Письма в ЖЭТФ, том 58, вып.6, стр.435 - 439 ©1993 г. 25 сентября

ПЛАЗМЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ЭЛЕКТРОНОВ В СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

С.Н.Артеменко, А.Г.Кобельков

Институт радиотехники и электроники РАН

103907 Москва, Россия

Поступила в редакцию 14 июля 1993 г.

После переработки 12 августа 1993 г.

Теоретически исследуются слабозатухающие коллективные колебания в слоистых сверхпроводниках. При низких температурах найдена мода, напоминающая джозефсоновские плазменные колебания в туннельных контактах. Вблизи T_c эти колебания превращаются в моду Карлсона–Голдмэна с линейным спектром. Обсуждаются возможности экспериментального наблюдения колебаний.

Коллективные колебания в сверхпроводниках неоднократно обсуждались в литературе. Колебания фазы со звуковым спектром были найдены Боголюбовым [1] и Андерсоном [2] для сверхпроводников с нейтральными электронами, однако в обычных сверхпроводниках кулоновское взаимодействие превращает такие моды в плазменные колебания (ПК), частота которых много больше энергетической щели, поэтому эти колебания мало отличаются от ПК в нормальных металлах. Слабозатухающие коллективные колебания в реальных сверхпроводниках (мода Карлсона и Голдмэна, далее МКГ) были обнаружены в эксперименте [3] и получили теоретическое объяснение в работах [4,5]. МКГ существует лишь вблизи критической температуры T_c, имеет линейный спектр и связана с колебаниями фазы параметра порядка и электрического поля (см. обзор [6]).

В статье рассматриваются собственные колебания в слоистом металле со слабой связью между слоями. ПК такой системы в нормальном состоянии неоднократно исследовались (см., например, статьи [7], где обсуждается их роль в механизме высокотемпературной сверхпроводимости). Мы рассмотрим сверхпроводящее состояние слоистого металла и покажем, что в таком веществе могут существовать ПК сверхпроводящих электронов. При приближении к T_c эти колебания превращаются в МКГ. Наш расчет основан на кинетических уравнениях для функций Грина [8–10], обобщенных в [11] на случай слоистых сверхпроводников. Хотя мы используем уравнения для низкотемпературных сверхпроводников, мы полагаем, что качественные выводы окажутся справедливы и для ВТСП.

Отличие уравнений для слоистого сверхпроводника состоит в том, что для направления, перпендикулярного слоям, используется узельное представление Ванье, а для направлений в плоскости слоев функции Грина зависят от координат и направлений импульса. Уравнения сильно упрощаются в приближении сильной связи, когда учитываются лишь переходы между соседними слоями, а также когда $\epsilon_1 \ll 1/\tau$ или Δ, где ϵ_1 равна четверти ширины энергетической зоны для движения электронов поперек слоев, τ – время рассеяния импульса, Δ – энергетическая щель. В этом случае уравнения принимают вид (здесь и далее $\hbar = e = k_B = 1$) :

$$iv\nabla\mathcal{G}_{nm} + \epsilon_1 \sum_{i=\pm 1} (\hat{A}_{nn+i}\mathcal{G}_{n+im} - \mathcal{G}_{nm+i}\hat{A}_{m+im}) + i\sigma_z \frac{\partial}{\partial t}\mathcal{G}_{nm} + \frac{\partial}{\partial t'}\mathcal{G}_{nm}\sigma_z -$$

$$-h_n\mathcal{G}_{nm} + \mathcal{G}_{nm}h_m = (i/2\tau)(\mathcal{G}_{nn}\mathcal{G}_{nm} - \mathcal{G}_{nm}\mathcal{G}_m), \tag{1}$$

где $h_n = -i\sigma_y\Delta_n + \mu_n + \sigma_z v p_{Sn}$, $\mu_n = 1/2(\partial\chi_n/\partial t) + \Phi_n$, Φ_n – матричный элемент электрического потенциала на волновых функциях слоя n, χ_n – фаза параметра порядка, p_{Sn} и v – сверхпроводящий импульс и фермиевская скорость вдоль слоев. Функция Грина $\mathcal{G}$ является матрицей:

$$\mathcal{G} = \begin{pmatrix} \hat{g}^R & \hat{g} \\ 0 & \hat{g}^A \end{pmatrix},$$

