Письма в ЖЭТФ, том 58, вып.4, стр.264 - 267 ©1993 г. 25 августа

# О КОЭФФИЦИЕНТЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА В ПЛАЗМЕ

*А.В.Максимов, В.П.Силин*

*Физический институт им.П.Н.Лебедева РАН*

*117924 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 2 июля 1993 г.

Показано, как из теории нелокального теплопереноса следует выражение для коэффициента ограничения теплового потока и получена его зависимость от заряда ионов в плазме с высокой кратностью ионизации.

В кнудсеновском пределе разреженных газов, когда длина свободного пробега значительно превышает характерный размер пространственной неоднородности распределения частиц, перенос тепла определяется формулой для плотности потока тепла [1]:

$$q \simeq 0,65 n \kappa_B T v_T, \tag{1}$$

где $n$ – плотность числа частиц, $\kappa_B$ – постоянная Больцмана, $T$ – температура, $v_T = (\kappa_B T/m)^{1/2}$ – тепловая скорость, а $m$ – масса частиц. В то же время, многочисленные экспериментальные исследования свойств горячей разреженной плазмы, образующейся под воздействием лазерного излучения, привели к установившемуся представлению о том, что в условиях, когда длина свободного пробега электронов $l_e$ оказывается существенно больше масштаба $L_e$ пространственного изменения электронного распределения, возникает существенное нарушение кнудсеновского закона (1). При этом большой популярностью пользуется следующее выражение для плотности электронного потока тепла [2]:

$$q_e = f n_e \kappa_B T_e v_{Te}, \tag{2}$$

где $f$ – малый по сравнению с единицей коэффициент ограничения электронного теплопереноса. В разных экспериментальных работах приводятся различные необходимые для описания экспериментальных данных значения коэффициента $f$ от 0,05 [3] до 0,1 [4].

Относительно причины появления коэффициента ограничения теплопереноса на сегодняшний день есть две физически различные точки зрения. Одна из них связана с представлениями об ионно-звуковой турбулентности, которая возникает при достаточно большой величине плотности электронного потока в неизотермической плазме, когда выполнено соотношение $ZT_e \gg T_i$, где $T_{e(i)}$ – температура электронов (ионов), а $Z$ – кратность ионизации ионов. При этом характерная скорость переноса тепла может определяться скоростью ионного звука $v_s = (Z\kappa_B T_e/m_i)^{1/2}$, где $m_i$ – масса иона. В последнем случае коэффициент ограничения теплопереноса может быть представлен в виде [5]

$$f = 0,18(Z/A)^{1/2}, \tag{3}$$

где $A$ – массовое число. Формула (3) имеет место при не очень больших потоках тепла, когда согласно [6] турбулентное число Кнудсена не слишком велико: $K_N \ll 1$. При больших значениях турбулентного числа Кнудсена $K_N \gg 1$ согласно [6] имеем

$$f = 0,28(K_N Z/A)^{1/2}. \tag{4}$$

В определенном смысле значительно более простой является другая причина ограничения теплопереноса. Так, в работе [7] утверждается, что последовательное использование фоккер-планковского интеграла столкновений заряженных частиц приводит к значению коэффициента ограничения $f = 0,1$. Однако это утверждение не единственное. Например, в работе [8] было предложено нелокальное описание переноса тепла, когда для плотности потока тепла используется выражение

$$\mathbf{q}_e(\mathbf{r}) = -\int d\mathbf{r}' K(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \frac{\partial T_e(\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{r}'}. \tag{5}$$

При этом для фурье-образа нелокальной теплопроводности использовалось выражение

$$K(\mathbf{k}) = \kappa_{SH}[1 + (30k\lambda_e)^2]^{-1}. \tag{6}$$

Здесь для коэффициента теплопроводности Спитцера–Херма $\kappa_{SH}$ имеем выражение

$$\kappa_{SH} = C_{SH} n_e \kappa_B l_e v_{Te}, \tag{7}$$

где $n_e$ – электронная плотность, $l_e \equiv v_{Te}/\nu_{ei} = (3/4\sqrt{2\pi})(\kappa_B T_e)^2/e^4 Z n_e \Lambda$, в пределе $Z \gg 1$ оказывается $C_{SH} = 128/3\pi$, а использовавшаяся в [8] эффективная длина

$$\lambda_e = l_e(2Z/9\pi)^{1/2} \tag{8}$$

пропорциональна квадратному корню из произведения электрон-ионной длины свободного пробега $l_e$ и электрон-электронной длины свободного пробега.

