах (ЮК) строго равных по модулю за счет выбора малых параметров, характеризующих спонтанное нарушение (СН) симметрии $Z_{(2^p)}$ до $Z_{(2^q)}$, где $q = 0, ...p-1$. Можно пойти дальше и потребовать, чтобы константы, ответственные за нарушения $Z_{(2^p)} \to Z_{(2^q)}$ были одинаковы для всех q. В таком естественном сценарии СН Z_n-симметрии можно воспроизвести 12 физических величин (3 лептонные и 5 кварковых масс, 3 угла смешивания кварков и CP-фазу) при минимальном числе подгоночных параметров.

В модели имеется $1+n$ ($n = 2^p$, $p = 14$) хиггсовский дублет ϕ, φ_i ($i = 1, ...n$), имеющие потенциал:

$$V(\phi, \varphi_i) = \kappa(|\phi|^2 - v^2)^2 + m^2 \sum_{i=1}^{n} |\varphi_i - a\phi|^2 \tag{1}$$

Z_n-симмметрия реализуется как группа циклических перестановок дублетов φ_i :

$$S = \begin{bmatrix} 123..n \\ 234..1 \end{bmatrix}.$$

"Фурье-преобразованные" дублеты

$$\phi_k = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{m=1}^{n} \exp\left(i\frac{2\pi k(m-1)}{n}\right) \varphi_m \tag{2}$$

имеют заряды k относительно преобразований $Z_n : S : \phi_k \to e^{i\frac{2\pi k}{n}} \phi_k$. Z_n-симметрия фиксирует вид юкавских связей (ЮС). Так, если кварковые поля $Q_{Lj} \equiv \binom{u}{d}$, d_{Rj} имеют Z_n-заряды q_j, d_j, то ЮС d-кварков имеют вид

$$\mathcal{L}^d_{\rm Yuk} = -\lambda^d_{ij} \bar{Q}_{Li} d_{Rj} \phi_{(q_i - d_j)} \tag{3}$$

и аналогично для u-кварков (заряды q_j, u_j, ЮК λ^u_{ij}) и лептонов (заряды l_j, e_j, ЮК λ^e_{ij}). Z_n-заряды кварков выбираются так, что $q_3 - u_3 = 0$, поэтому t-кварк может также иметь ЮС с Z_n-синглетным дублетом ϕ :

$$\mathcal{L}^t_{\rm Yuk} = -\bar{Q}_{L3} u_{R3} (\lambda^u_{33} \phi^c_0 + \eta^u \phi^c) \tag{4}$$

$SU(2) \otimes U(1)$ нарушается до $U(1)$ в вакууме:

$$< \varphi > = \begin{bmatrix} 0 \\ \nu \end{bmatrix}, \quad < \phi_k > = \begin{bmatrix} 0 \\ \nu_p \end{bmatrix} \delta_{k,0}, \tag{5}$$

где $\nu_p \equiv b\nu$, $b \equiv (n)^{-1/2} a$, в результате чего получают массы: W, Z-бозоны: $m^2_W = \frac{1}{2} g^2_2 \nu^2 (1 + b^2)$, $m^2_Z = \frac{1}{2}(g^2_2 + g'^2)\nu^2(1 + b^2)$, t-кварк: $m_t = [b\lambda^u_{33} + \eta^u]\nu$.

Из скалярных частиц в физическом секторе имеются: "почти стандартный хиггс" с массой $m^2_H = 4\kappa\nu^2$, n заряженных $+2n$ нейтральных скаляров с массой m.

u, d, s, c, b-кварки и лептоны получают массы после спонтанного нарушения Z_n. Чтобы нарушить симметрию $Z_{(2^p)}$ до $Z_{(2^q)}$ введем дополнительные скалярные поля - электрослабые синглеты $\chi_{q,1}$, $\chi_{q,2}, ...\chi_{q,l}$ ($l = 2^{p-q}$), образующие l-мерное представление $Z_n : S : \chi_{q,1} \to \chi_{q,2}, ...\chi_{q,l} \to \chi_{q,1}$, и имеющие потенциал:

$$V_q = \alpha[\sum_{i=1}^{l} \chi^2_{q,i} - \mu^2_q]^2 + \sum_{j=1}^{l/2} \alpha_{q,j} [\sum_{i=1}^{l} \chi^2_{q,i} \chi^2_{q,i+j}], \tag{6}$$

который спонтанно нарушает $Z_{(2^p)}$ до $Z_{(2^q)}$:$< \chi_{q,i} > = \mu_q \delta_{i,1}$. Параметром наруше-

ния является величина $z_q \equiv 2^{q-p}\beta_q\mu_q^2/m^2$. Это нарушение Z_n передается в сектор дублетов ϕ_k взаимодействием:

$$V_q' = \beta_q \sum_{i=1}^{l} \chi_{q,i}^2 \sum_{j=0}^{2^q-1} [|\varphi_{i+jl}|^2 - a^2\nu^2] \tag{7}$$

в результате чего дублеты ϕ_k получают ВС. Мы рассмотрим самый простой случай, когда $\beta_q = \beta$, $\mu_q = \mu$, т.е. $z_q = 2^{p-1-q}z$, где $z \equiv z_{p-1}$. Для любого ϕ_k, где k представимо в виде $k = 2^q(2j+1)$, $j = 0, 1, \ldots$ определим соответствующее ВС $\nu_q \equiv < \phi_k >$. После минимизации потенциала скаляров приходим к выражениям для ν_q, $q = 0, \ldots p-1$:

$$\nu_q = -\nu_p 2^{1-p}\left\{\frac{pz}{1+2pz} + \sum_{s=1}^{q} 2^{s-1}\frac{(p-s)z}{1+2(p-s)z} - 2^q\frac{(p-q-1)z}{1+2(p-q-1)z}\right\}. \tag{8}$$

