

## ДИНАМИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ КВАНТОВОЙ ЯМЫ В РЕЖИМЕ КУЛОНОВСКОЙ БЛОКАДЫ

С.Н.Молотков, С.С.Назин

Институт физики твердого тела РАН,  
142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 9 февраля 1993 г.

Показано, что частотная зависимость дифференциальной проводимости, смещенной по напряжению квантовой ямы, имеет особенность на частоте, соответствующей энергии кулоновского отталкивания двух электронов, локализованных в яме.

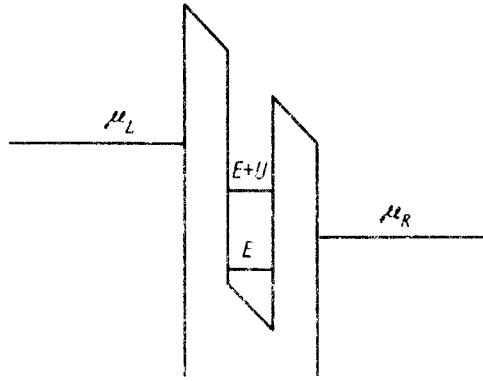
Проводимость между массивными электродами, соединенными между собой "узким горлом" (квантовой ямой, тонкой металлической перемычкой), обладает рядом особенностей. Наиболее ярким эффектом является квантование проводимости (появление ступенек на вольт-амперной характеристике (ВАХ))<sup>1</sup>.

Существуют две причины, приводящие к ступенькам на ВАХ. Первая – это обычное размерное квантование уровней в "узком горле"<sup>2</sup>. Вторая причина связана с эффектами одноэлектронной зарядки перехода (кулоновская блокада)<sup>3</sup>. В обоих предельных случаях (возможны и промежуточные ситуации<sup>4</sup>) квантованность значений тока связана с дискретностью электронного спектра, возникающей либо за счет одночастичного размерного квантования, либо за счет межэлектронного взаимодействия. Очевидно, что особенности электронного спектра должны проявиться в частотной зависимости проводимости. В данной работе на примере квантовой ямы в режиме кулоновской блокады показано, что динамическая проводимость имеет резкие особенности (почти  $\delta$ -функции на частотах, отвечающих расстоянию между уровнями электронов из-за кулоновского отталкивания в "узком горле". Необычность ситуации состоит в том, что появление уровней обязано межэлектронному взаимодействию. Само их наличие (и, соответственно, особенность в проводимости) зависят от внешнего постоянного напряжения и имеет пороговый характер по его величине. Система ведет себя как нелинейный фильтр, управляемый внешним напряжением.

Перейдем к вычислению динамической проводимости  $\sigma(\Omega)$  квантовой ямы с двумя барьерами (см. рисунок) в режиме кулоновской блокады. Наблюдение эффектов кулоновской блокады на такой структуре было недавно сделано в<sup>5</sup>. Будем рассматривать отталкивание двух электронов в яме в рамках гамильтониана Хаббарда<sup>6</sup>. Для демонстрации появления особенности в  $\sigma(\Omega)$  за счет межэлектронного взаимодействия этого будет достаточно. Таким образом, гамильтониан имеет вид

$$\hat{H} = \sum_{\alpha=L,R} \epsilon_{k\alpha} c_{k\alpha}^{\dagger} c_{k\alpha} + \sum_{\sigma} \epsilon_0 c_{\sigma}^{\dagger} c_{\sigma} + U n_l n_r + \sum_{\alpha=L,R} (T_{k\alpha} c_{k\alpha}^{\dagger} c_{\sigma} + \text{з.с.}). \quad (1)$$

Индекс  $\alpha$  описывает состояния в левом ( $L$ ) и правом ( $R$ ) электродах;  $\epsilon_{k\alpha}$  – спектр электронов в берегах;  $\epsilon_0$  – энергия одночастичного уровня в квантовой яме;  $U$  – хаббардовская энергия отталкивания электронов в яме;  $T_{k\alpha}$  –



матричные элементы туннелирования в берега. Постоянное напряжение  $v_0$  учитывается обычным образом через сдвиги химпотенциалов в берегах;  $\mu_L - \mu_R = -ev_0$ . Если на фоне  $v_0$  приложено переменное напряжение  $u(t)$ , то в гамильтониан (1) следует добавить слагаемое

$$\delta \hat{H}(t) = -e\eta u(t) \sum_{\sigma} c_{\sigma}^{\dagger} c_{\sigma} - eu(t) \sum_k c_{kR}^{\dagger} c_{kR}. \quad (2)$$

