

**КОЛЛЕКТИВНЫЕ МОДЫ ПАРАМЕТРА ПОРЯДКА В
СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ UPt₃**

B.L. Голо

Московский государственный университет им.М.В.Ломоносова
119899 Москва, Россия

Поступила в редакцию 29 июня 1993 г.

После переработки 8 июля 1993 г.

Вычисляется спектр коллективных мод в пределе $q = 0$ в сверхпроводящем UPt₃ в рамках модели *p*-спаривания предложенной в работе [6], с использованием лагранжевой формулировки теории Гинзбурга-Ландау. В нулевом поле спектр состоит из 1) четырех мод в температурной области $T < T_{c2}$, и 2) двух дублетов и одного синглета при $T_{c1} > T > T_{c2}$.

Явление двойного сверхпроводящего перехода в UPt₃, (см. обзор [1]) является убедительным свидетельством того, что куперовское спаривание в НF-сверхпроводниках не стандартно. В этой связи представляет интерес исследование симметрии сверхпроводящего состояния. В работе [2] для этой цели предлагаются коллективные моды параметра порядка. Следует отметить, что в обычных сверхпроводниках с *s*-спариванием эти моды не наблюдаются (в основном из-за сильного взаимодействия с плазменными модами). Однако в случае *p*-спаривания, имеющего место в ³He, коллективные моды существуют (хотя имеет место затухание, сильно затрудняющее их экспериментальное исследование), поскольку параметр порядка преобразуется по многомерному представлению группы симметрии сверхтекучей фазы, [3]. По аналогичной причине в нестандартных сверхпроводниках можно ожидать существования коллективных колебаний параметра порядка. В [2] с использованием матричного кинетического уравнения показано, что в случае двумерного *E*₁-представления гексагональной группы коллективные моды могут наблюдаться по поглощению электромагнитных волн, несмотря на наличие экранирующих токов и возбуждения квазичастиц в окрестности точек и линий, где параметр порядка обращается в нуль. Теоретическая оценка величины эффектов, связанных с наличием коллективных мод, зависит от характеристик рассматриваемой модели, поэтому следует учитывать, что имеются различные точки зрения на природу сверхпроводимости НF-сплавов. Например, в работах [4,5], рассматривается модель сверхпроводящего перехода в UPt₃, основанная на наличии дефектов (и близости кристалла к переходу в ГЦК структуру). Более традиционным является подход работ [6,7], основанный на триплетном спаривании. В этой заметке мы хотим показать, что модель [6] накладывает сильные ограничения на спектр коллективных мод, что, в случае успешного наблюдения последних, позволило бы сделать некоторые выводы о симметрии сверхпроводящего состояния в UPt₃.

В модели [6] параметр порядка является комплексным трехмерным вектором $\eta = (\eta_1, \eta_2, \eta_3)$, связанным со щелью уравнением

$$\Delta(k) = \sum_{i=1}^3 (i\sigma_2\sigma_i)l(k)\eta_i,$$

где σ_i - матрицы Паули. Орбитальная часть щели $l(k)$ нечетна по отношению к пространственному отражению и принадлежит к $1D$ -представлению вида $D_{6\bar{n}}, A_{2u}, B_{1u}$, или B_{2u} . Очень существенно, что имеется антиферромагнитный порядок, определяемый моментом M , лежащим в базовой плоскости и направленный вдоль одной из осей таким образом, что спаривание между сверхпроводящей и антиферромагнитной системами определяется энергией

$$f_c = -\gamma M^2 (2 |\eta_1|^2 - |\eta_2|^2 - |\eta_3|^2). \quad (1)$$

Полная энергия Гинзбурга-Ландау в отсутствие внешнего поля задана уравнением

$$f_{GL} = \alpha_0(T - T_0)\eta\eta^* + \frac{1}{2}\beta_1(\eta\eta^*)^2 + \frac{1}{2}\beta_2|\eta^2|^2 + f_c, \quad (2)$$