Среди других возможных оснований, которые могут быть привлечены для пояснения возникновения формулы (6), отметим, что при описании теплопереноса с помощью метода Гильберта–Чепмена–Энскога поправки высших приближений оказываются дающими разложение по степеням квадрата произведения длины свободного пробега электрона на волновой вектор k [9]. В этом смысле формула (6) отвечает приближению Паде [10].

Однако дальнейшие численные эксперименты, посвященные компьютерному исследованию задачи о теплопереносе в плазме и использующие фоккер-планковский интеграл столкновений Ландау как электронов с ионами, так и электронов с электронами, привели к не столь определенному выводу о нелокальной теплопроводности, как это было в работе [8]. Можно сказать, что различные делавшиеся в последние годы утверждения о нелокальной теплопроводности сводятся к формуле

$$K(k) = \kappa_{SH}[1 + (\alpha k\lambda_e)^\beta]^{-1}. \tag{9}$$

Авторы работы [11] при описании ВРМБ в плазме использовали закон (9) с $\beta = 1$ и $\alpha = 50$, отвечающий результатам работы [12]. Их результаты были подвергнуты критике в работе [13], согласно которой при описании ВРМБ имеет смысл использовать значения $\beta = 4/3$ и $\alpha = 30$, которые были получены в численном эксперименте [14]. Далее в работах [13,14] были указаны также параметры $\beta = 1,44$ и $\alpha = 21$. В этой связи следует отметить в различных работах явный разнобой тех следствий, которые разными авторами или в различное время предъявляются как результаты их анализа компьютерных экспериментов при попытке написания универсального закона (9). Поэтому представляется актуальной аналитическая теория решения электронного кинетического уравнения в пределе больших длин свободного пробега, развитая в работе [15], которая дала следующие значения параметров формулы (9):

$$\beta = \beta_{th} = \frac{10}{7}, \quad \alpha = \alpha_{th} \equiv 48\frac{2^{0,3}}{21^{0,3}\pi^{0,1}}\left[\Gamma\left(\frac{2}{7}\right)\Gamma\left(\frac{3}{7}\right)/\Gamma\left(\frac{1}{7}\right)\right]^{0,7} \approx 21,1.$$

Результаты этой работы использовались в работе [16]. Однако до сих пор оставалась не установленной связь нелокального переноса вида (9) с популярной формулой ограничения теплопереноса (2). Такая связь может быть установлена в одномерном случае, когда согласно (5) и (9)

$$q_e(x) = -\int\limits_{-\infty}^{\infty} dx'\frac{dT_e(x')}{dx'}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dk}{2\pi}\exp(ik(x-x'))\kappa_{SH}[1+(\alpha k\lambda_e)^{\beta}]^{-1}. \quad (10)$$

При этом случаю предельно резкого пространственного изменения температуры отвечает ядро

$$K(x=0) = \frac{\kappa_{SH}}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dk[1+(\alpha k\lambda_e)^{\beta}]^{-1} = \frac{\kappa_{SH}}{\lambda_e\alpha\beta}\operatorname{cosec}(\pi/\beta). \quad (11)$$

Используя выражения (7) и (8) и пренебрегая зависимостью плотности электронов $n_e$ от координат, получаем из формулы (10) следующее приближенное соотношение:

$$q_e(x) = -f\frac{3}{2}n_e\kappa_B\int\limits_{-\infty}^{\infty} dx'\frac{dT_e(x')}{dx'}v_{T_e}(x') =$$

$$= -fn_e\kappa_B[T_e(+\infty)v_{Te}(+\infty) - T_e(-\infty)v_{Te}(-\infty)], \quad (12)$$

где коэффициент ограничения теплопереноса имеет следующий вид:

$$f = \frac{2}{3}3\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{C_{SH}}{\alpha\beta}\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{\beta}\right)Z^{-1/2}. \quad (13)$$

