Письма в ЖЭТФ, том 52, вып. 10, стр. 1118 - 1120 25 ноября 1990 г.

# О ПЕРЕНОРМИРОВКЕ НЕПЕРЕНОРМИРУЕМЫХ СУПЕРСИММЕТРИЧНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

*А.Б.Кияткин, Н.В.Красников*

Показано, что в четырехмерном пространстве-времени использование диаграммной техники специального вида позволяет перенормировать неперенормируемое взаимодействие вида $\Delta L = \frac{h}{M^2}\int d^2\theta(XY)^4 + h.c.$, где $X$ и $Y$ - суперкварковые поля. Неперенормируемое взаимодействие $\Delta L$ соответствует особому решению уравнений ренормгруппы перенормируемой теории с суперполем $\Phi$ и с лагранжианом $\Delta L_1 = \int \Phi^+\Phi d^4\theta + \int d^2\theta(hXY\Phi - \frac{M\Phi^2}{4}) + h.c.$.

Хорошо известно, что требование перенормируемости резко ограничивает произвол в выборе лагранжиана, что приводит к большой предсказательной силе перенормируемых теорий. Естественно встает вопрос: можно ли придать смысл неперенормируемым теориям? В работе [1] было показано, что использование $1/N$-разложения позволяет перенормировать трехмерную нелинейную $\sigma$-модель. В работах [2,3] $1/N$-разложение было применено для перенормировки трехмерных четырехфермионных моделей. Разумеется наиболее интересным является четырехмерный случай.

В настоящей работе мы покажем, что в четырехмерном пространстве-времени использование диаграммной техники специального вида позволяет перенормировать неперенормируемое суперсимметричное взаимодействие вида $\Delta L = \frac{h}{M}\int d^2\theta(XY)^4 +$

$h.c.$, где $X$ и $Y$- суперкварковые поля. Неперенормируемое взаимодействие $\Delta L$ соответствует особому решению уравнений ренормгруппы перенормируемой теории с суперполем $\Phi$ и лагранжианом $\Delta L_Z = Z\int \Phi^+\Phi d^4\theta + \int d^2\theta(hXY\Phi - \frac{M\Phi^2}{4}) + h.c.$

Лагранжиан суперсимметричной квантовой хромодинамики имеет вид [4]

$$L = \int d^4\theta[X_{ai}(\exp(gV^i))^a_b X^b_i + Y_{ai}(\exp(-gV^i))^a_b \bar{Y}^b_i] - \int d^2\theta m_i X^b_i Y_{bi} +$$

$$+\frac{1}{64}\frac{\mathrm{tr}}{C_2(G)}\int d^2\theta W^\alpha W_\alpha + h.c. \qquad (1)$$

Модель содержит калибровочный супермультиплет $W_\alpha \sim (\lambda_\alpha, F_{\mu\nu})$ в присоединенном представлении калибровочной группы $SU(N)$ и $M$ киральных суперполей кварков

$$X^b_i = \varphi^b_i + \sqrt{2}\theta\psi^b_i + \theta\theta F^b_i,$$

$$Y_{bi} = \bar{\varphi}^b_i + \sqrt{2}\theta\bar{\psi}_{bi} + \theta\theta\bar{F}^b_i,$$

в фундаментальном представлении. Добавим к лагранжиану $L$ неперенормируемый лагранжиан $\Delta L$, который после введения дополнительного суперполя $\Phi$ запишется в виде $\Delta L = \int d^2\theta(hXY\Phi + \frac{M\Phi^2}{4}) + h.c.$, $XY = X^b_i Y_{bi}$. Лагранжиан $\Delta L$ является пределом при $Z \to 0$ перенормируемого лагранжиана $L_Z = \Delta L_Z + L$. Нам необходимо показать, что для лагранжиана $L + \Delta L$ радиационные поправки к пропагатору поля $\Phi$ ультрафиолетово конечны. Поскольку мы интересуемся ультрафиолетовым поведением, массы несущественны. Поправка порядка $h^2$ к пропагатору поля $\Psi$ определяется диаграммой, изображенной на рисунке, и пропорциональна коррелятору

$$K(p^2) = -i\int e^{ipx} < 0|T((\varphi^b_i(x)\varphi_{bi}(x)), \quad (\varphi^b_i(0)\bar{\varphi}_{bi}(0))^*|0 > d^4x, \qquad (2)$$


