Письма в ЖЭТФ, том 52, вып. 11, стр. 1196 - 1199 10 декабря 1990 г.

КРИТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА СЛАБО ФЛУКТУИРУЮЩИХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ

Е.В.Гурович, Е.И.Кац, В.В.Лебедев

Предложена процедура учета влияния критических флуктуаций параметра порядка на динамику некритических длинноволновых степеней свободы. Динамические характеристики таких степеней свободы однозначно связаны с обобщенной восприимчивостью системы по отношению к полю, сопряженному квадрату параметра порядка. Для широкого класса переходов получены явные формулы, допускающие детальное сравнение теории с экспериментом.

Наша работа посвящена теоретическому рассмотрению динамических критических явлений.

К настоящему времени установлено, что характер сингулярного поведения статических физических величин вблизи точки фазового перехода второго рода определяется в основном его принадлежностью к тому или иному классу универсальности, число которых ограничено. Именно это позволяет описывать статические критические свойства разных веществ в рамках единой теоретической схемы [1,2], которая объясняет основные особенности поведения вещества вблизи точки фазового перехода: скейлинг, связь между различными критическими индексами и т. п.

Ситуация с критической динамикой является менее благополучной. Несмотря на наличие большого количества посвященных этой проблеме работ до сих пор не сложилась общая картина критических динамических явлений. Это связано прежде всего с тем, что в динамике критические эффекты проявляются гораздо более сложным образом, чем в статике. Более того, вещества, статическое критическое поведение которых описывается в рамках одного и того же класса универсальности, могут обладать совершенно различной критической динамикой.

Теоретические работы, посвященные критической динамике, можно разбить на две группы. Первую группу составляют полуэмпирические работы, которые не содержат в себе достаточного обоснования используемых для расчета выражений. Вторую группу составляют работы, посвященные исследованию простых динамических моделей в рамках традиционной теории фазовых переходов. С основными результатами, полученными в этом направлении, можно ознакомиться по обзору Гальперина и Хоэнберга [3].

В рамках этого подхода были получены существенные результаты, касающиеся собственной динамики параметра порядка. При этом на ряде конкретных примеров с помощью ренорм-групповой процедуры была подтверждена гипотеза динамического скейлинга. Основная трудность, возникающая при таком подходе, заключается в том, что не удается включить в ренорм-групповую процедуру динамику степеней свободы, отличных от критической.

В настоящей работе мы продемонстрируем, каким образом можно преодолеть указанную трудность. Нам удалось разработать процедуру, позволяющую связать структуру корреляторов гидродинамических переменных, несущих полную информацию о длинноволновой динамике системы, с динамическим коррелятором параметра порядка. Эта связь может быть выписана в явном виде для широкого класса фазовых переходов второго рода.

Перечислим основные шаги, которые необходимо сделать в рамках упомянутой процедуры.

Во-первых, необходимо построить полную систему нелинейных динамических уровней для длинноволновых переменных. В эту систему входит как уравнение для параметра порядка ψ, так и уравнения для слабо флуктуирующих переменных. В число этих переменных входят плотности сохраняющихся величин (массы, энергии, импульса), а также связанные со спонтанным нарушением симметрии переменные (директор в нематике, вектор смещения в кристаллах и т.д.). Затем в динамических уравнениях следует выделить главные нелинейности.

Во-вторых, по нелинейным динамическим уравнениям строится эффективное действие I, позволяющее сформулировать диаграммную технику для вычисления динамических флуктуационных эффектов (см., например, монографию [4]). Затем можно эффективно устранить из рассмотрения слабо флуктуирующие величины, проинтегрировав по ним функцию распределения $\exp(iI)$. Вследствие того, что эти переменные являются слабо флуктуирующими, в действии I достаточно удержать члены до второго порядка по отклонениям этих переменных от равновесных значений. Поэтому интегрирование $\exp(iI)$ по слабо флуктуирующим переменным сводится к замене I на экстремум по этим переменным.

Полученное в результате действие описывает собственную динамику параметра порядка ψ. Разумеется его структура зависит от природы рассматриваемого перехода. Если это действие является ренормируемым, то корреляторы параметра порядка будут удовлетворять соотношениям динамического скэйлинга. Такое исследование для ряда моделей было проведено Гальпериным и Хоэнбергом (см. обзор [5]).

В-третьих, необходимо выразить корреляторы слабо флуктуирующих величин через корреляторы параметра порядка. Это можно сделать, если при исключении слабо флуктуирующих переменных в действии оставить зависимость от сопряженных им "токов", а затем разложить по этим "токам" производящий функционал. Подчеркнем, что динамические корреляторы слабо флуктуирующих переменных уже не будут удовлетворять каким-либо простым скэйлинговым соотношениям.

Ниже мы приведем некоторые явные формулы, полученные в результате проведения описанной выше процедуры. Речь пойдет о таких фазовых переходах, как ориентационные фазовые переходы в жидких кристаллах, фазовые переходы в ферромагнитное или сверхтекучее состояние и т.п. В этих случаях разложение энергии по параметру порядка ψ содержит только четные члены. Наряду с ними в разложении энергии следует учитывать члены разложения по отклонениям от равновесных значений слабофлуктуирующих переменных.