где T_0 - температура сверхпроводящего перехода (без учета антиферромагнитного порядка). Предполагается, что $\gamma > 0, \beta_1 > 0$, в соответствии с условием стабильности. Согласно [6], указанный момент вызывает расщепление сверхпроводящего перехода. Уравнения (1), (2) инвариантны относительно поворотов вокруг оси x , фазового преобразования $\eta \rightarrow e^{i\phi}\eta$ и обращения времени, соответствующего комплексному сопряжению. Таким образом группа симметрий оказывается:

$$G_0 = SO(2)_x \times U(1) \times T_R \quad (3)$$

(помимо дискретных симметрий, упомянутых выше). Это обстоятельство в значительной степени определяет вид минимумов энергии Гинзбурга-Ландау, заданной уравнениями (1), (2). Поскольку группа G_0 , с топологической точки зрения, является тором (взятым дважды), минимум может быть, если только нет дополнительных вырождений, точкой, окружностью или также тором (см. общую теорию в [3]).

Минимумы функционала (2) удовлетворяют необходимым условиям экстремума

$$\frac{\partial F}{\partial \eta_i} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \eta_i^*} = 0, \quad i = 1, 2, 3; \quad (4)$$

более подробно, уравнения (4) имеют вид

$$\Sigma \begin{bmatrix} \eta \\ \eta^* \end{bmatrix} = 0, \quad (5)$$

где Σ_{ij} задана по формулам

$$\begin{aligned} \Sigma_{11} = \Sigma_{44} &= d_1 &= A + \beta_1(\eta \cdot \eta^*) - 3\gamma M^2, \\ \Sigma_{ii} &= d_2 &= A + \beta_1(\eta \cdot \eta^*), & i = 2, 3, 5, 6, \\ \Sigma_{i+3,i} &= z &= \beta_2(\eta \cdot \eta), & i = 1, 2, 3, \\ \Sigma_{i,i+3} &= z^* &= \beta_2(\eta \cdot \eta)^*, & i = 1, 2, 3, \end{aligned}$$

а A задано:

$$A = \alpha(T - T_0) + \gamma M^2. \quad (6)$$

Из уравнения (5) заключаем, что $\det \Sigma = 0$, откуда следует, что

$$\det \Sigma = (d_1^2 - |z|^2)(d_2^2 - |z|^2)^2$$

и необходимые условия экстремума имеют вид

$$d_1 = \pm |z|, \quad d_2 = \pm |z| \quad (7)$$

Анализ приведенных уравнений показывает, что минимумы энергии Гинзбурга – Ландау (2) задаются следующими общими формулами:

$$\eta_1 = re^{i\phi}, \quad \eta_2 =iae^{i\phi} \cos \theta, \quad \eta_3 =iae^{i\phi} \sin \theta \quad (8)$$

причем параметры r и a удовлетворяют условию

$$a^2 = \begin{cases} 0 & \text{если } r^2 \leq \frac{3}{2}\gamma M^2 / \beta_2 \\ r^2 - \frac{3}{2}\gamma M^2 / \beta_2 & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (9)$$

Таким образом, имеется точка разветвления для структуры минимума энергии Гинзбурга – Ландау, заданной уравнениями (1), (2). Первый переход из нормальной в сверхпроводящую фазу имеет место при температуре

$$T_{c1} = T_0 + \frac{2\gamma M^2}{\alpha} \quad (10)$$

Второй переход, также второго рода, имеет место при температуре

$$T_{c2} = T_{c1} - \frac{3\gamma M^2 \beta_1}{2\alpha \beta_2}, \quad (11)$$

соответствующей указанной точке ветвления $a = 0$, $r^2 = \frac{3}{2}\gamma M^2 / \beta_2$. В области температур $T_{c1} \geq T \geq T_{c2}$ минимум является окружностью; ниже T_{c2} – тором. Полученное нами выражение (11) для температуры второго перехода, а также вид параметра порядка ниже T_{c2} , не согласуются с результатами работ [6,7]. В частности, в [7] авторы утверждают, что минимум достигается при $|\Im \eta| = |\Re \eta|$ и $\Im \eta \perp \Re \eta$, что верно только для очень низких температур, когда можно пренебречь АФ-упорядочением.

