СОЛИТОНЫ ОГИБАЮЩЕЙ С РАЗЛИЧАЮЩИМИСЯ НЕСУЩИМИ ЧАСТОТАМИ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ С ДИСПЕРСИЕЙ

В.Я.Хасилев

Научно-исследовательский институт физики при Ростовском государственном университете

344104, Ростов-на-Дону

Поступила в редакцию 16 июля 1992 г.

Методом преобразования рассеяния решена задача о двухчастотных солитонах в световоде с квадратичной дисперсией и керровской нелинейностью. Обнаружены "солитонные спектральные вспышки" на комбинационных частотах, в которые обратимо преобразуется энергия солитонов.

В нелинейной оптике волоконных световодов большой интерес вызывает задача о распространении в волокне солитонов с различающимися частотами или состояниями поляризации [1-9]. Однако уже в случае двух компонент систему связанных уравнений для огибающих $E_n(z,t)$, которую приводят к виду:

$$i(E_n' + v_n^{-1}\dot{E}_n) + \ddot{E}_n/2 + E_n(|E_n|^2 + 2|E_{3-n}|^2) = 0, \qquad n = 1,2 \tag{1}$$

не удается точно проинтегрировать. В [10] это объясняется невыполнимостью условий теста Пенлеве для (1). Численным моделированием было показано, что солитоны системы (1) при столкновениях теряют энергию на излучение и могут разрушаться [4].

Описание с помощью (1), на наш взгляд, не является полным, так как не учитывает появление компонент поля на комбинационных частотах вследствие нелинейной поляризации среды.

Представим поле $E(z,t)$ суперпозицией полей на исходных ω_1, ω_2 и комбинационных $\omega_{n,m} = \omega_n + 2m(\omega_2 - \omega_1)$ частотах:

$$E(z,t) = \mathrm{Re}(E_1(z,t)\exp(i(\omega_1 t - k_1 z)) + E_2(z,t)\exp(i(\omega_2 t - k_2 z))),$$

$$E_n = \sum_m E_{n,m}(z,t)\exp(im\Omega), \qquad \Omega = 2((\omega_2 - \omega_1)t - (k_2 - k_1)z),$$

$$n = 1,2: \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Будем считать $E_{n,m}$ медленно изменяющимися на масштабе $(\omega_2 - \omega_1)^{-1}$ и примем квадратичный закон линейной дисперсии:

$$k(\omega) = v_0^{-1}\omega + \omega^2/2. \tag{2}$$

Тогда из уравнений Максвелла с учетом кубичного по полю нелинейного отклика среды получим в безразмерных координатах:

$$i(E_n' + v_n^{-1}\dot{E}_n) + \ddot{E}_n/2 + E_n(|E_n|^2 + 2|E_{3-n}|^2) + E_n^* E_{3-n}^2 \exp(i(3-2n)\Omega) = 0,$$

$$n = 1,2; \;\; v_n^{-1} = v_0^{-1} + \omega_n. \tag{3}$$

Система(3) для E_1 и E_2 в компактной форме содержит уравнения для всех компонент $E_{1,m}$ и $E_{2,m}$.

Рассмотрим переопределенную систему линейных уравнений $\dot{\psi} = U\psi$, $\psi' = V\psi$ с условием совместности [11] :

$$U' - \dot{V} + [U, V] = 0. \tag{4}$$

Выберем:

$$U = \lambda D + F(z,t),$$

$$D = \mathrm{diag}(1,-1,-1,1), \quad F(z,t) = \begin{pmatrix} 0 & \Phi_1 & \Phi_2 & 0 \\ \Phi_8 & 0 & 0 & \Phi_3 \\ \Phi_7 & 0 & 0 & \Phi_4 \\ 0 & \Phi_6 & \Phi_5 & 0 \end{pmatrix},$$

$$V = (i\lambda - v_0^{-1})U + iD(\dot{F} - F^2)/2.$$

При этом (4) примет вид:

$$i(F' + v_0^{-1}\dot{F}) + D(\ddot{F}/2 - F^3) = 0. \tag{5}$$

Система (5) содержит 8 уравнений для Φ_k и допускает редукцию:$\Phi_1 = \Phi_5 = -\Phi_4^* = -\Phi_8^* = E_1 \exp(i(\omega_1 t - k_1 z))$, $\Phi_2 = \Phi_6 = -\Phi_3^* = -\Phi_7^* = E_2 \exp(i(\omega_2 t - k_2 z))$, которая с учетом (2) дает (3). Существование для (3) представления (4) достаточно для разрешимости (3) методом преобразования рассеяния.

Выполнив обратное преобразование рассеяния для безотражательного потенциала, содержащего N и M солитонов с несущими частотами ω_1 и ω_2 получим $(N+M)$ солитонное решение:

$$E_1(z,t) = (a+ib)\exp(i(k_1 z - \omega_1 t))/2, \quad E_2(z,t) = (a-ib)\exp(i(k_2 z - \omega_2 t))/2, \tag{6}$$

$$a = \sum_{j,l}^{N+M} A_{jl}/\det[a_{j,l}], \quad b = \sum_{j,l}^{N+M} B_{j,l}/\det[b_{j,l}],$$

где $A_{j,l}$ – алгебраическое дополнение к элементу $a_{j,l}$, det – детерминант матриц с элементами:

$$C_{j,l} = (g_j^{-1} + g_l^*)/(h_j + h_l^*), \quad h_j = A_j + i(\Delta_j + \omega_j), \quad j,l = 1,2,...(N+M)$$

$$g_j = \exp(h_j(t - v_0^{-1}z - t_j) + ih_j^2 z/2 + i(\varphi_j + \delta)),$$

где $\omega_j = \omega_1$ при $j \le N$, $\omega_j = \omega_2$ при $j > N$; $\delta = 0$ для матрицы $a_{j,l}$; $\delta = -\pi/2$ при $j \le N$, $\delta = \pi/2$ при $j > N$ для матрицы $b_{j,l}$. $4(N+M)$ произвольных действительных констант задают амплитуду A_j, параметр запаздывания Δ_j, начальную задержку t_j и начальную фазу φ_j солитонов.

