Письма в ЖЭТФ, том 52, вып. 10, стр. 1161 - 1164 25 ноября 1990 г.

СМЕШАННАЯ (1,0) СУПЕРСИММЕТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ ТИРРИНГА

С.М.Кузенко, О.А.Соловьев

Рассмотрена (1,0) сууперсимметричная модель Тирринга, левый сектор которой реализован неабелевыми бозонами на групповом многообразии $SO(n)$, а правый - гетеротическими фермионами. Продемонстрирована возможность квантового смещения уровня в алгебре Каца - Муди $\hat{SO}(n)$ и исследована связь этого эффекта с поведением скалярного потенциала в модели четырехмерной гетеротической струны.

Двумерные модели на групповых многообразиях играют важную роль в теории (супер)струн [1]. Среди них особый интерес в последнее время вызывают теории, в которых левые и правые двумерные моды взаимодействуют между собой. Предтечей данных динамических систем является фермионная модель Тирринга [2]. Используя для реализации киральных мод либо фермионы, либо бозоны, либо и те и другие двумерные поля одновременно, получают различные версии модели Тирринга. Вообще говоря, вопрос об эквивалентности между указанными формулировками остается открытым.

В настоящей статье рассматривается (1,0) суперсимметричная модель Тирринга со смешанной ферми-бозе реализацией неабелевых киральных степеней свободы, взаимодействующих с (1,0) супергравитацией [3]. Динамика такой системы описывается (1,0) суперполевым действием

$$S_{FBTM} = kS_{WZW}(g;\Lambda_+^=,\Gamma_=) + S_F(\eta_-^I), \tag{1}$$

где

$$S_{WZW}(g;\Lambda_+^=,\Gamma_=) = S_{WZW}(gh;\Lambda_+^=) - S_{WZW}(h;\Lambda_+^=),$$

$$S_{WZW}(g;\Lambda_+^=) = -\frac{i}{8\pi}\int d^3zE^-\mathrm{Tr}\{(g^{-1}\nabla_+ g)(g^{-1}\nabla_= g) + \Lambda_+^=(g^{-1}\nabla_= g)^2 +$$

$$+\int_0^1 dy(\tilde{g}^{-1}\frac{d}{dy}\tilde{g})[\nabla_+(\tilde{g}^{-1}\nabla_=\tilde{g})-\nabla_=(\tilde{g}^{-1}\nabla_+\tilde{g})]\},$$

$$S_F(\eta_-^I)=-\int d^3zE^-\eta_-^I\nabla_+\eta_-^I,$$

$$\nabla_= hh^{-1}\equiv\Gamma_==4\pi iS^{IJ}\eta_-^I\eta_-^J,$$

$$\tilde{g}(z;y)=\begin{cases}1, & y=0,\\ g(z), & y=1,\end{cases}$$

$\Lambda_+^=$ - множитель Лагранжа, с помощью которого в действии (1) учтено условие (левой) киральности неабелевых скалярных суперполей $g(z)$, "живущих" на групповом многообразии G, k - уровень алгебры Каца - Муди $\hat{G}$. Матрица S^{IJ}, принимающая значения в алгебре Ли G, осуществляет взаимодействие левых неабелевых скаляров $g(z)$ с правыми гетеротическими спинорами $\eta_-^I(z)$ $(I=1,...,N)$, с которыми ассоциирована группа $SO(N)$. Остальные обозначения соответствуют (1,0) ковариантному формализму (1,0) супергравитации [3]. Как видим, в рамках рассматриваемой теории (1) возможно независимое описание неабелевых групп, связанных с правыми и левыми секторами. Поэтому (1,0) суперсимметричная смешанная модель Тирринга (1) в этом плане похожа на (1,0) лефтон-райтонную модель Тирринга [4], в которой взаимодействуют левые и правые (неабелевые) *бозоны*.

Далее ограничимся случаем $G=SO(n)$ и будем считать $n\leq N$, $N=\alpha n+N'$, где α любое целое число от единицы до $[N/n]$. Пусть g (ортогональные матрицы $n\times n$, $\det g=1$) преобразуются как фундаментальное представление группы $SO(n)$. Вообще говоря, при произвольных значениях матрицы $(S^{IJ})^{ab}$ $(a,b=\overline{1,n}$ отвечают фундаментальному представлению $SO(n))$ анализ модели (1) затруднен. Однако для некоторых специальных значений констант взаимодействия возможно непертурбативное рассмотрение теории (1). А именно, предположим, что ненулевыми являются лишь те компоненты матрицы $(S^{IJ})^{ab}$, индексы I,J которых изменяются от единицы до αn, причем выберем

$$(S^{AB})^{cd}=\frac{1}{k}\delta^{ij}\delta^{a[c}\delta^{d]b},\quad A\equiv a,i,\quad B\equiv b,j,\quad i,j=\overline{1,\alpha}. \tag{2}$$

В зависимости от конкретного значения α будут возникать разные действия S_{FBTM}, в которые спинорные суперполя η_-^I будут входить в форме

$$\tilde{S}_F(\eta_-^I)=-\int d^3zE^-[\eta_-^{I'}\nabla_+\eta_-^{I'}+\eta_-^{i,a}(\delta^{ab}\nabla_++(g^{-1}\nabla_+g)^{ab})\eta_-^{i,b}], \tag{3}$$

где I' изменяется от $\alpha n+1$ до N'.

Запишем статсумму

$$Z[S]=\int\mathcal{D}g\mathcal{D}\eta_-^I\exp[iS_{FBTM}]. \tag{4}$$

Заметим, что лагранжев множитель $\Lambda_+^=$ в действии (1) можно опустить, поскольку в силу симметрии Зигеля он является чисто калибровочной степенью свободы (об этом см., например, статью [5]).

