

КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИЕ И ХАОТИЧЕСКИЕ ЛЕНГМЮРОВСКИЕ КАВИТОНЫ

В.И.Петвиашвили, **А.Г.Шагалов***

*Российский научный центр "Курчатовский институт"
123182 Москва, Россия*

** Институт физики металлов РАН
620219 Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 26 июля 1993 г.

Исследуется эволюция трехмерных пакетов ленгмюровских волн, описываемых уравнением Захарова с добавлением членов, моделирующих генерацию и затухание типа Ландау. Показано, что затухание приводит к стабилизации пакета уже при малой амплитуде и масштабах, значительно превышающих дебаевский радиус. Образуется кавитон с захваченным в нем квазипериодическим или стохастическим электрическим полем. Переход в стохастический режим происходит при росте интенсивности генерации через бифуркации удвоения периода.

Коллапс ленгмюровских волн [1] является основополагающей идеей в теории сильной турбулентности плазмы. Несмотря на многочисленные исследования в этом направлении в настоящее время остается открытым вопрос об окончательной стадии развития коллапса. Ряд гипотез предполагает образование локализованных долгоживущих зон в плазме, в которых происходит диссиляция энергии (эффект "воронки" [2], "диссипативные солитоны" [3]). В недавнем эксперименте [4] были обнаружены долгоживущие каверны плотности плазмы ("кавитоны"), в которых происходило поглощение энергии ленгмюровских колебаний, непрерывно генерируемых электронным пучком. Модель ленгмюровского кавитона, основанная на уравнениях Захарова [1] с добавлением членов, описывающих генерацию в области больших масштабов и затухание типа Ландау, была предложена в работе [3]. Были найдены стационарные кавитоны с монохроматическим заполнением, названные в этой работе диссипативными солитонами, поскольку эти образования аналогичны диссипативным структурам в химии и биологии [5]. Однако работа [3] не привлекла большого внимания, так как не было ясно, насколько устойчивы такие образования. Кроме того, если допустить, что кавитоны играют определяющую роль в сильной турбулентности плазмы, то спектр турбулентности должен быть линейчатым. Однако в экспериментах по искусственно нагреву ионосферы наблюдался не только линейчатый [6], но и широкополосный [7] спектр ленгмюровских колебаний. Кроме того, в численных экспериментах [8] отмечалось возникновение в спектре ряда хорошо выраженных пиков. В данной работе мы снимаем ряд противоречий "кавитонной" теории ленгмюровской турбулентности: определена область устойчивости стационарных кавитонов, а также обнаружены кавитоны нового типа с квазипериодическим или даже стохастическим широкополосным заполнением.

В предположении сферической симметрии запишем уравнение Захарова [1] в виде

$$\begin{aligned} i\partial E/\partial t + RE + |E|^2 E &= -i\{\alpha RE + R^2 E\}, \\ R &= (\partial/\partial r)r^{-2}(\partial/\partial r)r^2, \end{aligned} \tag{1}$$

где в правой части мы ввели, следуя [3], дополнительные члены, моделирующие генерацию и поглощение волн. Коэффициент α характеризует интенсивность генерации. Уравнение (1) записано в безразмерном виде, где время t нормировалось на величину, обратную плазменной частоте ω_p , радиальная координата r – на величину порядка дебаевского радиуса r_D , а поле E – на величину $\sqrt{16\pi r}$, r – давление плазмы.

Если разложить решения (1) в ряд по собственным функциям оператора R :

$$\varphi_k(r) = r^{-1/2} J_{3/2}(kr), \quad (2)$$

то в линейном приближении дополнительные члены в правой части (1) соответствуют наличию инкремента

$$\Gamma_k = \alpha k^2 - k^4. \quad (3)$$

Таким образом, ленгмюровские колебания в длинноволновой области $0 < k^2 \leq \alpha$ неустойчивы и обеспечивают поступление энергии в систему. В то время как в коротковолновой области, $k^2 > \alpha$, происходит их интенсивное поглощение. Взаимная компенсация этих эффектов обеспечивает существование кавитона.