$h^2$ - поправка к пропагатору поля $\Phi$

Для $K(p^2)$ справедливо представление Челлена - Лемана

$$K(p^2) = -\int_0^\infty \frac{\rho(t)dt}{t + p^2 - i\epsilon}, \quad \rho(t) \geq 0. \qquad (3)$$

В случае свободных кварков $\rho(t) = \mathrm{const}$ и интеграл (3) является логарифмически расходящимся, что означает появление логарифмически расходящегося контрчлена $\Delta Z\int \Phi^+\Phi d^4\theta$. Однако, ситуация принципиально меняется при учете сильных взаимодействий. Спектральная плотность $\rho(t)$ удовлетворяет уравнению ренормгруппы

$$(\mu\frac{d}{d\mu} + \beta(g)\frac{d}{dg} + 2\gamma(g))\rho = 0,$$

$$\beta(g) = -\beta_0 g^3 + O(g^5), \quad \gamma(g) = -\gamma_0 g^2 + O(g^4), \qquad (4)$$

$$\beta_0 = \frac{1}{16\pi^2}(3N - M), \qquad \gamma_0 = \frac{1}{8\pi^2}\frac{N^2-1}{N}.$$

Решение уравнения ренормгруппы есть

$$\rho(t) = c(\ln t)^{-\gamma_0/\beta_0}(1 + O(\ln\ln t/\ln^2 t)), \qquad (5)$$

где $c$ - некоторое число. Из решения (5) следует, что при $\gamma_0/\beta_0 > 1$ интеграл в представлении Челлена - Лемана (3) ультрафиолетово конечен. Для $N = 3$ интеграл конечен при $M = 4, 5, 6, 7, 8$. Итак, мы нашли, что в $\bar{h}^2$-приближении учет сильных взаимодействий приводит к ультрафиолетовой сходимости. В нашем случае можно развить диаграммную технику специального вида типа $1/N$ разложения [5], используя в качестве затравочного пропагатора поля $\Phi$ пропагатор $\frac{1}{p^2}K^{-1}(p^2)$, порождаемый диаграммой, изображенной на рисунке. В этом случае удается доказать, что и в высших порядках модифицированной теории возмущений радиационные поправки к пропагатору поля $\Phi$ конечны. Этот факт можно понять, используя уравнения ренормгруппы для перенормируемого лагранжиана $L + \Delta L_1$. В однопетлевом приближении уравнения имеют вид

$$\mu\frac{d\bar{g}}{d\mu} = -\beta_0\bar{g}^3,$$

$$\mu\frac{d\bar{h}}{d\mu} = a\bar{h}^3 - \gamma_0\bar{g}^2\bar{h}, \quad a = \frac{1}{16\pi^2}(2 + MN). \tag{6}$$

На особом решении

$$\bar{h}^2 = k\bar{g}^2, k = \frac{1}{a}(\gamma_0 - \beta_0)$$

пропагатор поля $\Phi$ имеет ультрафиолетовую асимптотику вида

$$D(p^2) \sim \frac{1}{p^2}(\ln p^2)^d, \quad d = (\frac{\gamma_0}{\beta_0} - 1)\frac{NM}{2 + NM}$$

При $h^2 < kg^2$ асимптотика пропагатора совпадает со свободным пропагатором $1/p^2$. Из одновременных коммутационных соотношений следует, что для лагранжиана $L + \Delta L_Z$ асимптотика пропагатора поля $\Phi$ есть $1/Zp^2$. Отсюда мы получаем, что особое решение соответствует пределу $Z \to 0$ при снятии регуляризации. Таким образом, особое решение соответствует отсутствию кинетического члена для суперполя в лагранжиане, т.е. неперенормируемому лагранжиану $L + \Delta L$. В этом также можно убедиться, записав уравнение Швингера для пропагатора поля $\Phi$.

Авторы благодарны сотрудникам теоретического отдела ИЯИ АН СССР за полезные обсуждения.

## Литература


1. *Arefieva I.Ya.* Ann. of Phys. 1979, 117, 393.
2. *Rosenstein B., Warr B.J., Park S.H.* Phys. Rev. Lett., 1989, 62, 1433.
3. *Krasnikov N.V., Kyatkin A.B., Tavkhelidze N.A.* Renormalizable ultraviolet finite three dimensional gauge model, Viena University Preprint UWThPh-1989-66.
4. *Wess J.* Lectures given at Princeton University, Princeton University Press 1981.
5. *Chatterjee A.* Phys. Reports, 1990, 186, 249.


Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
27 сентября 1990 г.