В частности, при значениях параметров $\alpha = \alpha_{th}$, $\beta = \beta_{th}$, $C_{SH} = 128/3\pi$, отвечающих аналитической теории [15], имеем

$$f = 1,4Z^{-1/2}. \quad (14)$$

При этом, согласно [15], $Z \gg 1$. В то же время из формулы (13) очевидно, что приближение Паде [10] дает близкое значение

$$f = [32\sqrt{2}/15\sqrt{\pi}]Z^{-1/2} = 0,57Z^{-1/2}, \quad (15)$$

что позволяет думать об универсальности полученного результата для зависимости коэффициента ограничения теплопереноса от кратности ионизации в рамках применимости столкновительного рассмотрения. Подчеркнем, что такая зависимость возникает вследствие того, что (11) содержит отношение эффективной длины $\lambda_e$ к электрон-ионной длине свободного пробега $l_e$. Сравнивая выражения (14), (15) с формулами (3), (4), видим качественно иные зависимости от характеристик ионов плазмы в случае чисто столкновительной теории (14), (15) и в случае теории турбулентности. Более того, сравнение следствий этих двух теорий, пригодных при $Z \gg 1$, позволяет утверждать, что эффекты столкновений превалируют над турбулентными при малых турбулентных числах Кнудсена только для столь больших значений кратности ионизации, которые в реальной плазме трудно реализовать:

$$Z \gg 7\sqrt{A}. \tag{16}$$

Поэтому можно полагать, что в таких условиях коэффициент ограничения теплопереноса в плазме с $Z \gg 1$ определяется ионно-звуковой турбулентностью. Напротив, при больших значениях турбулентного числа Кнудсена, $K_N \gg 1$, сравнение формул (4) и (14) приводит к следующему условию, при котором ионно-звуковая турбулентность не является определяющей:

$$Z > 50/K_N. \tag{17}$$

Наконец, в связи с возможным использованием формулы (14) следует сделать, как нам представляется, наиболее существенное утверждение о том, что в случае быстрых процессов, когда характерное время, с одной стороны, мало, например по сравнению с обратным декрементом $[\sqrt{\pi/8}\omega_{Li}^2/\omega_{Le}]^{-1}$ затухания коротковолновых ионно-звуковых колебаний, а с другой стороны, велико по сравнению с временем электрон-электронного свободного пробега $\nu_{ee}^{-1}$, ионно-звуковая турбулентность просто не реализуется, а ограничение теплопереноса описывается формулой (14). Необходимое условие $[\sqrt{\pi/8}\omega_{Li}^2/\omega_{Le}] \ll \nu_{ee}$ реализуется для не слишком идеальной плазмы, когда $e^2/r_{De} \gg 10^{-4}\kappa_B T_e$, где $r_{De}$ – электронный дебаевский радиус. Последнее выполняется при $n_e(\text{см}^{-3}) \gg 10^{20} T_e\,(\text{кэВ})$.

Таким образом, на основании нелокальной аналитической теории столкновительного переноса в разреженной плазме показано, как возникает коэффициент ограничения теплопереноса, и установлена его зависимость от кратности ионизации ионов плазмы.

---


1. R.C.Malone, R.L.McCrory, and R.L.Morse, Phys. Rev. Lett. **34**, 721 (1975).
2. W.C.Mead et al., Phys. Fluids **27**, 1301 (1984).
3. R.Benattar, C.Popovics, R.Sigel, and J.Virmont, Phys. Rev. Lett. **42**, 766 (1979).
4. W.L.Kruer, Comments Plasma Phys. **5**, 69 (1979).
5. V.Yu.Bychenkov, V.P.Silin, and S.A.Uruypin, Phys. Reports **164**, 119 (1988).
6. В.Ю.Быченков, В.П.Силин, ЖЭТФ **82**, 1886 (1982).
7. D.Shvarts, J.Delettres, R.L.McCrory, and C.P.Verdon, Phys. Rev. Lett. **47**, 247 (1981).
8. F.Luciani, P.Mora, and J.Virmont, Phys. Rev, Lett. **51**, 1664 (1983).
9. A.V.Maximov, V.P.Silin, and M.V.Chegotov, Sov. J. Plasma Phys. **16**, 331 (1990).
10. P.Mora, in: Inertial Confinement Fusion, Proc. Intern School on Plasma Physics "Piero Caldirola", Bologna: Editrice Compositori (1989), p.237.
11. H.A.Rose and D.F.DuBois, Phys. Fluids B **4**, 1394 (1992).
12. E.M.Epperlein and R.W.Short, Phys. Fluids B **3**, 3092 (1991).
13. E.M.Epperlein and R.W.Short, Phys. Fluids B **4**, 4190 (1992).
14. R.W.Short and E.M.Epperlein, Phys. Rev. Lett. **68**, 3307 (1992).
15. А.В.Максимов, В.П.Силин, ЖЭТФ **103**, 73 (1993).
16. A.V.Maximov and V.P.Silin, Phys. Lett A **173**, 83 (1993).