Письма в ЖЭТФ, том 52, вып. 10, стр. 1167 - 1169 25 ноября 1990 г.

ФЕРМИОННАЯ ЛАГРАНЖЕВАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ КОСЕТОВ G/H

О.А.Соловьев

Предложена теоретико полевая реализация косетов $SO(N)/H$ в терминах моделей майорановских спиноров.

Алгебраические G/H конструкции Годдарда - Кента - Олив [1] (ГКО), как известно, допускают реализацию в рамках двумерной лагранжевой квантовой теории в терминах моделей Весса - Зумино - Новикова - Виттена (ВЗНВ), в которых H - степеней свободы калиброваны подходящим образом [2-4]. В настоящих статьях, руководствуясь общей идеей двумерной ферми-бозе эквивалентности [5,6], предложена теоретико полевая спинорная интерпретация косетов $SO(N)/H$.

Ограничимся рассмотрением майорановских спиноров в искривленном двумерном пространстве-времени. Действие свободных N майорановских фермионов Ψ остается инвариантным относительно глобальной группы вращений $SO(N)$. Для того, чтобы калибровать степени свободы, ассоциированные с некоторой подгруппой H группы $SO(N)$, введем калибровочное взаимодействие спиноров с векторными полями $A^a_\mu (a = 1, ..., \dim H)$ по правилу

$$S_F(\Psi, A_\mu) = i \int d^2x\sqrt{g}(\eta \not\nabla \eta + \varphi^i \not\nabla \varphi^i + J^a A^a), \qquad (1)$$

где (η, φ^i) образуют N майорановских спиноров Ψ. При этом $\varphi^i (i = \overline{1, k})$ преобразуются в фундаментальном представлении подгруппы H для каждого значения индекса i. Параметр k определяется способом вложения H в $SO(N)$. Векторные поля A^a_μ принадлежат присоединенному представлению H, J^a_μ - ковариантный ток

$$J^a_\mu = i\varphi^i \gamma_\mu t^a \varphi^i. \qquad (2)$$

Здесь t^a - генераторы алгебры Ли h

$$[t^a, t^b] = i f^{abc} t^c, \quad \mathrm{Tr}(t^a t^b) = 2\delta^{ab}.$$

В действии (1) отсутствует кинетический член для калибровочных полей, которые тем самым выступают в роли лагранжевых множителей. Из уравнений движения $\delta S_F / \delta A^a_\mu = 0$ находим

$$J^a_\mu = 0. \qquad (3)$$

Таким образом, токи, ассоциированные с подгруппой H, исчезают на классическом уровне.

Квантовая динамика рассматриваемой модели характеризуется континуальным интегралом

$$Z = \int D\Psi DA_\mu \exp[iS_F(\Psi, A_\mu)] \qquad (4)$$

Для того, чтобы вычислить этот интеграл, воспользуемся хорошо известной заменой переменных [2-4]

$$A_+ = (\nabla_+ h h^{-1}), \quad A_- = (\nabla_- \tilde{h}\tilde{h}^{-1}), \qquad (5)$$

где A_+ - компоненты вектора A_μ в обозначениях светового конуса, $h, \tilde{h}$ - независимые групповые элементы из H. В калибровочно инвариантной (векторной) схеме регуляризации якобиан замены (5) может быть представлен в виде [4]

$$J(A_\mu | h, \tilde{h}) = \exp[-ic_2(H) S_{WZNW}(h^{-1}\tilde{h})] \times$$

$$\times \exp[i\mathrm{Tr} \int d^2x\sqrt{g}(b_+ \nabla_- c + b_- \nabla_+ \bar{c})], \qquad (6)$$

где S_{WZNW} - действие модели ВЗНВ [6], $c_2(H)$ - квадратичный оператор Казимира в присоединенном представлении группы $H, c, \bar{c}, b_\pm$ - грассмановские вспомогательные поля, принимающие значения в присоединенном представлении H.

В результате замены (5) калибровочная часть действия (1) приобретает форму.

$$S_g = i \int d^2x\sqrt{g}[\varphi^i \not\nabla \varphi^i + J_+(\nabla_- \tilde{h}\tilde{h}^{-1}) + J_-(\nabla_+ h h^{-1})]. \qquad (7)$$

Используя калибровочно ковариантный регулятор, нетрудно доказать равенство

$$\int D\Psi \exp[iS_F(\Psi, A_\mu)] = e^{-ikS_{WZNW}(h^{-1}\tilde{h})} \times \int D\Psi \exp[iS_F(\Psi, 0)]. \qquad (8)$$

В итоге, под знаком континуального интеграла (4) возникает модель ВЗНВ с уровнем - $(k + c_2(H))$ (сравните с [4]) инвариантная относительно калибровочных преобразований

$$h \longrightarrow \lambda h, \quad \tilde{h} \longrightarrow \lambda \tilde{h}, \quad \lambda \in H. \qquad (9)$$

Следовательно, можно наложить алгебраическую (без гостовую) калибровку $\tilde{h} = 1$.

Тогда для континуального интеграла (4) получаем выражение

$$Z = \int DhD\Psi Db_+ Db_- DcD\bar{c} \times$$

$$\times \exp[-i(k + c_2(H))S'_{WZNW}(h) + iS_F(\Psi, 0) + i\int d^2x\sqrt{g}(b_+ \nabla_- c + b_- \nabla_+ \bar{c})], \qquad (10)$$

где S'_{WZNW} отличается от S_{WZNW} знаком перед членом Весса - Зумино.

Соответствующий центральный заряд c алгебры Вирасоро теперь легко находится по вейлевской аномалии функционала (10)

$$c = \frac{N}{2} + \frac{2(-k - c_2(H))\dim H}{2(-k - c_2(H)) + c_2(H)} - 2\dim H =$$

$$= \frac{\dim SO(N)}{1 + c_2(SO(N))/2k_G} - \frac{\dim H}{1 + c_2(H)/2k_H}, \qquad (12)$$

где $k_G = 1$ - уровень алгебры Каца - Муди $S\hat{O}(N)$, $k_H = k$ уровень алгебры Каца - Муди $\hat{H}$, зависящий от способа вложения H в $SO(N)$, как и в алгебраическом подходе [1]. Нетрудно видеть, что полученное выражение идентично значению центрального заряда конформной модели на косете $SO(N)/H$ [1-4]. Таким образом продемонстрирована возможность фермионной полевой реализации косетов.

Что касается теоретико полевого описания более сложных косетов G/H (например, $SO(N)/H$ с $k_G \neq 1$), то для этого требуются более сложные модели фермионов (не только майорановских) с набором вспомогательных калибровочных полей. Исследование таких моделей предполагается в последующих работах.

Литература

1. *Goddard P., Kent A., Olive D.* Phys. Lett. B, 1985 152, 88: Commun. Math. Phys., 1986, 103, 105; *Goddard P., Olive D.* Int J. Mod. Phys. A, 1986, 1, 303.
2. *Bowcock P.* Nucl. Phys. B, 1989, 316, 80.
3. *Karabali D., Park Q-H., Schnitzer H.J., Yang Z.* Phys. Lett., B, 1989, 216, 307; *Schnitzer H.J. Brandeis.* Preprint BRX TH-254, 1988; *Karabali D., Schnitzer H.J.* Brandeis preprint BRX TH-267, 1989.
4. *Karabali D.* Brandeis preprint BRX TH-275, 1989.
5. *Colemam S.* Phys. Rev. D, 1975, 11, 2088.
6. *Witten E.* Comm. Math. Phys., 1984, 92, 455.

Томский государственный университет

Поступила в редакцию
15 октября 1990 г.