Письма в ЖЭТФ, том 52, вып. 10, стр. 1135 - 1137 25 ноября 1990 г.

ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ И НОВЫЕ ТИПЫ УПОРЯДОЧЕНИЯ В МОДЕЛИ ИЗИНГА С ДЕФЕКТАМИ ТИПА СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ

Е.Б.Коломейский

Построена теория фазовых переходов, претерпеваемых d-мерной изинговской системой с дефектами типа случайного поля по мере роста степени беспорядка. Предсказаны новые типы упорядоченных фаз при $1 < d \leq 2$.

Свойства неупорядоченных систем являются предметом неослабевающего внимания на протяжении уже многих лет. Одним из наиболее важных недавних достижений в этой области явилось доказательство того факта, что нижней критической размерностью модели Изинга с дефектами типа случайного поля является $d = 2$ (см., например, обзор [1] и цитированную там литературу). Этот результат соответствует такой постановке задачи, когда находится размерность, при которой впервые однородно намагниченное состояние образца оказывается неустойчивым относительно разбиения на домены при наличии пренебрежимо слабого беспорядка. В противоположном предельном случае сильного беспорядка система, очевидно, независимо от размерности находится в неупорядоченном состоянии. Следовательно, при $d > 2$ происходит фазовый переход по мере увеличения степени беспорядка. Целью предлагаемой работы является его исследование. Кроме того, будет показано, что при $1 < d \leq 2$ существуют новые типы упорядочения с нулевой спонтанной намагниченностью, а соответствующие фазы также претерпевают фазовый переход в неупорядоченное состояние. Проводимый ниже анализ идейно близок скейлинговой теории андерсоновской локализации (см., например, [2]), с которой, насколько это возможно, будет проведено сравнение.

Напомним вначале, каким образом решается вопрос о нижней критической размерности. Один из возможных способов, полезный для дальнейшего, состоит в рассмотрении зависимости коэффициента поверхностного натяжения доменной стенки от масштаба L. Последняя связана с тем, что дефекты, делая границу шероховатой, уменьшают ее поверхностную энергию. Соответствующий относительный вклад имеет вид [1]:

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} = \frac{3}{2}\left(\frac{\Delta a^{2-d}}{\Gamma^2}\right)^{2/3} \frac{1-(L/a)^{(2/3)(2-d)}}{2-d}. \tag{1}$$

Здесь σ_0 - затравочный коэффициент поверхностного натяжения, Γ - эффективная жесткость доменной стенки, Δ - среднеквадратичная флуктуация случайного поля, определенная для удобства так, чтобы общий множитель в правой части (1) был равен 3/2, a - масштаб обрезания в плоскости стенки. Пределу слабого беспорядка отвечает неравенство $k = \Delta a^{2-d}/\Gamma^2 \ll 1$. При $d > 2$ первое слагаемое формулы (1) представляет собой малый по сравнению с единицей отрицательный вклад в поверхностное натяжение, а второе - положительную размерную поправку, обращающуюся в нуль при $L \to \infty$. Однако при $d \leq 2$ знак этой поправки меняется, она начинает нарастать и при некотором критическом L_c обращает в нуль полное поверхностное натяжение, приводя к неустойчивости состояния с однородной намагниченностью. Любопытно, что похожая ситуация имеет место в теории локализации, причем роль σ_0 играет проводимость, L_c соответствует радиусу локализации, а формула (1) - интерференционной добавке к проводимости [2]. Для описания фазового перехода (аналога перехода Андерсона) результат (1) необходимо переформулировать на языке ренормгруппы. Сходство с теорией локализации подсказывает, что ключевым параметром ренормгруппы должна стать величина, аналогичная кондактансу. Таковой является разница свободных энергий систем, у которых спины на границах задаются противоположно направленными и сонаправленными, соответственно. Результирующую избыточную энергию уместно назвать полной жесткостью G. Если $G(L \to \infty) \to 0$, то это признак неупорядоченной фазы. В любом другом случае ($G \to \mathrm{const}$ или $G \to \infty$) фаза будет упорядоченной. Если $G(L \to \infty) = \sigma L^{d-1}$, то упорядочение характеризуется изинговской спонтанной намагниченностью, а последнее соотношение служит определением поверхностного натяжения σ. Анализ зависимости $G(L)$ является очень полезным, поскольку позволяет обнаружить при $1 < d \leq 2$ новые типы упорядочения, отличные от изинговского.

Вид функции Гелл-Манна - Лоу $\beta(G) = \partial \ln G / \partial \ln L$ восстанавливается точно также как это делается в теории локализации. Если мы имеем упорядоченную фазу со спонтанной намагниченностью, то это соответствует независящему от масштаба σ при $L \to \infty$ или $G = \sigma L^{d-1}$. Отсюда в нулевом порядке

$$\beta(G) = d - 1.$$

Используя выражение (1) для получения следующего приближения $\beta(G)$ при $G \to \infty$ находим, что $\beta(G) = d - 1 - k^{2/3}(L/a)^{\frac{2}{3}(2-d)}$. Подставляя сюда результат нулевого порядка $G = \sigma L^{d-1}$, получаем

$$\beta(G) = d - 1 - k^{2/3}(G/\sigma a^{d-1})^{\frac{2}{3}\frac{2-d}{d-1}}. \tag{2}$$

