Письма в ЖЭТФ, том 56, вып.4, стр.189 - 191 25 августа 1992 г.

ПЕРЕНОРМИРОВКА ДВУМЕРНОЙ КВАНТОВОЙ ГРАВИТАЦИИ С МАТЕРИЕЙ И ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ

Э.Элизальде[*1)], *С.Д.Одинцов*

Томский педагогический институт
634041, Томск, Россия

**Барселонский университет, Испания*

Поступила в редакцию 27 июля 1992 г.

Исследована однопетлевая перенормировка двумерной квантовой гравитации с материей. Показано, что теория может быть мультипликативно-перенормируемой на однопетлевом уровне. Обсуждены также заряженные черные дыры, возникающие в теории.

Виттеновское отождествление двумерной черной дыры [1] в теории струн вызвало значительный интерес к черным дырам в двумерной гравитации. В частности, классически-решаемая и мультипликативно-перенормируемая модель двумерной гравитации была изучена в работе [2] как "toy model" для испарения и рождения черных дыр. Более общий случай этой модели (двумерная гравитация с материей) описывается действием:

$$S = \int d^2x\sqrt{g}\exp(-2\phi)[R+\gamma g^{\mu}\ \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - \frac{1}{4}f(\phi)F_{\mu\nu}^2 + b(\phi)g^{\mu\nu}\partial_\mu\psi\partial_\nu\psi + V(\phi,\psi)], \quad (1)$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, ϕ – дилатон, $f(\phi)$, $b(\phi)$ – произвольные функции ϕ, ψ – скаляр. Частные случаи теории (1) описывают эффективное действие бозонной ($A_\mu = \psi = 0$, $\gamma = 4$, $V = \Lambda$) или гетеротической ($f = 1$, $b = \mathrm{const}$, $V = \Lambda$) струн. Теория с действием (1) также может быть связана с четырехмерной теорией Эйнштейна-Максвелла с помощью некоторой компактификации. Целью работы будет изучить перенормировку теории с действием (1).

Для дальнейшего будет удобно переписать действие (1) с помощью следующих преобразований:

$$\tilde{\phi} = e^{-\phi}, \qquad c_1\varphi = \gamma\tilde{\phi}^2, \qquad g_{\mu\nu} = e^{2\rho}\tilde{g}_{\mu\nu},$$

$$\rho = \frac{\gamma\tilde{\phi}^2}{4c_1} - \frac{1}{8\gamma}\ln\tilde{\phi}. \quad (2)$$

Тогда, опуская волну и вводя функции f, b, V, можно переписать (1) как

$$S = \int d^2x\sqrt{g}[\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + c_1\varphi R - \frac{1}{4}f(\varphi)F_{\mu\nu}^2 + b(\varphi)g^{\mu\nu}\partial_\mu\psi\partial_\nu\psi + V(\varphi,\psi)]. \quad (3)$$

Теория (3) перенормируема в обобщенном смысле (допуская изменение f, b, V при перенормировке).

Однопетлевые контрчлены можно вычислить, используя технику работ [3]. Мы также используем следующий выбор калибровочных условий (в электромагнитном и гравитационном секторе)

$$S_{GF} = -\frac{c_1}{2}\int d^2x\sqrt{g}(\nabla_\nu h_\mu^\nu - \frac{1}{2}\nabla_\mu h - \frac{1}{\phi}\nabla_\mu\varphi)\phi\times$$

[1)] E.Elizalde

$$\times(\nabla_\rho h^{\rho\mu} - \frac{1}{2}\nabla^\mu h - \frac{1}{\phi}\nabla^\mu \varphi) - \frac{1}{2}\int d^2x\sqrt{g}\, f(\phi)(\nabla_\mu A^\mu)^2, \tag{4}$$

где ϕ – фоновый дилатон, $h_{\mu\nu}$, φ, A_μ – квантовые поля. Результат такого чрезвычайно громоздкого вычисления [2)] дает однопетлевое перенормированное действие в виде:

$$S_R = \int d^2x\sqrt{g}\left\{\frac{1}{2}\left[1 - \frac{6}{\epsilon\varphi^2} - \frac{1}{4\epsilon}\left(\frac{b^{(1)}(\varphi)}{b(\varphi)}\right)^2\right]\times\right.$$

$$\times g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + c_1\varphi R + V(\varphi,\ \psi)\left(1 - \frac{1}{\epsilon c_1\varphi}\right) - \frac{V^{(1)}(\varphi,\ \psi)}{\epsilon c_1} -$$

$$\left. - \frac{\ddot{V}(\varphi,\ \psi)}{2\epsilon c_1} - \frac{f(\varphi)}{4}F^2_{\mu\nu}\left(1 - \frac{1}{\epsilon c_1^2} - \frac{f^{(1)}(\varphi)}{\epsilon c_1 f(\varphi)}\right) + b(\varphi)g^{\mu\nu}\partial_\mu\psi\partial_\nu\psi\right\}, \tag{5}$$

где $V^{(1)} \equiv \frac{\partial V}{\partial\varphi}$, $\dot{V} \equiv \frac{\partial V}{\partial\psi}$, $\epsilon = 2\pi(n-2)$. Заметим, что в секторе дилатонной гравитации результат совпадает с полученным в [3].