При $z \ll 1$ выражение (8) сводится к $\nu_q = -\nu_p 2^{-p}(2^{q+1}-1)z$. Матрицы ЮК $\hat{\lambda}_{u,d,e}$ выберем одинаковыми, эрмитовыми, со всеми элементами имеющими равные модули. Фазовыми вращениями фермионов их можно привести к виду

$$\hat{\lambda}_{u,d,e} = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \exp(i\delta) \\ 1 & \exp(-i\delta) & 1 \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Для того, чтобы получить фермионные массовые матрицы (ММ) необходимо выбрать Z_n-заряды кварков и лептонов. Подходящим является следующий набор зарядов:

$$q_j = \begin{bmatrix} 2^6 \\ 2^9 \\ 2^{14} \end{bmatrix}, \quad u_j = -3\begin{bmatrix} 2^3 \\ 2^9 \\ 2^{14} \end{bmatrix}, \quad d_j = -\begin{bmatrix} 2^4 \\ 2^8 \\ 2^{13} \end{bmatrix}, \quad l_j = \begin{bmatrix} 2^5 \\ 2^7 \\ 2^{12} \end{bmatrix}, e_j = -5\begin{bmatrix} 2^1 \\ 2^7 \\ 2^{13} \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Подставляя эти заряды в ЮС (3) находим фермионные ММ:

$$M_e = \lambda \begin{bmatrix} \nu_1 & \nu_5 & \nu_5 \\ \nu_1 & \nu_8 & e^{i\delta}\nu_7 \\ \nu_1 & e^{-i\delta}\nu_7 & \nu_{12} \end{bmatrix}, \quad M_d = \lambda \begin{bmatrix} \nu_4 & \nu_6 & \nu_6 \\ \nu_4 & \nu_8 & e^{i\delta}\nu_9 \\ \nu_4 & e^{-i\delta}\nu_8 & \nu_{13} \end{bmatrix}, \tag{11}$$

$$M_u = \lambda \begin{bmatrix} \nu_3 & \nu_6 & \nu_6 \\ \nu_3 & \nu_{11} & e^{i\delta}\nu_9 \\ \nu_3 & e^{-i\delta}\nu_9 & \nu_{14} \end{bmatrix} + \eta \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \nu \end{bmatrix}.$$

Примем для определенности $m_t \simeq 140$ ГэВ. Диагонализация ММ (11) при $\nu_p = \nu \simeq 130$ ГэВ; $\lambda \simeq 2$; $\eta \simeq -1$; $z = 0,035$; $\delta \simeq 0,1$ дает элементы матрицы смешивания кварков:

$$|V_{us}| = 0,2143, \quad |V_{cb}| = 0,0582, \quad |V_{ub}| = 0,0055$$

и массы фермионов на шкале $\mu \simeq m_W$, которые с помощью стандартных формул приводим к виду (массы даны в МэВ):

$m_e = 0,5117$; $\quad m_\mu = 105,6$, $\quad m_\tau = 1784$

$m_u(1\ \text{ГэВ}) = 4,73$; $\quad m_c^0 = 1,48 \cdot 10^3$, $\quad m_t^0 = 140 \cdot 10^3$,

$m_d(1\ \text{ГэВ}) = 7,45$; $\quad m_s(1\ \text{ГэВ}) = 172$, $\quad m_b^0 = 5,04 \cdot 10^3$,

где мы использовали $\Lambda_{QCD} \simeq 100$ МэВ. Эти результаты хорошо согласуются с имеющимися в литературе [4] (массы кварков см., например, в [5]).

Малость параметра $z = \beta\mu^2/(2m^2)$ связана с тем, что шкала m, характеризующая массы дополнительных (к СМ) хиггсовских скаляров велика. Анализ различных процессов с меняющими аромат нейтральными токами, аналогичный проделанному в [3], показывает, что модель не противоречит эксперименту ($K-\bar{K}$-смешивание и т.д.) при $m \geq 10$ ТэВ. Скаляры $\chi_{q,i}$, необходимые для спонтанного нарушения дискретной симметрии Z_n, имеют массы $\simeq \mu \simeq \sqrt{z}m \geq 500$ ГэВ. Они не взаимодействуют с векторными и спинорными полями и поэтому невидимы в эксперименте.

Я благодарен К.А.Тер-Мартиросяну за многочисленные обсуждения затронутых вопросов.

Литература

1. *Abe F. et al.* Phys. Rev. Lett., 1990, 64, 142.
2. *Weinberg S.* Phys. Rev. Lett., 1972, 29, 388; *Georgy H., Glashow S.L.* Phys. Rev. D, 1972, 6, 2977; D, 1973, 7, 2457; *Mohapatra R.N.* Phys. Rev. D, 1974, 9, 3461; *Barr S.M., Zee A.* Phys. Rev. D, 1977, 15, 2652; D, 1978, 17, 1854.
3. *Поляков Н.И.* Препринт ИТЭФ-90-90.
4. Particle Data Group, Phys. Lett. B, 1988, 204, 1.
5. *Gasser J., Leutwyler H.* Phys. Rep., 1982, 87, 77.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
20 сентября 1990 г.