Обозначим через φ_a отклонения этих переменных от их критических значений. Поскольку переменные φ_a являются слабо флуктуирующими, в разложении энергии достаточно сохранить только линейные и квадратичные по φ_a члены разложения. Для рассматриваемых переходов они имеют следующий вид:

$$\frac{1}{2}\varphi_a\beta_{ab}\varphi_b + \frac{1}{2}\psi^2\Xi_a\varphi_a. \tag{1}$$

По повторяющимся индексам a, b здесь и ниже подразумевается суммирование.

Для ряда переходов величины β_{ab}, Ξ_a являются просто набором констант. Однако, если в число φ_a входят такие величины, как вектор смещения $\vec{u}$ кристаллической решетки, величины β_{ab}, Ξ_a являются дифференциальными операторами, так как энергия кристалла может зависеть только от производных $\nabla_i u_k$. Все приведенные ниже формулы справедливы в обоих случаях, только во втором случае β_{ab}, Ξ_a являются функциями волнового вектора.

Динамические корреляторы слабо флуктуирующих величин выражаются через функцию $F(\omega, \vec{q})$, которая является обобщенной восприимчивостью системы по отношению к полю сопряженному ψ^2. Функция F аналитична по частоте в верхней полуплоскости и связана следующим соотношением с фурье компонентой коррелятора $<\psi^2(t,\vec{r})\psi^2(0,0)>$:

$$<\psi^2\psi^2>_{\omega,q} = 4iT\omega^{-1}(F(\omega) - F(-\omega)). \tag{2}$$

Здесь T - температура. Соотношение (2) однозначно связывает между собой функцию F и коррелятор $<\psi^2\psi^2>$. Выражение (2) вытекает из флуктуационно-диссипационной теоремы.

Критическое поведение динамических характеристик системы можно найти, если в затравочные линеаризованные уравнения для величин φ_a вместо матрицы β_{ab} подставить выражение

$$\tilde{\beta}_{ab}(\omega, \vec{q}) = \beta_{ab} - \Xi_a^* F \Xi_b (1 + \Xi_c^* \beta_{cd}^{-1} \Xi_d F)^{-1}. \tag{3}$$

Здесь Ξ_a, β_{ab} являются вообще говоря функциями волнового вектора $\vec{q}, F$ зависит как от $\vec{q}$, так и от ω, β_{ab}^{-1} означает матрицу, обратную $\beta_{ab}, \Xi_a^*(\vec{q}) = \Xi_a(-\vec{q})$. Формула (3) задает ренормированную за счет флуктуаций параметра порядка матрицу β_{ab}.

Так, например, линейное уравнение для фурье-компоненты скорости $\vec{v}$ имеет следующий вид:

$$\{\rho\omega\delta_{ik} - \omega^{-1} g_{ai}^* g_{bk} \tilde{\beta}_{ab} + i\eta_{ikmn}^0 g_m g_n\} v_k(\omega, \vec{q}) = iF_i(\omega, \vec{q}). \tag{4}$$

Здесь ρ - плотность массы, η^0_{ikmn} - затравочный тензор вязкости, F_1 - плотность внешней силы, приложенной к системе, а величины g_{ai} фигурируют в линейных бездиссипативных уравнениях для переменных φ_a:

$$\omega\varphi_a = -ig_{ai}v_i.$$

Условие равенства нулю детерминанта матрицы в фигурных скобках в левой части (4) определяет законы дисперсии динамических мод системы.

Подчеркнем, что уравнение (4) справедливо вне зависимости от того, имеет ли место режим среднего поля или сильно развитых флуктуаций. Вся информация об этом зашифрована в конкретном виде функции $F(\omega, \vec{q})$, определяющей в соответствии с (3) величину ренормированной матрицы $\tilde{\beta}_{ab}$. Формула (4) описывает критическое поведение звуковых и вязких степеней свободы во всей области вблизи точки фазового перехода. Поэтому она допускает детальное сравнение с экспериментальными данными. Пример такого сравнения для фазового перехода смектик А - смектик С можно найти в работе [5].

Отметим, что формула (4) приводит к весьма сложному кроссоверному поведению динамических характеристик, связанному как с кроссоверным поведением функции F, так и со сложной зависимостью матрицы $\tilde{\beta}_{ab}$ от F. Например, для низкочастотных коэффициентов вязкости, определяющих поглощение звука в области развитых флуктуаций имеет место кроссовер от поведения $\propto |T-T_c|^{-z\nu-\alpha}$ к поведению $\propto |T-T_c|^{-z\nu+\alpha}$. Здесь z - критический динамический индекс, а ν, α - критические индексы корреляционного радиуса и теплоемкости.

Приведенные соотношения (формулы (3), (4)) решают вопрос о связи критического поведения наблюдаемых динамических характеристик с корреляторами параметра порядка, удовлетворяющими соотношениям динамического скейлинга. Для конкретного случая фазового перехода смектик А - смектик С эта задача была решена нами в работе [6].

Литература

1. *Wilson K.S., Kogut L.* Phys. Rep. C, 1974, 12, 76.
2. *Паташинский А.З., Покровский В.Л.* Флуктуационная теория фазовых переходов, М.: Наука, 1982.
3. *Halperin D., Hohenberg P.I.* Rev. Mod. Phys., 1977, 49, 435.
4. *Кац Е.И., Лебедев В.В.* Динамика жидких кристаллов.М.: Наука, 1988.
5. *Баландин В.А., Гурович Е.В., Кашицын А.С. и др.* ЖЭТФ, 1990, 98, 485.
6. *Гурович Е.В., Кац Е.И., Лебедев В.В.* ЖЭТФ, 1988 94, 167.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5 ноября 1990 г.