Письма в ЖЭТФ, том 57, вып.3, стр.187 - 188

РЕЛАКСАЦИЯ ВИХРЯ В НЕЛОКАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДОВ

Ю.М.Алиев, В.П.Силин, С.А.Урюпин

Физический институт им.П.Н.Лебедева РАН

117924, Москва, Россия

Поступила в редакцию 5 января 1993 г.

Для джозефсоновского перехода с большим затуханием приведены аналитические решения нелокальной электродинамической задачи, описывающие релаксацию вихря с характерным пространственным размером меньшим джозефсоновской длины λ_J.

В работе [1] нами было получено уравнение, составляющее основу пространственно нелокальной электродинамики джозефсоновских переходов:

$$\frac{1}{\omega_J^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}+\sin\varphi=\frac{\lambda_J^2}{\pi\lambda}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz' K_0\left(\frac{|z-z'|}{\lambda}\right)\varphi(z',t), \tag{1}$$

где λ – лондоновская глубина проникновения поля, λ_J – размер джозефсоновского вихря, ω_J – джозефсоновская плазменная частота, $K_0(z)$ – функция Макдональда. Для плавного пространственного изменения фазы на масштабе λ это уравнение сводится к обычному уравнению синус-Гордона. В противоположном пределе интегральность правой части уравнения (1), как показано в работе [1], играет существенную роль.

В [2] получено стационарное асимптотическое решение уравнения (1), отвечающее пределу $\lambda \gg \lambda_J$, когда может быть использовано приближение $K_0(z) \approx \ln\frac{2}{z} - C$, где $C = 0,577$ – постоянная Эйлера. Это решение имеет вид:

$$\varphi(z)=\pi+2\mathrm{arctg}\,\frac{\lambda z}{\lambda_J^2}. \tag{2}$$

В настоящей статье мы приводим результаты, описывающие временную резистивную релаксацию вихря. Такая релаксация описывается обычным [3,4] добавлением дополнительного слагаемого в левую часть уравнения (1), что в пределе сильной диссипации $\beta \gg \omega_J$ дает:

$$\frac{\beta}{\omega_J^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\sin\varphi=\frac{\lambda_J^2}{\pi\lambda}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz' K_0\left(\frac{|z-z'|}{\lambda}\right)\varphi(z',t), \tag{3}$$

где $\beta = (RC_s)^{-1}$, R – сопротивление, C_s – емкость на единицу площади джозефсоновского перехода. В асимптотическом нелокальном пределе $\lambda \gg \lambda_J$, мы сообщаем следующее нестационарное решение уравнения (3), имеющее вид:

$$\varphi(z,t)=\pi+2\mathrm{arctg}\,\frac{z}{l(t)}, \tag{4}$$

в котором временная зависимость определяется формулой:

$$l(t)=l(0)\exp(-t\beta^{-1}\omega_J^2)+\frac{\lambda_J^2}{\lambda}[1-\exp(-t\beta^{-1}\omega_J^2)]. \tag{5}$$

Решение (4)–(5) описывает релаксацию вихря, в котором характерный масштаб $l(t)$ изменяется со временем от некоторого начального значения $l(0)$ к его стационарному значению, определенному в работе [2]. Мы, в частности, видим, что, если в начальный момент вихрь был сингулярным, то есть $l(0) \ll \lambda_J^2\lambda^{-1}$, то за время $\sim \beta\omega_J^{-2}$ устанавливается стационарный несингулярный вихрь.

Магнитное поле нестационарного вихря (4) имеет структуру, подобную рассмотренной в [2]:

$$H_y(x,z,t) = -\frac{\hbar c}{4e\lambda^2}\left\{\frac{1}{2}\ln\frac{4\lambda^2}{[|x \mp d| + l(t)]^2 + z^2} - C\right\}, \tag{6}$$

где $2d$ – ширина переходного слоя, аргумент $x-d$ отвечает области $x > d$, а аргумент $x+d$ отвечает области $x < -d$.

Формулы (4)–(6) описывают временную релаксацию асимптотического вихря в нелокальной электродинамике джозефсоновского контакта с большим затуханием, приводящую к установлению стационарного вихря. С другой стороны, если вместо (4) использовать другое асимптотическое решение уравнения (3)

$$\varphi(z,t) = 2\mathrm{arctg}\frac{z}{l(t)}, \tag{7}$$

то оно также будет отвечать структуре магнитного поля, описываемой формулой (6). Однако в этом случае с увеличением времени пространственный масштаб вихря $l(t)$ будет увеличиваться по закону

$$l(t) = \exp(t\beta^{-1}\omega_J^2)\left[l(0) + \frac{\lambda_J^2}{\lambda}\right] - \frac{\lambda_J^2}{\lambda}. \tag{8}$$

При этом возрастание масштаба вихря будет описываться последней формулой только до тех пор пока $l(t) \ll \lambda$, когда возможна логарифмическая апроксимация функции Макдональда.

Еще одно нестационарное резистивное решение уравнения (3) имеет вид

$$\varphi(z,t) = \pi + 2\mathrm{arctg}\frac{(\lambda\lambda_J^{-2}z)^2 + a^2(t)}{b^2(t)}. \tag{9}$$

При этом функции $a(t)$ и $b(t)$ подчиняются уравнениям

$$\beta\omega_J^{-2}\frac{da^2}{dt} = \sqrt{2}\sqrt{\sqrt{a^4+b^4}+a^2},$$

$$\beta\omega_J^{-2}\frac{db^2}{dt} = \sqrt{2}\sqrt{\sqrt{a^4+b^4}-a^2} - b^2. \tag{10}$$

Для достаточно большого времени $t \gg \beta\omega_J^{-2}$ согласно (10) временная релаксация вихря может переходить в режим, когда $a^2 \gg b^2$ и $a(t) \approx \beta^{-1}\omega_J^2 t$, $b^2(t) \approx t\exp(-\beta^{-1}\omega_J^2 t)$. Это отвечает затуханию вихря.

Таким образом в настоящей статье даны первые аналитические нестационарные решения, описывающие резистивную релаксацию вихрей в нелокальной электродинамике джозефсоновских переходов.

1. Ю.М.Алиев, В.П.Силин, С.А.Урюпин, Сверхпроводимость: физика, химия, техника **5**, 228 (1992).
2. A.Gurevich, Phys. Rev. **B 46**, 3187 (1992).
3. А.А.Абрикосов, Основы теории металлов, М.: Наука, 1987.
4. A.Barone, G.Paterno, Phys. and Appl. of the Josephson Effect, New York: Wiley, 1982.