Параметр  $\eta$  учитывает асимметрию ямы. По-существу, введение  $\eta$  означает учет того обстоятельства, что переменное напряжение возмущает уровень  $\epsilon_0$  в яме (заметим, что особенность в  $\sigma(\Omega)$  связана со вторым членом в (2), не зависящим от  $\eta$ )

Отклик системы на малый сигнал  $u(t)$  (дифференциальная проводимость) на фоне постоянного конечного напряжения вычисляется стандартным способом. Переменный туннельный ток по определению есть

$$I(t) = -\frac{i}{2} e \langle [\hat{I}_L(t) + \hat{I}_R(t)] \hat{S}(t) \rangle, \\ \hat{I}_{\alpha}(t) = \sum_{\sigma} (T_{k\alpha} c_{k\sigma}^{\dagger}(t) c_{\sigma}(t) - \text{о.с.}), \quad (3)$$

$$\hat{S}(t) = \hat{T}_c \exp\left[i \int dt' \delta \hat{H}(t')\right];$$

$\hat{T}_c$  - символ хронологического упорядочения на двойном временном контуре <sup>7</sup>. Угловые скобки означают усреднение по состоянию с учетом взаимодействия  $U$  и туннелирования  $T_{\alpha}$ . Разложение оператора эволюции  $\hat{S}$  до линейных членов по  $u(t)$  дает

$$\hat{I}(t) = \frac{1}{2} e^2 \int dt' \langle \hat{T}_c \{ [\hat{I}_L(t) + \hat{I}_R(t)] \times \\ \times [\eta \sum_{\sigma} c_{\sigma}^{\dagger}(t') c_{\sigma}(t') + \sum_k c_{kR}^{\dagger}(t') c_{kR}(t')] \} \rangle u(t'). \quad (4)$$

Поскольку для отклика должно выполняться условие причинности, то необходимо выделить запаздывающую компоненту коррелятора в (4) из келдышевской матрицы. Представляя отклик, аналогично работе <sup>8</sup>, в виде

$$I(t) = \frac{e^2}{4\pi} \int dt' \Pi^R(t-t') u(t'), \quad (5)$$

где  $\Pi^R(t-t')$  – запаздывающая компонента поляризационного оператора в (4), связанная с дифференциальной проводимостью соотношением

$$\sigma(\Omega) = \frac{e^2}{4\pi} \Pi^R(\Omega). \quad (6)$$

Вычисления  $\Pi^R(\Omega)$ , с учетом (3), сводятся к расщеплению попарных средних типа  $\langle \hat{T}_c [c_{k\alpha}^+(t) c_\sigma(t) c_\sigma^+(t') c_\sigma(t')] \rangle$  и т.д., выделение запаздывающих компонент приводят к выражениям для вещественной и мнимой частей  $\sigma(\Omega)$ :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[\sigma(\Omega)] = & -\frac{e^2}{2} \int d\omega \left\{ \frac{\gamma_R(\gamma_L - \gamma_R)}{\Omega} f_R^{(-)} \operatorname{Im}[G^R(\omega + \Omega)] \operatorname{Im}[G^A(\omega)] + \right. \\ & \left. + \eta[\gamma_L f_L^{(+)} - \gamma_R f_R^{(+)}] \operatorname{Im}[G^A(\omega + \Omega) G^A(\omega)] - \right. \\ & \left. - \frac{1}{\gamma} \eta(\gamma_L - \gamma_R) [(\gamma_L f_L(\omega + \Omega) + \gamma_R f_R(\omega + \Omega)) \operatorname{Im}[G^A(\omega + \Omega)] \operatorname{Re}[G^A(\omega)] + \right. \\ & \left. + (\gamma_L f_L(\omega) + \gamma_R f_R(\omega)) \operatorname{Re}[G^A(\omega + \Omega)] \operatorname{Im}[G^A(\omega)] \right\} + \frac{\gamma_R}{\Omega} f_R^{(-)} \operatorname{Im}[G^R(\omega + \Omega) - G^A(\omega)] \Big\}, \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}[\sigma(\Omega)] = & -\frac{e^2}{2} \int d\omega \left\{ \eta \frac{\gamma_R \gamma_L}{\gamma} [f_R^{(-)} - f_L^{(-)}] \operatorname{Re}[G^A(\omega + \Omega) G^A(\omega)] - \right. \\ & \left. - \frac{\gamma_R(\gamma_L - \gamma_R)}{\Omega} f_R^{(-)} \operatorname{Im}[G^R(\omega + \Omega) G^A(\omega)] + \frac{\gamma_R}{\Omega} f_R^{(-)} \operatorname{Re}[G^R(\omega + \Omega) - G^A(\omega)] - \right. \\ & \left. - \frac{1}{\gamma} \eta(\gamma_L - \gamma_R) [(\gamma_L f_L^{(-)} + \gamma_R f_R^{(-)}) \operatorname{Im}[G^A(\omega + \Omega)] \operatorname{Im}[G^A(\omega)] \right\}, \end{aligned}$$