каждая из компонент которой в свою очередь является матрицей по спиновым индексам. Матрицы Паули и

$$\hat{A}_{nm} = \cos\left(\frac{\chi_n - \chi_m}{2}\right) + i\sigma_z \sin\left(\frac{\chi_n - \chi_m}{2}\right)$$

действуют на спиновые индексы. Кроме того, в (1) подразумевается свертка по времени. Слагаемое в правой части (1) – интеграл упругих столкновений, рассеянием энергии пренебрегаем, считая, что характерные частоты больше обратного времени энергетической релаксации.

Плотности тока, параллельного и перпендикулярного слоям, и плотность заряда вычисляются следующим образом:

$$j_{\parallel} \sim \int d\theta \mathrm{Sp}\sigma_z\hat{g}_{nn} \ \ (t = t'), \quad j_{\perp} \sim \int d\theta v \mathrm{Sp}\sigma_z(\hat{A}_{n+1n}\hat{g}_{nn+1} - \hat{A}_{nn+1}\hat{g}_{n+1n})\,(t = t'), \tag{2}$$

$$\rho_n \sim \int d\theta \mathrm{Sp}\hat{g}_{nn} \ \ (t = t'), \tag{3}$$

где θ – полярный угол.

Для отыскания спектра собственных колебаний мы находим функции Грина в линейном приближении по p_s, μ и разности фаз $\varphi = \chi_{n+1} - \chi_n$ между соседними слоями. При этом мы делаем преобразование Фурье по временам и координатам, переходя от координат r вдоль слоя к q, а от дискретной переменной n – к $|k| < \pi/d$, где d – период слоистой структуры. Затем с помощью (2), (3) мы вычислим линейный отклик и, подставив выражения для тока и заряда в уравнения Максвелла, найдем собственные колебания в системе.

Мы ограничимся длинноволновым пределом $kd \ll 1$, $qv \ll \Delta$ и случаем малых частот $\omega \ll \Delta$. Рассмотрим сначала низкие температуры $T < \Delta$. Для плотности тока получим

$$j_{\parallel} = \left(\frac{c^2}{4\pi\lambda_{\parallel}^2} - i\sigma_{\parallel}\omega\right) p_s, \quad j_{\perp} = \left(\frac{c^2}{4\pi\lambda_{\perp}^2} - i\sigma_{\perp}\omega\right) \varphi/2d, \tag{4}$$

где $\lambda_{\parallel,\perp}$ являются глубинами проникновения магнитного поля для соответствующих направлений. Для $\lambda_{\parallel}$ получается обычное выражение, а $\lambda_{\perp} \sim (v/\epsilon_1 d)\lambda_{\parallel}$.

Отметим, что если бы мы не линеаризовали уравнения (1) по φ, то при малых ω и k вместо (4) получили бы для сверхпроводящей части тока $j_\perp$ (первое слагаемое в скобках)

$$j_{s\perp} = \frac{c^2}{8\pi\lambda_\perp^2 d}\sin\varphi \equiv j_c \sin\varphi, \tag{5}$$

что отражает джозефсоновскую связь между слоями.

Вторые слагаемые в выражениях для тока (4), описывающие вклад квазичастиц, при низких температурах малы (приведены лишь члены, дающие наибольший вклад в затухание искомых колебаний):

$$\sigma_{\|,\perp} = \sigma_{N\|,\perp}\begin{cases} (2\pi\Delta/\omega)^{1/2}/(1+2\omega\Delta\tau^2)\exp(-\Delta/T) & \text{при} \quad \Delta \gg \omega \gg T, \\ \frac{\Delta}{T}\ln(T/\omega)\exp(-\Delta/T) & \text{при} \quad \omega \ll T, 1/\Delta\tau^2, \end{cases} \tag{6}$$

где σ_N – проводимость, которая была бы в нормальном состоянии.