Для фиксированного значения констант взаимодействия (2) справедлива формула

$$\int\mathcal{D}\eta_-^I\exp[iS_{FBTM}]|_{S=\frac{1}{k}1}=e^{i(k-\alpha)S_{WZW}(g)}\int\mathcal{D}\eta_-^I\exp[iS_F(\eta_-^I)], \tag{5}$$

которую нетурдно доказать, используя (3), а также (1,0) суперполевую технику собственного времени [6]. В результате, под знаком континуального интеграла в формуле (4) возникает (1,0) суперсимметричная модель Весса - Зумино - Виттена с новым эффективным уровнем $\tilde{k} = k - \alpha$. Это означает, что в предложенной модели Тирринга существует механизм смещения уровня. Как следствие этого эффекта, теория становится вырожденной, если $\alpha = k$.

В случае смешанной (1,0) суперсимметричной модели Тирринга (1) правый (C_-) и левый (C_+) центральные заряды соответствующих вирасоровских операторов, вообще говоря, не совпадают, поскольку левые и правые киральные моды входят в теорию независимо друг от друга. Разность $c_+ - c_-$ суть супергравитационная аномалия. В силу того, что супергравитационная аномалия существенно однопетлевой эффект [7] указанная разность не зависит от констант взаимодействия S^{IJ}. Поэтому в общем случае центральные заряды модели (1) имеют вид

$$c_+ = \frac{\dim G}{1 + c_2(G)/2k} + \frac{1}{2}\dim G + F(S), \quad c_- = \frac{1}{2}N + F(S), \tag{6}$$

где $F(S) - S$ - зависимый вклад одинаковый для обоих центральных зарядов, $F(S = 0) = 0$.

При помощи смешанной (1,0) суперсимметричной модели Тирринга (1) можно реализовать внутреннюю симметрию $G \times SO(N)$ некоторой четырехмерной гетеротической струны. При этом константы взаимодействия S^{IJ} естественным образом будут отождествляться с безмассовыми скалярными модами, а функция $F(S)$ в (6) будет ни чем иным, как скалярным потенциалом в струнном эффективном действии. В статьях [8,9] функция $F(S)$ вычислялась в виде ряда по степеням матрицы S для фермионной [8] и бозонизованной [9] моделей Тирринга. В работе [10] проведено вычисление $F(S)$ в форме разложения по $1/k$ и найдено соответствующее выражение в ведущем порядке для тех же двух выше названных моделей Тирринга при специальном выборе констант взаимодействия.

Для теории (1) с группой $SO(n) \times SO(N)$, в которой константы взаимодействия даются матрицей (2), можно получить *точное* значение функции $F(S)$. Используя формулы (5), (6) находим

$$F(S = \frac{1}{k}1) = -\frac{\alpha \dim SO(n) c_2(SO(n))}{(1 + \frac{c_2(SO(n))}{2(k-\alpha)})(1 + \frac{c_2(SO(n))}{2k})}. \tag{7}$$

Как видим, в теории имеется особенность при $\alpha = k + c_2/2$.

Далее, поскольку указанному значению матрицы S^{IJ} отвечает свободная теория (на квантовом уровне), то все ренормализационные β-функции обращаются в ноль. Как следствие,

$$F'(S)|_{S=\frac{1}{k}1} = 0. \tag{8}$$

Таким образом, с точкой $S = \frac{1}{k}1$ ассоциирован экстремум эффективного струнного скалярного потенциала. Заметим, что аналогичные точки существуют в бозонизованной модели Тирринга [9].

В заключение рассмотрим, для примера, $SO(n) \times SO(N)$ четырехмерную гетеротическую струну. Условия сокращения супергравитационных аномалий [11] фиксируют значения констант n, N и уровня $k(k > 0)$: $n = 5$, $N = 44$, $k = 2$. Тем самым имеется восемь допустимых значений параметра $\alpha(= 1, 2, ..., 8)$. Патология модели связана с двумя значениями: $\alpha = 2$ -возможно вырождение интеграла по g, $\alpha = 5$ - сингулярность в скалярном потенциале $(F(\alpha = 5) \to \infty)$.

С точки зрения струн не ясными остаются вопросы: 1) каков характер экстремума (8) (минимум, максимум, точка перегиба ?); 2) как понимать па-

тологическое поведение теории при определенных конфигурациях безмассовых мод?

Литература

1. *Gepner D., Witten E.* Nucl. Phys. B, 1986, 278, 493.
2. *Thirring W.* Ann. Phys. (NY), 1958, 3, 91.
3. *Brooks R., Muhammad F., Gates S.J.* Nucl. Phys. B, 1986, 268, 509.
4. *Bellucci S., Depireux D.A., Gates S.J.* Phys. Lett. B, 1989, 232, 67.
5. *Kuzenko S.M., Solovies O.A.* Int. J. Mod. Phys. A, 1990, 5, 1341
6. *Бухбиндер И.Л., Кузенко С.М., Соловьев О.А.* Препринт томского филиала СО АН СССР, N53, 1988.
7. *Кетов С.В., Кузенко С.М., Соловьев О.А* ТМФ, 1990, 84, 79.
8. *Karabali D., Schnitzer H.J., Tsokos K.* Nucl. Phys. B, 1987, 294, 412.
9. *Karabali D., Park Q.-H., Schnitzer H.J.* Nucl. Phys. B, 1989, 323, 572.
10. *Kutasov D.* Phys. Lett. B, 1989, 227, 68.
11. *Кетов С.В., Кузенко С.М., Соловьев О.А.* Письма в ЖЭТФ, 1990, 52, 713.

Томский государственный университет

Поступила в редакцию
8 октября 1990 г.