Письма в ЖЭТФ, том 58, вып.5, стр.381 - 384 ©1993 г. 10 сентября

СТАБИЛЬНЫЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СОЛИТОНЫ (ВИХРИ) В ДВУМЕРНЫХ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

Б.А.Иванов

Институт металлофизики АН Украины

252142 Киев, Украина

Поступила в редакцию 13 мая 1993 г.

После переработки 27 июля 1993 г.

При наличии внешнего магнитного поля топологический локализованный солитон (вихрь) имеет отличный от нуля импульс при нулевой скорости. В силу этого вихрь с конечным значением скорости стабилен (в отличие от стандартной ситуации) относительно коллапса.

Динамика намагниченности классического двухподрешеточного антиферромагнетика (АФМ) может быть описана в рамках анизотропной σ-модели n-поля ([1,2], см. также [3]). Для АФМ с легкой осью вдоль оси z во внешнем магнитном поле $\mathbf{H}$ лагранжиан может быть представлен через единичный вектор антиферромагнетизма $\mathbf{l}$, $\mathbf{l}^2 = 1$,

$$L = \frac{E_0}{4\pi}\int\left\{\frac{1}{2c^2}\dot{\mathbf{l}}^2 - \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{l})^2 + \frac{1}{r_0^2}(l_x^2 + l_y^2) + \frac{g}{c^2}(\mathbf{H}[\dot{\mathbf{l}}\mathbf{l}])\right\}d^2x. \qquad (1)$$

Здесь первые два слагаемых определяют динамику АФМ в обменном приближении, $c = gM_0(\alpha\delta)^{1/2}/2$ – скорость спиновых волн, $E_0 = 4\pi\alpha a M_0^2$ – минимальная энергия топологического солитона (вихря), см. ниже, α и δ – константы неоднородного и однородного обмена, a – постоянная решетки, M_0 – намагниченность подрешетки, $\dot{\mathbf{l}} = \partial\mathbf{l}/\partial t$, $g = 2|\mu_0|/\hbar$, μ_0 – магнетон Бора. Третье слагаемое определяет энергию анизотропии в виде $w_a = \frac{\beta}{2}(l_x^2 + l_y^2)$, $r_0 = \sqrt{\alpha/\beta}$ – характерный пространственный масштаб, $r_0 \gg a$. Последнее слагаемое при $\mathbf{H} \neq 0$ разрушает формальную лоренц-инвариантность с избранной скоростью c, характерную для АФМ при $H = 0$ (а также без учета взаимодействия Дзялошинского, см. [4]).

Суммарная намагниченность АФМ $\mathbf{M}$, $(\mathbf{M}\cdot\mathbf{l}) = 0$ содержит два слагаемых: динамическое $\mathbf{M}_d$ и статическое $\mathbf{M}_s$:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_d + \mathbf{M}_s = \frac{2}{g\delta}[\mathbf{l}, \dot{\mathbf{l}}] + \frac{4}{\delta}[\mathbf{H} - \mathbf{l}(\mathbf{l}\mathbf{H})]. \qquad (2)$$

В изотропных ($H = 0$, $r_0 \to \infty$) магнетиках существуют статические локализованные ($\mathbf{l} \to \mathbf{e}_z$ при $x, y \to \infty$) топологические солитоны (вихри Белавина – Полякова), обладающие масштабной инвариантностью. Их структура описывается формулами ([5], см. также [3])

$$\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} = \left(\frac{R}{r}\right)^{|\nu|}, \quad \phi = \nu\chi + \phi_0, \quad l_z = \cos\theta, \quad l_x + il_y = \sin\theta\cdot e^{i\phi}, \qquad (3)$$