где  $f_{L,R}^{(\pm)} = f_{L,R}(\omega + \Omega) \pm f_{L,R}(\omega)$ ,  $f_{L,R}(\omega)$  – функции распределения в электродах,  $\gamma_{L,R}$  – константы, описывающие туннельную связь с берегами:

$$\gamma_{L,R} = \pi \sum_k |T_{k\alpha}|^2 \delta(\omega - \epsilon_{kL,R}), \quad \gamma = \gamma_L + \gamma_R, \quad (8)$$

которые можно считать не зависящими от энергии;  $G(\omega)$  – функция Грина (ФГ), описывающая состояние электронов в яме с учетом их кулоновского отталкивания и туннелирования в берега. Для изолированного центра  $G(\omega)$  может быть найдена точно<sup>6</sup>, а туннелирование в берега можно учесть по теории возмущений (как это делается, например, в работах<sup>9,10</sup>). Отметим, что при выводе (7) были опущены слагаемые типа

$$\int d\omega \sum_k |T_{k\alpha}|^2 g_{k\alpha}^A(\omega) g_{k\alpha}^A(\omega + \Omega),$$

которые при  $T_{k\alpha} = \text{const}$  обращаются в нуль ( $g_{k\alpha}^A(\omega)$  свободная ФГ для одного из берегов). Появление особенности в  $\operatorname{Re}[\sigma(\omega)]$  зависит от среднего числа электронов на центре  $\langle n \rangle = n_1 + n_2$ , то есть от постоянного приложенного напряжения. Имеем по определению

$$\langle n \rangle = \sum_{\sigma} \int d\omega G_{\sigma}^{+}(\omega)/2\pi, \quad (9)$$

где  $G^{+}$  – келдышевская ФГ электронов в яме, которая может быть представлена в виде <sup>9,10</sup>

$$G_{\sigma}^{+}(\omega) = \gamma^{-1}[\gamma_L f_L(\omega) + \gamma_R f_R(\omega)]\rho_{\sigma}(\omega),$$

$$\rho_{\sigma}(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Im}[G_{\sigma}^A(\omega)], \quad (10)$$

плотность состояний  $\rho(\omega)$  также зависит от числа заполнения  $\langle n \rangle$ :

$$\rho_{\sigma}(\omega) = \frac{\gamma[\omega - \epsilon_0 - U(1 - \langle n_{-\sigma} \rangle)]}{(\omega - \epsilon_0)^2(\omega - \epsilon_0 - U)^2 + [\omega - \epsilon_0 - U(1 - \langle n_{-\sigma} \rangle)]^2\gamma^2} \quad (11)$$

и представляет собой два резких пика при энергиях  $\simeq \epsilon_0$  и  $\simeq \epsilon_0 + U$ . При  $\gamma \rightarrow 0$  функция  $\rho_{\sigma}(\omega)$  переходит в известную формулу <sup>6</sup>

$$\rho_{\sigma}(\omega) = (1 - \langle n_{-\sigma} \rangle)\delta(\omega - \epsilon_0) + \langle n_{-\sigma} \rangle \delta(\omega - \epsilon_0 - U). \quad (12)$$