В пределе сильного беспорядка ($G \to 0$) можно ожидать, что изменение вида граничных условий затрагивает лишь узкую область вблизи края образца. Поэтому $G(L) \sim \exp(-L/L_c)$ и подобно теории локализации

$$\beta(G) = \ln G + \mathrm{const}.$$

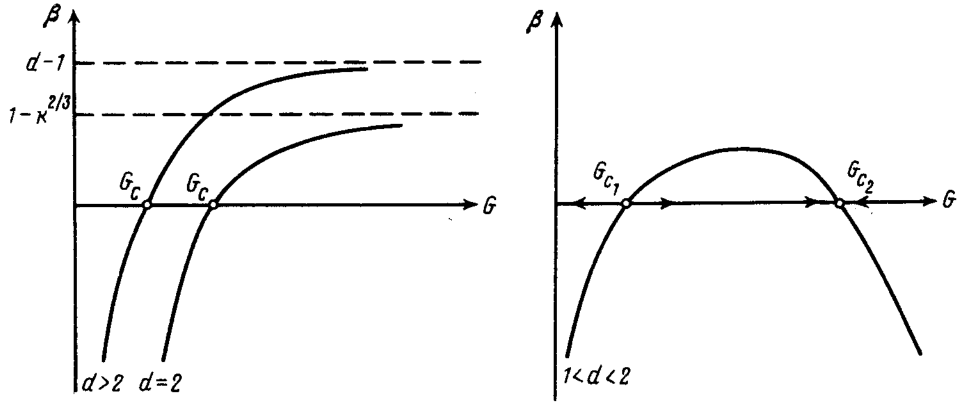
На основании полученных асимптотических формул для больших и малых G можно предположить зависимость $\beta(G)$, изображенную на рисунке для случая $k \ll 1$. Следует отметить, что вид последней кривой, строго говоря, может быть восстановлен лишь при $d \to 2$ снизу. Однако не видно причин, по которым зависимость $\beta(G)$ могла бы претерпеть качественные изменения и при менее жестких ограничениях $1 < d < 2$.

Результирующее уравнение ренормгруппы

$$\frac{\partial \ln G}{\partial \ln L} = \beta(G)$$

имеет неустойчивую фиксированную точку G_c при $d \geq 2$, а также две фиксированные точки: G_{c1} (неустойчивую) и G_{c2} (устойчивую) при $1 < d < 2$. Первый из перечисленных случаев напоминает теорию локализации. Если начальное значение $G_0 \simeq \sigma_0 a^{d-1} < G_c$ то, $\beta < 0$, $G(L \to \infty) \to 0$ и мы находимся в неупорядоченной фазе. Если $G_o > G_c$, то $\beta > 0$, $G \to \infty$, что служит признаком упорядоченного состояния. При $d > 2$ полная жесткость асимптотически приближается к закону $G = \sigma L^{d-1}$, сигнализируя об изинговском характере упорядочения. При $d = 2$ полная жесткость стремится к зависимости $G = gL^{1-k^{2/3}}$ (g - соответствующая удельная жесткость). Можно утверждать, что упорядоченное состояние в этом случае характеризуется нулевой спонтанной намагниченностью, так как показатель степени в последнем соотношении меньше единицы. Еще менее "жесткой" оказывается упорядоченная фаза при $1 < d < 2$. В этом случае при $G_0 > G_{c1}$ полная жесткость стремится к G_{c2}. Заметим, что в отличие от теории локализации "прохождение" точки перехода при изменении

k обеспечивается соответствующим перемещением кривой $\beta(G)$ при практически неизменном начальном условии G_0.



Анализ фазового перехода при $G = G_c(d \geq 2)$ в точности повторяет исследование перехода Андерсона, поэтому выпишем сразу конечные результаты. В окрестности точки перехода корреляционная длина расходится по закону

$$L_c \simeq a\left|\frac{G_0 - G_c}{G_c}\right|^{-\frac{1}{y(d)}},$$

где $y = \frac{\partial \beta}{\partial \ln G}|_{G=G_c}$, а коэффициент поверхностного натяжения и удельная жесткость $g(d = 2)$ обращаются в нуль как

$$\sigma \sim (G_0 - G_c)^{\frac{d-1}{y(d)}}, \qquad g \sim (G_0 - G_c)^{\frac{1-k_c^{2/3}}{y(2)}}.$$

Поскольку начальное значение G_0 конечно, то можно утверждать, что в точке перехода $(d = 2)$ $k_c < 1$. Грубая оценка индекса y возможна лишь при $d > 2$, если предположить, что G_c определяется в основном выражением (2). Отсюда

$$y(d) = \frac{2}{3}(d - 2).$$

Однако, в отличие от теории локализации, такая оценка при $d \to 2$ оказывается заведомо неверной, так как при $d = 2$ правая часть (2) вообще не зависит от G.

В заключение отметим, что однопараметричность изложенной теории представляется обоснованной благодаря факту отсутствия перенормировки жесткости стенки Γ и среднеквадратичной флуктуации случайного поля Δ [1].

Существует также еще одно принципиальное обстоятельство - неаналитичность зависимости $\beta(G^{-1})$ при $G \to \infty$, отличающие изложенные выше соображения от скейлинговой теории андерсоновской локализации. Этот факт является следствием выражения для поправки (1) к коэффициенту поверхностного натяжения, которое имеет существенно непертурбативное происхождение [1]. Хотя при конструировании функции Гелл-Манна - Лоу аналитические свойства поправки (также как в теории локализации) не используются, это обстоятельство, само по себе, заслуживает внимания.

Автор благодарен рецензенту за это замечание.

Литература

1. *Nattermann T., Villain J.* Phase Transitions, 1988, 11, 5.

2. *Абрикосов А.А.* Основы теории металлов, М: Наука, 1987, 193.

Институт кристаллографии
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
25 сентября 1990 г.