где r, χ – полярные координаты в плоскости магнетика, целое число $\nu = \pm1, \pm2, \ldots$ – топологический заряд вихря (степень отображения плоскости магнетика xy на сферу $\mathbf{l}^2 = 1$, см. [3]), ϕ_0 и радиус вихря R – произвольные параметры. Энергия вихря $E = |\nu| E_0$ в обменном приближении не зависит от ϕ_0 и радиуса вихря R, что определяет масштабную инвариантность двумерной задачи для изотропного магнетика. Если учесть магнитную анизотропию, то в энергии появляется положительное слагаемое, пропорциональное R^2. Например, для $|\nu| = 1$

$$E = E_0[1 + \lambda(R/r_0)^2], \quad \lambda = \ln(2,42 r_0/R_0), \tag{4}$$

см. [6,3]. В силу этого минимум энергии как функции R не реализуется ни при каком $R \neq 0$, что и определяет коллапс вихря (теорема Деррика – Хобарда о нестабильности неодномерных солитонов, см. [7,8,3]). Стабилизация вихря возможна за счет сохранения z-проекции суммарной намагниченности $\int M_z d^2x$, см. [3], но при этом солитону с малым $R < r_0$ отвечает прецессия вектора $\mathbf{l}$, $\phi = \omega t + \nu\chi + \phi_0$, причем частота прецессии не мала и сравнима с частотой линейных магнонов $\omega_0 = gH_0$, $H_0 = M_0(\beta\delta)^{1/2}/2$.

В рассмотренном нами случае возможна динамическая стабилизация вихря другого типа, связанная с тем, что при наличии поля $\mathbf{H}$, не параллельного легкой оси АФМ $\mathbf{e}_z$, импульс неподвижного (со скоростью $v = 0$) вихря с конечным радиусом R и топологическим зарядом $\nu = \pm 1$ отличен от нуля. Запишем общую формулу для импульса поля вектора $\mathbf{l}$ в виде

$$\mathbf{P} = \int \mathbf{p} d^2x, \quad \mathbf{p} = -\sum_l (\partial L/\partial \dot{\mathbf{l}}_i)\nabla l_i.$$

За счет последнего слагаемого в лагранжиане L в плотности импульса появляются члены, не содержащие $\dot{\mathbf{l}}$. Вычисляя их вклад в импульс для вихря вида $\theta = \theta_0(r)$, $\phi = \nu\chi + \phi_0$, легко получить, что при $v = 0$ и $\nu = \pm 1$

$$\mathbf{P} \equiv \mathbf{P}_0 = P_0\mathbf{n}, \quad P_0 = (gHE_0/4c^2)\int_0^\infty dr\left(r\frac{d\theta_0}{dr} + \sin\theta_0\cos\theta_0\right),$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{e}_x \sin\Psi + \nu\mathbf{e}_y\cos\Psi, \quad \Psi = \phi_0 - \Phi, \quad H_x = H\cos\Phi, \quad H_y = H\sin\Phi. \tag{5}$$

Направление $\mathbf{P}_0$ (вектор $\mathbf{n}$ зависит от ориентации поля в плоскости магнетика, так и от внутреннего параметра вихря ϕ_0. При $|\nu| \neq 1$ для решения выбранного выше вида значение $P = 0$ при $v = 0$. Далее будем рассматривать только вихри малого радиуса $R \ll r_0$ с $|\nu| = 1$, но считать, что $R \gg a$, что необходимо для адекватности макроскопического описания. При $R \ll r_0$ для $\theta_0(r)$ можно использовать формулу (3), тогда легко получить

$$P_0 = (E_0/2c^2)gHR. \tag{5'}$$

Покажем, что условие $|\mathbf{P}| \propto R \neq 0$ при $v = 0$ приводит к стабильности движущегося вихря относительно коллапса, то есть фиксации его радиуса $R = R_0$. Будем исходить из вариационного подхода, см. [6]. Выберем пробную функцию в виде (3) с заменой $r \to r' = (x'^2 + y'^2)^{1/2}$, $\chi \to \chi' = \mathrm{arctg}(y'/x')$, $x' = x - v_x t$, $y' = y - v_y t$, и вычислим лагранжиан (1) как функцию скорости вихря $\mathbf{v}$ и параметров пробной функции R и ϕ_0, $L = L(\mathbf{v}, R, \phi_0)$. Экстремум L по R и ϕ_0 определит равновесные параметры вихря (этот экстремум не обязательно является минимумом, см. [3,6]). С учетом (3), (4) легко получить