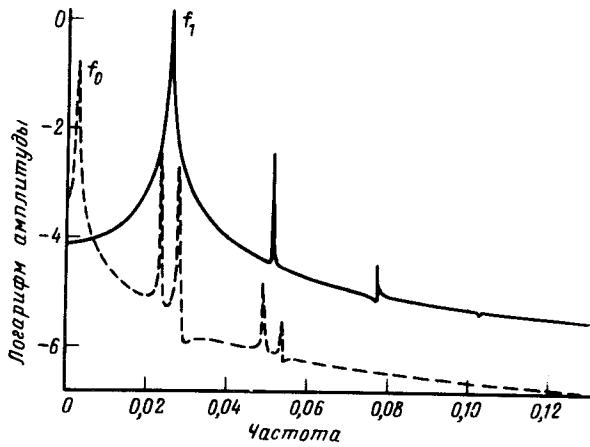


Рис.1. Фурье-спектры кавитона с квазипериодическим заполнением при $\alpha = 0,052$: сплошная линия – спектр $I(t)$, пунктирная – $E_1(t)$

Уравнение (1) решалось численно в диапазоне $0 \leq r \leq L$ с граничными условиями $E(0, t) = E(L, t) = 0$. Использовалось разложение решений (1) по собственным функциям (2) с последующим решением системы обыкновенных дифференциальных уравнений на коэффициенты рядов Фурье $E_n(t)$ методами Рунге–Кутта 4-го порядка точности. Число гармоник $E_n(t)$ ограничивалось: $n \leq N$, где N выбиралось достаточно большим, чтобы указанная процедура "усечения" не влияла на результат. В расчетах N варьировалась в диапазоне 10–20, а область расчета фиксировалась величиной $L = 25$. В качестве начальных условий выбирались возмущения малой амплитуды. Асимптотически при $t \rightarrow \infty$ полученные результаты не зависели от начальных условий и являлись самосогласованным решением (1), определяемым только параметром α .

При $\alpha < \alpha_0 = 0,0316$ любые начальные возмущения в (1) затухают со временем и решение асимптотически стремится к нулевому $E = 0$.

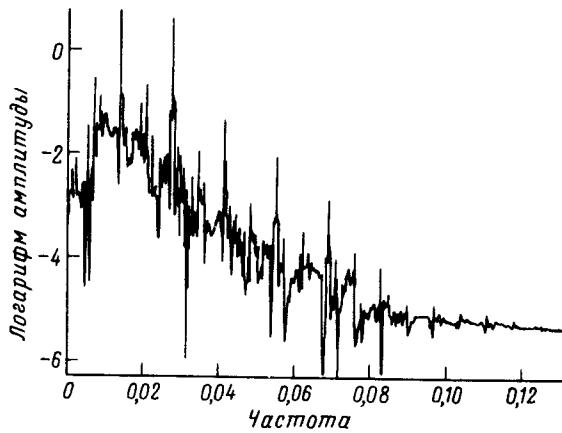


Рис.2. Фурье-спектр интеграла $I(t)$ для кавитона с хаотическим заполнением, $\alpha = 0,05525$:

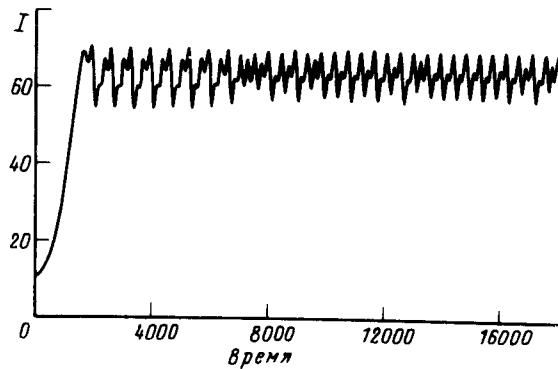


Рис.3. Эволюция интеграла $I(t)$ для кавитона с хаотическим заполнением, $\alpha = 0,05525$

При $\alpha > \alpha_0$ уравнение (1) имеет пространственно локализованные решения типа

$$E(r, t) = A(r) \exp\{i\lambda t\} \quad (4)$$

с амплитудой и частотой, зависящими от параметра α . Они соответствуют кавитонам с монохроматическим заполнением – стационарным кавернам плотности $\sim |E|^2$ с захваченными в них ленгмюровскими колебаниями частоты $\omega_p(1 - \lambda)$. Решения типа (4) подробно исследованы в работе [3]. В диапазоне $\alpha_0 < \alpha < \alpha_1 = 0,049$ любое решение (1) со временем асимптотически стремится к стационарному кавитону типа (4).

При увеличении $\alpha > \alpha_1$ стационарный кавитон (4) теряет устойчивость. Возникающее решение является квазипериодическим с двумя независимыми частотами f_0 и f_1 . При этом f_0 близка к соответствующей частоте λ стационарного решения, а амплитуда флукутирует вблизи $A(r)$. Как видно из рис.1,

спектр интеграла

$$I(t) = \int_0^L |E|^2 r^2 dr, \quad (5)$$

пропорционального полной энергии кавитона с квазипериодическим заполнением, состоит из частот, кратных f_1 . Спектральный состав самого поля E более сложный. Так спектр первой гармоники $E_1(t)$ состоит из f_0 и линейных комбинаций $m f_1 \pm f_0$ (см. рис.1).