Таким образом, второй переход порождает топологическую перестройку минимума энергии Гинзбурга – Ландау, что приводит к существенным различиям в поведении коллективных мод. Поскольку в данной заметке нас интересует прежде всего качественное поведение спектра, мы можем воспользоваться феноменологическим подходом, применявшимся ранее для исследования сверхтекущего ${}^3\text{He}$ в работах [8,9,10], а именно, зависящей от времени теорией Гинзбурга – Ландау.

$$L = \Lambda \partial_t \delta \eta \partial_t \delta \eta^* - V(\delta \eta, \delta \eta^*);$$

здесь Λ – подгоночный параметр, а V – разложение энергии Гинзбурга – Ландау в точках минимума по параметру порядка до членов второго порядка малости. Пространственными градиентами мы пренебрежем, рассматривая только спектр при $"q = 0"$. Внешнее поле предполагается выключенным. Существенно, что коллективные моды – осцилляции вблизи равновесных значений параметра порядка, заданных минимумом энергии Гинзбурга – Ландау. Минимум этот вырожден, и следует рассмотреть только осцилляции в направлениях, трансверсальных к нему (в пространстве параметра порядка). Рассмотрим прежде всего низкотемпературный случай ($T \leq T_{c2}$). Трансверсальные вариации задаются по формулам

$$\delta \eta_1 = u_1 + iau_2, \quad \delta \eta_2 = ru_2 + iu_3, \quad \delta \eta_3 = u_4.$$

Решая уравнения малых колебаний относительно вариаций η_{123} для приведенного выше лагранжиана, получаем следующие выражения для частот коллективных мод:

$$\omega_{1,3}^2 = \frac{k+l}{2} \pm \sqrt{\frac{(k-l)^2}{4} + 4a^2r^2(\beta_1 - \beta_2)^2}, \quad (12)$$

$$\omega_2^2 = A - 3\gamma M^2 a^2 + \beta_1(r^2 + a^2) + \beta_2 \left[8a^2 r^2 + \frac{(r^2 - a^2)^2}{r^2 + a^2} \right], \quad (13)$$

$$\omega_4^2 = A + (\beta_1 + \beta_2)r^2 + a^2(\beta_1 - \beta_2), \quad (14)$$

где A задано (6),

$$\begin{aligned} k &= A - 3\gamma M^2 + 3r^2(\beta_1 + \beta_2) + a^2(\beta_1 - \beta_2), \\ l &= A + r^2(\beta_1 - \beta_2) + 3a^2(\beta_1 + \beta_2). \end{aligned}$$

Используя похожие вычисления, получаем спектр для температур $T_{c2} \leq T \leq T_{c1}$, где минимум – окружность:

$$\omega_1^2 = A - 3\gamma M^2 + 3(\beta_1 + \beta_2)r^2, \quad (15)$$

$$\omega_{2,4} = A + (\beta_1 + \beta_2)r^2, \quad (16)$$

$$\omega_{3,5} = A + (\beta_1 - \beta_2)r^2, \quad (17)$$

то есть два дублета и один синглет. Из уравнений (12)–(14), следует, что при $T \rightarrow T_{c2}$ в низкотемпературной области частоты ω_1 , ω_2 и ω_4 , ω_3 переходят в соответствующие частоты, заданные уравнениями (15)–(17) для высокотемпературной фазы. Примечательно, что для температур $T \geq T_{c2}$ частоты $\omega_{2,4}$ коллективных мод определяются АФ-упорядочением, поскольку, благодаря уравнениям (7), имеет место

$$\omega_2^2 = \omega_4^2 = 3\gamma M^2, \quad \omega_1^2 = 2r^2(\beta_1 + \beta_2), \quad \omega_{3,5}^2 = \alpha(T - T_0) + \gamma M^2 + r^2(\beta_1 - \beta_2). \quad (18)$$