$$L(\mathbf{v}, R, \phi_0) = E_0 v^2/2c^2 + (E_0/4c^2)gHR\mathbf{v}\,\mathbf{n} - E_0(1 + \lambda(R/r_0)^2). \tag{6}$$

Экстремуму (6) при данном $v = |\mathbf{v}|$ отвечает такое значение ϕ_0, при котором $\mathbf{v}\,\mathbf{n} = v > 0$ (физически это условие означает, что динамический и статический вклад в намагниченность вихря, см. (2), параллельны). Это условие может быть переписано также в виде $\eta + \nu(\phi_0 - \Phi) = \pi/2$, где η и Φ – полярные углы, определяющие направление скорости $\mathbf{v}$ и поля $\mathbf{H}$, $\nu = \pm 1$, ϕ_0 – параметр вихря, см. (5). Легко убедиться, что это условие может быть удовлетворено при любой ориентации $\mathbf{v}$ относительно $\mathbf{H}$ выбором ϕ_0. С учетом условия $\mathbf{v}\,\mathbf{n} = |\mathbf{v}|$ для равновесного радиуса вихря R_0 в главном логарифмическом приближении по (R_0/r_0) легко получить

$$R_0 = r_0^2 vgH/gc^2\lambda', \qquad \lambda' \cong \ln(c^2/r_0 vgH). \tag{7}$$

Отсюда можно найти зависимость "равновесной" функции Лагранжа вихря $L(v) \equiv L(\mathbf{v}, R_0, \phi_0)$ от скорости вихря $\mathbf{v}$ и определить энергию и импульс вихря:

$$\mathbf{P} = m_* \mathbf{v}, \quad E = E_0 + \frac{P^2}{2m_*}, \quad m_* = \frac{E_0}{c^2}(1 + A(gHr_0/c)^2) \simeq \frac{E_0}{c^2}, \quad A \simeq 1. \tag{8}$$

С учетом выбора значения ϕ_0, отвечающего экстремуму L, энергия не зависит от ориентации импульса относительно магнитного поля. Таким образом, мы получили обычный квадратичный изотропный закон дисперсии с эффективной массой m_*, $m_* \simeq E_0/c^2$ при $H \ll H_0$. Расчет на основе (6), (7) дает в m_* слагаемые типа $A(gHr_0/c)^2 \simeq (H/H_0)^2$, опущенные в конечном выражении (здесь $H_0 = M_0(\beta\delta)^{1/2}/2$ – характерное значение поля). Дело в том, что при расчете эффективной массы надо учитывать, что реальное решение для движущегося вихря имеет вид $\theta = \theta_0(r') + v\vartheta(x', y')$; $\phi = \nu\chi' + \phi_0 + v\psi(x', y')$, и в явном виде находить добавки ϑ и ψ, см. [9]. Это приводит к поправке в m_* такого же порядка $(H/H_0)^2$, что опущены в (8). Реальный расчет может быть проведен так же, как в [9] для ферромагнетика, но анализ этой громоздкой задачи выходит за рамки данной работы.