В терминах теории динамических систем [9] при $\alpha = \alpha_0$ в фазовом пространстве системы происходит рождение предельного цикла, остающегося устойчивым в диапазоне $\alpha_0 < \alpha < \alpha_1$. При $\alpha > \alpha_1$ происходит разрушение цикла с рождением притягивающего двумерного тора. Отметим, что при дальнейшем увеличении α структура типа 2-тора остается неизменной вплоть до возникновения стохастических состояний.

При увеличении α в диапазоне $\alpha_1 < \alpha < \alpha_\infty \approx 0,05523$ наблюдалась последовательность бифуркаций удвоения периода колебаний на второй частоте f_1 : $f_1 \rightarrow f_1/2 \rightarrow f_1/4 \dots$, при этом общая структура спектров $I(t)$ и $E_1(t)$, описанная выше, сохранялась. Первые четыре точки бифуркации удвоения периода: $\alpha_2 \approx 0,0531$, $\alpha_3 \approx 0,0546$, $\alpha_4 \approx 0,05505$, $\alpha_5 \approx 0,05516$.

В узком диапазоне $\alpha_\infty < \alpha < \alpha'_1 \approx 0,05528$ наблюдались хаотические колебания поля с широкополосным спектром (рис.2). На рис.3 приведена эволюция интеграла $I(t)$ со временем в стохастической области. Флуктуации $I(t)$ происходят вблизи значения $I = I_0 \approx 68,52$, соответствующего стационарному решению типа (4) для соответствующего значения α .

При дальнейшем росте $\alpha > \alpha'_1$ снова наблюдался возврат квазипериодических колебаний с двумя независимыми частотами. Затем при $\alpha = \alpha'_2 \approx 0,0555$ происходила бифуркация удвоения периода на второй частоте f_1 и при $\alpha = \alpha'_\infty \approx 0,0557636$ наблюдался резкий переход в хаотическое состояние, сохранившееся при всех $\alpha > \alpha'_\infty$. В отличие от первой полосы стохастичности (см. рис.2) спектр колебаний в области $\alpha > \alpha'_\infty$ является практически непрерывным без каких-либо ярко выраженных резонансных пиков.

С качественной точки зрения общая картина возникновения квазипериодических состояний и перехода к хаосу в уравнении (1) в целом повторяет аналогичные процессы в уравнении Гинзбурга–Ландау [10]. Исключение составляет лишь вторая область стохастичности $\alpha > \alpha'_\infty$, которая оказалась неограниченной по бифуркационному параметру α . По-видимому, это связано с эффектом коллапса в уравнении (1), описывающем неодномерные процессы.

В заключение отметим, что характерные пространственные масштабы возникающих кавитонов значительно превышали r_D , а характерные частоты как квазипериодических, так и хаотических режимов были близки к плазменной частоте (основная часть спектра сосредоточена в области частот, значительно меньших единицы, см. рис.1,2). Кроме того, возникающие кавитоны были малоамплитудными: $|E|^2 \ll 1$.

Один из авторов (А.Г.Ш.) благодарен за финансовую поддержку Российскому фонду фундаментальных исследований (код 93-02-2011).

1. В.Е.Захаров, ЖЭТФ **62**, 1745 (1972).
2. В.Е.Захаров, Л.Н.Шур, ЖЭТФ, **81**, 2019 (1981).

3. В.И.Петвиашвили, О.Ю.Цвелодуб, Физика плазмы 6, 467 (1980).
4. Ю.Я.Бродский, А.Г.Литвак, Я.З.Слуцкер, Г.М.Фрайман, ЖЭТФ 100, 159 (1991).
5. Г.Николис, И.Пригожин, Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979.
6. A.Y.Wong, G.J.Morales, D.Eggleston et al., Phys. Rev. Lett. 47, 1340 (1981).
7. I.J.Kantor, J.Geophys. Res. 79, 199 (1974).
8. D.F.DuBois, H.A.Rose, and D.Russell, Phys. Rev. Lett. 61, 2209 (1988).
9. О.Е.Ланфорд, В сб. Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности, под ред. Х.Суинни и Дж.Голлаба М.: Мир, 1984, с.22 (O.E.Lanford, in Topics in Applied Physics, 45, 1981).
10. L.R.Keefe, Studies in Applied Mathematics 73, 91 (1985).