В выражении для плотности заряда можно пренебречь вкладом квазичастиц, в результате получим

$$\rho = -(k_0^2/4\pi)\mu,$$

где k_0^{-1} – радиус экранирования Томаса–Ферми в нормальном состоянии.

Выразим теперь электрическое поле через μ, φ и p_s: $E_\| = i(q\mu+\omega p_s)$, $E_\perp = i(k\mu+\omega\varphi/2d)$, и подставим (5) и (7) в уравнения Максвелла. Приравняв нулю определитель полученной системы уравнений, мы найдем закон дисперсии собственных колебаний:

$$\omega^2 = \omega_0^2(1+\epsilon_\perp k^2/k_0^2)(1+k^2\lambda_\|^2+q^2\lambda_\perp^2)/(1+k^2\lambda_\|^2), \quad \omega_0 = c/(\lambda_\perp\sqrt{\epsilon_\perp}), \tag{8}$$

где $\epsilon_\perp$ – диэлектрическая проницаемость. В (8) для краткости опущено экспоненциально малое затухание и взят предел $q \ll k_0$.

Предположение $\omega \ll \Delta$, использованное при выводе (8), делало расчеты менее громоздкими. Необходимым же для существования слабозатухающих ПК (8) является условие $\omega_0 < \Delta$, которое выполняется при достаточно больших $\lambda_\perp$, то есть при достаточно слабой связи между сверхпроводящими слоями.

Отметим, что если перпендикулярно слоям течет постоянный ток $j < j_c$, то в силу (6) в уравнении (8) $\lambda_\perp$ надо зменить на $\lambda_\perp/[1-(j/j_c)^2]^{1/2}$, то есть частота ПК уменьшается.

Рассмотрим теперь случай температур, близких к T_c, когда $\Delta < T$ и вклады квазичастиц в ток и заряд не малы. В этом случае получаются выражения, аналогичные изотропному случаю (см. обзор [6]):

$$j_\| = \frac{c^2}{4\pi\lambda_\|^2}p_s - i\sigma_\|[q\mu+\omega p_s(1+J)], \quad j_\perp = \frac{c^2}{8\pi\lambda_\perp^2 d}\varphi - i\sigma_\perp[k\mu+\omega\frac{\varphi}{2d}(1+J)], \tag{9}$$

$$\rho = -(k_0^2/4\pi)[(\delta + i\frac{D_\| q^2 + D_\perp k^2}{\omega})\mu + i(D_\| q p_s + D_\perp k\frac{\varphi}{2d})], \tag{10}$$

где $\delta = \frac{\pi\Delta}{4T} \ll 1$, $D_\| = v^2\tau/2$, $D_\perp = 2\epsilon_1^2 d^2\tau$, величина J мала, она зависит от параметра $\Delta\tau$:

$$J = \frac{\Delta}{2T}\ln(\frac{\Delta}{\omega}) \text{ при } \Delta\tau \gg 1, \quad J = \frac{\Delta}{T}\ln(\frac{\Delta}{\omega}) \text{ при } \Delta\tau \ll 1;$$

проводимости $\sigma_{\|}$ и $\sigma_{\perp}$ при $\Delta \to 0$ совпадают с проводимостями в нормальном состоянии. Отметим также, что (9), (10) справедливы при $\omega \gg D_{\|}q^2 + D_{\perp}k^2$.

Действуя, как в случае низких температур, вычислим спектр слабозатухающих собственных колебаний. Характер их закона дисперсии оказывается зависящим от соотношения между ω_0 и частотой диэлектрической релаксации $\omega_r = 4\pi\sigma_{\perp}/\epsilon_{\perp}$. При низких температурах $\omega_0 \gg \omega_r$ и существуют ПК (8). Вблизи T_c эта мода сохраняется, пока выполняется условие $\omega_0 \gg \omega_r$, при $\Delta < T$ спектр ПК в длинноволновом пределе имеет вид

$$\omega^2 = \omega_0^2 - i\omega\omega_r + c^2q^2/\epsilon_{\perp} + D_{\perp}k^2\omega^2/\delta\omega_r. \tag{11}$$

При этом наряду с модой (11) в сверхпроводнике имеется МКГ, распространяющаяся вдоль слоев.