Обратим еще раз внимание на то, что амплитуда пиков зависит от  $\langle n \rangle$ . Среднее число электронов на центре определяется функциями распределения в берегах (положением  $\mu_L$  и  $\mu_R$ ) и может управляться постоянным напряжением  $v_0$ . Для нас будет существенно, что число электронов в яме, в отличие от изолированного центра, может быть нецелым (на изолированном центре  $\langle n \rangle = 0, 1, 2$ ). Действительно, как следует из (9)–(12), если  $v_0$  таково, что  $\mu_L > \epsilon_0 + U$ , а  $\mu_R < \epsilon_0 + U$  (считаем для определенности температуру  $T = 0$ ,  $f_{L,R}(\omega) = \theta(\mu_{L,R} - \omega)$ ), то второе слагаемое  $\gamma_R f_R(\omega)$  в (10) не дает вклада в  $\langle n \rangle$  (так как второй пик в  $\rho(\omega)$  при  $\omega = \epsilon_0 + U$  не дает вклада в интегрирование по  $\omega$ ). Число заполнения при этом  $\langle n \rangle = \gamma_L/(\gamma_L + \gamma_R)$ , и в спектральной плотности  $\rho(\omega)$  имеются два пика одновременно (так как  $\langle n_{-\sigma} \rangle \neq 0$  и  $1 - \langle n_{-\sigma} \rangle \neq 0$  одновременно). Это же свойство приводит к ступеньке на статической ВАХ.

Обратим внимание на первый член под интегралом в формуле (7) для  $\text{Re}[\sigma(\Omega)]$ , который содержит особенность по частоте при  $\Omega \simeq U$ . Действительно,

$$\text{Re}[\sigma(\Omega)] \simeq \frac{1}{2} e^2 \frac{\gamma_R(\gamma_L - \gamma_R)}{\Omega\pi} \sum_{\sigma} \int_{\mu_R - \Omega}^{\mu_R} d\omega \rho_{\sigma}(\omega + \Omega) \rho_{\sigma}(\omega). \quad (13)$$

При малых  $\gamma$  формула (13) упрощается:

$$\text{Re}[\sigma(\Omega)] \simeq \frac{1}{2} \frac{e^2}{\pi U} \gamma_R(\gamma_L - \gamma_R) \sum_{\sigma} \langle n_{-\sigma} \rangle (1 - \langle n_{-\sigma} \rangle) \delta(\Omega - U). \quad (14)$$

Особенность возникает при условии  $\mu_L > \epsilon_0 + U$  и  $\mu_R < \epsilon_0 + U$ ,  $\mu_R - \Omega < \epsilon_0$  и связана со сближением полюсов в  $G^A(\omega + \Omega)$  и  $G^R(\omega)$  (формула (7)), соответствующих состояниям с энергиями  $\epsilon_0$  и  $\epsilon_0 + U$ , при  $\Omega \rightarrow U$ . Особенность имеет место, как следует из (14), лишь в меру асимметрии барьеров квантовой ямы.

Вклад в  $\text{Im}[\sigma(\Omega)]$  с особенностью возникает от последнего слагаемого под интегралом в формуле (7) и имеет вид

$$\text{Im}[\sigma(\Omega)] \simeq \eta \frac{e^2 (\gamma_L - \gamma_R)}{2\pi\gamma} \sum_{\sigma} \left( \int_{\mu_R}^{\mu_L} + \int_{\mu_R - \Omega}^{\mu_L - \Omega} \right) \rho_{\sigma}(\omega + \Omega) \rho_{\sigma}(\omega) d\omega \quad (15)$$

при  $\mu_R > \mu_L - \Omega$  (при  $\mu_R < \mu_L - \Omega$  пределы в (15) следует заменить на  $\mu_L - \Omega, \mu_L$  и  $\mu_R - \Omega, \mu_R$ , соответственно нижние и верхние). Особенность здесь также существует в меру асимметрии ямы.

- 
1. J.H.F.Scott-Thomas, S.B.Field, M.A.Kastner, et al., Phys. Rev. Lett. **62**, 583 (1989).
  2. H. van Houten and C.W.J.Beenakker, Phys. Rev. Lett. **63**, 1893 (1989).
  3. D.V.Averin and K.K.Likharev, In: Mesoscopic Phenomena in Solids. Eds B.L.Altshuler, P.A.Lee, R.A.Webb, Amsterdam: Elsevier, 1991, p.169.
  4. C.W.J.Beenakker, Phys. Rev. B **44**, 1646 (1991).
  5. B.Su, V.J.Goldman, and J.E.Cunningham, Bull. Am. Phys. Soc. **36**, 400 (1991).
  6. J.Hubbard, Proc. Royal Soc. A **276**, 238 (1963).
  7. Л.В.Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1515 (1964)
  8. L.Y.Chen and S.S.Ting, Phys. Rev. B **43**, 2097 (1991).
  9. Y.Meir, N.S.Wingreen and P.A.Lee, Phys. Rev. Lett. **66**, 3048 (1991).
  10. L.Y.Chen and S.S.Ting, Phys. Rev. B **44**, 5916 (1991).