Легко видеть, что однопетлевую перенормировку полей можно выбрать в виде:

$$\varphi = \varphi_R, \quad c_1 = c_{1R}, \quad g_{\mu\nu} = e^{2\sigma(\varphi, c_1, \epsilon)}\tilde{g}_{\mu\nu},$$

$$\partial_\nu\sigma(\varphi, c_1, \epsilon) = \frac{1}{4c_1\epsilon}\left[6\partial_\nu\varphi^{-1} - \frac{1}{4}\left(\frac{b^{(1)}}{b}\right)^2\partial_\nu\varphi\right]. \tag{6}$$

Тогда однопетлевое эффективное действие (5) становится конечным, например, при следующем выборе:

$$V(\varphi,\ \psi) = V_1(\varphi)\exp(\sqrt{a(\varphi)}\psi) + V_2(\varphi)\exp(-\sqrt{a(\varphi)}\psi),$$

$$b(\varphi) = b \equiv \text{const}, \qquad a(\varphi) = \text{const} \tag{7}$$

и

$$f(\varphi) = \frac{f_0}{\varphi^3}\exp\left[-\left(\frac{1}{c_1} + \hat{b}\right)\varphi\right], \qquad f_0 = \left(1 - \frac{\tilde{b}}{\epsilon c_1}\right)f_0^R,$$

$$V(\varphi) = \mu\varphi^2\exp\left[-\left(\frac{a}{2} + \tilde{a}\right)\varphi\right], \qquad \mu = \left(1 - \frac{\tilde{a}}{\epsilon c_1}\right)\mu_R, \tag{8}$$

где $\tilde{a}$, b – произвольные константы. Таким образом, приведен явный вид дилатонных потенциалов при которых теория не только перенормируема в обобщенном смысле, но и мультипликативно-перенормируема в однопетлевом приближении.

В терминах исходного действия (1) теория мультипликативно-перенормируема для

$$V(\phi) = \mu' e^{\alpha'\phi}e^{A'e^{-2\phi}}, \qquad b(\phi) = be^{2},$$

$$f(\phi) = f'e^{-(\alpha'-6)\phi}e^{B'e^{-2\phi}}. \tag{9}$$

При разложении в ряд $e^{-\phi}$, потенциал V в (9) соответствует частному случаю дилатонного потенциала, ожидаемого от петлевых поправок в замкнутых струнах [4].

[2)] Детали вычислений будут опубликованы.

В случае статических сферических конфигураций: $F_{\mu\nu} = \tilde{f}(r)dr\Lambda dt$, $\phi(r)$, $\psi(r)$ с асимптотически плоской метрикой

$$ds^2 = -g(r)dt^2 + g^{-1}(r)dr^2, \quad g(r) \underset{r\to\infty}{\longrightarrow} 1 \tag{10}$$

и $\psi(r) = \mathrm{const}$, и функций (9) можно получить следующее решение классических полевых уравнений для (i) (см. также [4,5])

$$\tilde{f}(r) = \tilde{f}_0 f^{-1}(\phi(r))e^{2\phi(r)},$$

$$\phi(r) = \begin{cases} \phi_0 + \frac{\alpha}{2}\ln r, & \gamma \neq 4 \\ \phi_0 - \frac{Q}{2}r, & \gamma = 4, \end{cases} \tag{11}$$

где $\alpha = 4/\gamma - 4$, ϕ_0, Q – произвольные константы. Для $g(r)$ получаем:

$$g(r) = \begin{cases} r^{\alpha+1}[-2m - \frac{1}{\alpha}\int^r ds\, s^{-\alpha}W(\phi(s)), & \gamma \neq 4 \\ e^{-Qr}[-2m + \frac{1}{Q}\int^r ds e^{Qs}W(\phi(s)), & \gamma = 4, \end{cases} \tag{12}$$

где $W(\phi) = V(\phi) - \tilde{f}_0^2 e^{4\phi}/2f(\phi)$, m – новая константа, которая играет роль массы черной дыры. Решения (10), (11) соответствуют заряженным черным дырам с множественным горизонтом [3)].

Таким образом, мы показали, что дилатонная двумерная гравитация с материей мультипликативно-перенормируема (при некотором выборе дилатонных потенциалов) и допускает при этом решения – заряженные черные дыры.

1. E.Witten, Phys. Rev. **44**, 314 (1991).
2. C.G.Callan, S.B.Giddings, J.A.Harvey, and A.Strominger, Phys. Rev. D **45**, 1005 (1992).
3. S.D.Odintsov, and I.L.Shapiro, Phys. Lett. B **263**, 183 (1991); Europhys. Lett. **15**, 575 (1991); ЯФ, 1992 в печати; Письма в ЖЭТФ, **54**, 205 (1991).
4. O.Lechtenfeld, and C.Nappi, Princeton preprint 92/22, 1992.
5. E.Elizalde, and S.D.Odintsov, Barcelona Univ. preprint 92/17, 1992.

[3)] Физические свойства этих решений будут изучены в другой работе.