В расчетах было использовано предположение: $a \ll R_0 \ll r_0$, то есть $(a/r_0)^2 \ll (v/c)(H/H_0) \ll 1$. Поскольку величина H_0 достаточно велика (H_0 совпадает с полем спин-флоп перехода при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{e}_z$) и для разных АФМ меняется в интервале от единиц до нескольких десятков КЭ, а значение $(a/r_0)^2 \simeq \beta/\delta \leq 10^{-3} \div 10^{-4}$, это предположение при разумных значениях поля выполнено в широком интервале скоростей вихря. Отметим также, что к подобным следствиям ($\mathbf{P} \neq 0$ при $v = 0$, стабильность движущихся вихрей) приводит и наличие некоторых типов взаимодействия Дзялошинского, которое может разрушать лоренц-инвариантность динамики вектора $\mathbf{l}$, см. [4]. При этом в АФМ с легкой осью n-го порядка (четной или нечетной) стабилизируются вихри с $|\nu| = n/2$ или $|\nu| = n$, соответственно, величина $R_0 \propto (v/c)H_D/H_0$, H_D – соответствующее поле Дзялошинского, см. [4].

Стабилизация трехмерных топологических солитонов за счет сохранения импульса обсуждалась для A-фазы сверхтекучего ^{3}He Воловиком и Минеевым [10]. Для этой системы получались другие зависимости: $R \propto 1/v$, $P \propto 1/v^3$ и $E \propto \sqrt{P}$, характерные для вихревых колец в жидкости. В недавней работе Папаниколау [11] было сделано предположение, что сохранение импульса трехмерного солитона в ферромагнетике с индексом Хопфа может привести к его стабилизации (для такого солитона величина $E \propto \alpha R + \beta R^3$, $P \propto vR^2$).

Записав $L = E - \mathbf{P}\mathbf{v} \propto \alpha R + \beta R^3 - vR^2/gM_0$, получим, что экстремум L может возникать только при достаточно больших скоростях $v \geq gM_0\sqrt{\alpha\beta}$. Таким образом, условия стабилизации двумерных солитонов в магнетиках являются менее жесткими, чем трехмерных.

В заключение отметим, что плотность газа вихрей с конечной энергией конечна при любой температуре $T \neq 0$. Вклад газа локализованных вихрей в функции отклика двумерных магнетиков обсуждался, например, в работах [12,13], но при этом возникала проблема коллапса солитонов. Как показано в настоящей работе, для широкого класса АФМ с разрушенной лоренц-инвариантностью, движущиеся солитоны стабильны относительно коллапса, следовательно, учет газа таких солитонов может быть актуальным при анализе термодинамики квазидвумерных АФМ.

Я благодарен А.К.Колежуку и Д.Д.Шеке за обсуждение работы, Н.Папаниколау – за присылку препринта работы [11]. Работа финансировалась Комитетом по науке и технологиям Украины, грант 2/361 "Солитон".

---

1. А.Ф.Андреев, В.А.Марченко, УФН, **130**, 39 (1980).
2. И.В.Барьяхтар, Б.А.Иванов, ФНТ **5**, 759 (1979).
3. A.M.Kosevich, B.A.Ivanov and A.S.Kovalev, Phys. Reports **194**, 118 (1990).
4. Е.В.Гомонай, Б.И.Иванов, В.А.Львов, Г.Л.Оксюк, ЖЭТФ **97**, 307 (1990).
5. А.А.Белавин, А.М.Поляков, Письма в ЖЭТФ, **22**, 503 (1975).
6. В.П.Воронов, Б.А.Иванов, А.М.Косевич, ЖЭТФ **84**, 2235 (1983).
7. G.H.Derrick, J. Math. Phys. **5**, 1252 (1964).
8. R.H.Hobbart, Proc. Phys. Soc. **82**, 201 (1963).
9. B.A.Ivanov and V.A.Stephanovich, Phys. Lett. **A72**, 1117 (1989).
10. Г.Е.Воловик, В.П.Минеев, ЖЭТФ, **73**, 767 (1977).
11. N.Papanicolaou, Dynamics of Magnetic Vortex Rings, in: Singularities in Fluids, Plasmas and Optics, NATO ASI SERIES, ed by R.Caflisch, Springer, 1992.
12. F.Waldner, JMMM **54-57**, pt. II, 873 (1986).
13. Б.А.Иванов, А.К.Колежук, ФНТ **16**, 335 (1990).