Мы видим, что высоко- и низкотемпературные фазы существенно различаются в том, что касается поведения спектра коллективных мод, и наиболее примечательным в этом отношении является наличие вырождения выше T_{c2} . В присутствии магнитного поля это вырождение должно приводить к расщеплению спектра, наподобие того как это имеет место в ${}^3\text{He}-B$ (см. [10] и имеющиеся там ссылки). Конкретные уравнения для частот, полученные выше, верны только "качественно", в силу приближенного характера использованного формализма (см. дискуссию по поводу лагранжевого подхода в [10]). Однако вырождение, указанное выше, имеет более фундаментальную природу благодаря симметрии, описываемой группой G_0 . Дело в том, что пространство параметра порядка при низких температурах является тором, на котором группа симметрии действует без неподвижных точек; при этом в направлениях, трансверсальных тору, не имеется никаких оставшихся симметрий и, соответственно, никакого вырождения. Выше T_{c2} пространство параметра порядка является окружностью, на которой действует подгруппа $U(1)$ группы G_0 – без неподвижных точек – в то время как $SO(2)_x$ не действует вовсе (или в соответствии с общепринятой терминологией – симметрия $U(1)$ нарушена,

в то время как $SO(2)_x$ сохранена). Следовательно, для произвольной точки минимума можно выбрать пятимерное пространство N , трансверсальное к окружности-минимуму, таким образом, что подгруппа $SO(2)_x$ действует на N , оставляя P неподвижными. В результате, N оказывается расщеплено на две плоскости и одну прямую (поскольку неприводимые вещественные представления $SO(2)$ одномерны и двумерны). С точки зрения спектра, это соответствует двум дублетам и одному синглету.

Следует отметить, что синглет соответствует одномерному – скалярному представлению группы симметрии, G_0 , и поэтому он может оказаться не наблюдаем из-за взаимодействия с зарядовыми токами, как это имеет место в сверхпроводниках на s -спаривании. Примечательно, что кандидатом "на вылет" оказывается мода ω_1^2 , которая не содержит антиферромагнитных вкладов γM^2 . Таким образом, структура вырождения тесно связана с АФ-порядком.

Автор благодарит П. Велфле за стимулирующие дискуссии и Университет Карлсруе за гостеприимство. Эта работа имела финансовую поддержку от DAAD и частично выполнена во время командировки автора на Физический факультет Университета Карлсруе. Автор признателен Г. Воловику и М. Житомирскому, указавшим автору на ошибки, имевшие место в первоначальном варианте работы, и М. Кагану за многочисленные полезные дискуссии по физике тяжелых фермionов.

-
1. L.Taillefer, Physica (Amsterdam) **163B**, 278 (1990).
 2. P.J.Hirschfeld, W.O.Putikka, and P.Wölfle, Phys. Rev. Lett. **69**, 1447 (1991).
 3. D.Vollhardt and P. Wölfle, The Superfluid Phases of ${}^3\text{He}$ (1990) (London: Taylor and Francis).
 4. R.Joyst, V.P.Mineev, G.E.Volovik, and M.E.Zhitomirsky, Phys. Rev. **B 42**, 2014 (1990)
 5. M.E. Zhitomirsky and I.A. Luk'yanchuk, Письма в ЖЭТФ **58**, 127 (1993).
 6. K.Machida and M. Ozaki, Phys. Rev. Lett. **66**, 3293 (1991).
 7. T.Ohmi and K.Machida K, Non-Unitary Superconducting State in UPt_3 " (preprint) Kyoto and Okayama Universities.
 8. V.E.Koch and P. Wölfle, Phys. Rev. Lett **46**, 486 (1981).
 9. M.Salomaan and G.Volovik, J. Low Temp. Phys. **77**, 17 (1989).
 10. J.B.Ketterson, Phys. Rev. **B45**, 5748 (1992-II).