Извлечение из решения (6) компонент $E_{n,m}$ производится прямым и обратным Фурье преобразованиями с выделением интервала частот вблизи $\omega_{n,m}$:

$$E_{n,m}(z,t) = (2\pi)^{-1}\int_{\omega_{\text{н}}}^{\omega_{\text{в}}} d\omega \exp(i\omega t)\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-i\omega\tau)E_n(z,\tau)d\tau,$$

где $\omega_{\text{н}} = \omega_n + (2m - 1/2)(\omega_2 - \omega_1)$, $\omega_{\text{в}} = \omega_n + (2m + 1/2)(\omega_2 - \omega_1)$, .

Анализ (1+1)-солитонного решения показывает, что компоненты $E_{1,0}$ и $E_{2,0}$, соответствующие медленным амплитудам на частотах ω_1 и ω_2 асимптотически (при $z \to \infty$) имеют вид шредингеровских солитонов [12]:

$$\lim_{z\to\infty} E_{n,o} = A_n \mathrm{sech} A_n(t - v_n^{-1}z)\exp(iA_n^2 z/2).$$

При столкновении солитонов форма этих компонент искажается. Компоненты $E_{1,m}$ и $E_{2,m}$, соответствующие комбинационным частотам, появляются при сближении солитонов и экспоненциально уменьшаются при их расхождении. Таким образом возникают "солитонные спектральные вспышки" – энергия кратковременно перекачивается из основных частот спектра в комбинационные, а затем процесс идет в обратном направлении. При удалении от исходных частот (увеличении индекса m), длительность и амплитуда компонент уменьшаются $E_{n,m} \sim (A_1A_2/(\omega_2 - \omega_1)^2)^{-2|m|}$. Вероятно, преобразование энергии в комбинационные частоты возможно для широкого класса нелинейных сред, однако, полный возврат энергии в исходные частоты возможен не всегда. В данном случае для этого необходимо выполнение (3) и солитонная форма исходных импульсов.

С учетом полученных результатов рассмотрим случай, когда вблизи частот ω_1 и ω_2 излучение распространяется без потерь, а на других частотах потери настолько велики, что полем на комбинационных частотах можно пренебречь. При этом в (3) можно опустить члены вида $E_n^* E_{3-n}^2$ и (3) переходит в (1). В этом случае энергия по прежнему преобразуется в комбинационные частоты (нелинейные свойства среды не изменились), но из-за быстрого поглощения средой поле на комбинационных частотах пренебрежимо мало и обратный процесс отсутствует. Таким образом, широко используемая система уравнений (1) в действительности соответствует случаю сильного поглощения на комбинационных частотах, что не всегда выполняется для кварцевых волоконных световодов. Действительно, при типичных условиях эксперимента [13] – длительность солитонов ~ 10 пс, амплитуда ~ 1 Вт и при выборе длин волн $\lambda_1 = 1,48$ мкм, $\lambda_2 = 1,50$ мкм в область прозрачности световода попадает ~ 10 ближайших комбинационных частот. Отметим, что для экспериментального наблюдения "солитонных спектральных вспышек" необходимо выбрать такую задержку между импульсами, чтобы их столкновение происходило вблизи выходного торца световода. При этом изменяя величину задержки можно наблюдать различные фазы "солитонных спектральных вспышек".

Из полученных результатов следует, что повышение пропускной способности волоконно-оптических систем передачи информации возможно за счет солитонов с различающимися несущими частотами. При этом для устранения потерь и взаимного влияния каналов необходимо, чтобы ближайшие комбинационные частоты попадали в диапазон прозрачности.

Автор благодарит Г.М.Верешкова за плодотворные дискуссии.

1. G.P.Agraval, Phys. Rev. Lett. **59**, 880 (1987); Phys. Rev. A **40**, 5063 (1989); Phys. Rev. A **39**, 3406 (1989).
2. T.Ueda, and W.Kath, Phys. Rev. A. **42**, 563 (1990).
3. M.Florjanczyk, and R. Tremblay, Phys. Lett. A **141**, 34 (1989).
4. S.Trillo, and S.Wabnits, Phys. Rev. A **36**, 3881 (1987); **41**, 6415 (1990).
5. B.Grosignani et al., J. Opt. Soc. Am. B **3**, 1120 (1986).
6. G.K.Newboult et al., J. Math. Phys. **30**, 930 (1989).
7. В.М.Елонский и др., ЖЭТФ **99**, 1113 (1991).
8. В.В.Афанасьев и др., Письма в ЖЭТФ **48**, 588 (1988).
9. Ю.С.Кившарь. Квантовая электроника **17**, 1599 (1990); **17**, 1603 (1990).
10. R.Sahadevan et al., J. Phys. A. Math. Gen. **19**, 1783 (1986).
11. Л.А.Тахтаджян, Л.Д.Фаддеев. Гамильтонов подход в теории солитонов, М.: Наука, 1986, с.12.
12. В.Е.Захаров, А.Б.Шабат, ЖЭТФ **61**, 118 (1971).
13. L.F.Mollenauer et al., Phys. Rev. Lett. **45**, 1045 (1980).