Так как вблизи T_c ω_0 пропорциональна Δ, то при дальнейшем повышении температуры начнет выполняться противоположное условие $\omega_0 \ll \omega_r$. В этом случае спектр приобретает звуковой характер и для всех направлений волнового вектора совпадает с МКГ:

$$\omega^2 = \frac{D_{\|}q^2}{4\pi\sigma_{\|}\delta}\left(1 - \frac{i\omega 4\pi\sigma_{\|}\lambda_{\|}^2}{c^2}J + \frac{c^2}{i\omega 4\pi\sigma_{\|}\lambda_{\|}^2}\right) + \frac{D_{\perp}k^2}{4\pi\sigma_{\perp}\delta}\left(1 - \frac{i\omega 4\pi\sigma_{\perp}\lambda_{\perp}^2}{c^2}J + \frac{c^2}{i\omega 4\pi\sigma_{\perp}\lambda_{\perp}^2}\right). \tag{12}$$

Отсюда видно, что область слабого затухания ограничена снизу и сверху и существует в меру малости величины $J \sim \frac{\Delta}{T}\ln(\frac{\Delta}{\omega})$.

Обсудим возможности экспериментального обнаружения плазменной моды. По-видимому, ее удобнее наблюдать при низких температурах, когда очень мало затухание. Так как мода связана с колебаниями электрического поля, она должна влиять на импеданс сверхпроводника. Рассмотрим образец размерами в плоскости слоев меньше $\lambda_{\perp}$, помещенный в электрическое поле частоты ω, перпендикулярное слоям. Координатная зависимость поля внутри образца определяется зависимостью $k(\omega)$, найденной из (8) при $q = 0$, которая с учетом затухания (6) имеет вид

$$k^2 = k_0^2\left[\frac{\omega^2}{\omega_0^2 - i\omega\omega_r} - 1\right]/\epsilon_{\perp}. \tag{13}$$

Вычислив распределение поля в образце, можно найти импеданс. Для образца толщиной w в направлении, нормальном к слоям, импеданс на единицу площади в плоскости слоев при $\delta\omega = \omega - \omega_0 \ll \omega_0$ имеет вид

$$Z = \frac{2\pi i w}{\epsilon_{\perp}(\delta\omega + i\omega_r)}\left(1 - \frac{\mathrm{tg}\kappa}{\kappa}\right), \qquad \kappa = k_0 w[(\delta\omega + i\omega_r/2)/2\omega_0\epsilon_{\perp}]^{1/2}. \tag{14}$$

Как видно из (14), при $\mathrm{Im}\kappa < 1$ (когда w меньше длины затухания колебаний) Z является осциллирующей функцией ω. Так при $\delta\omega \gg \omega_r$ на частотах $\delta\omega_n = (\omega_0/2)[\pi(2n+1)/k_0 w]^2$ достигается максимум $\mathrm{Re}Z_n = 32w/[\pi(2n+1)^2\omega_r]$, а $\mathrm{Im}Z$ меняет знак, изменяясь на величину, равную $\mathrm{Re}Z$. Минимальное значение $\mathrm{Re}Z$ достигается на частотах $\delta\omega_m = 2\omega_0(\pi m/k_0 w)^2$, где $\mathrm{Re}Z = \pi w\omega_r/[2\epsilon_{\perp}(\delta\omega)^2]$.

Особенности вблизи ω_0 появятся и в коэффициенте отражения электромагнитной волны, падающей под углом α на плоскость, параллельную слоям. В этом случае в сверхпроводнике возникнут две волны. При $\delta\omega \gg \omega_0(\sin\alpha)/k_0\lambda_{\|}$

волновой вектор одной из них задается формулой (13), а для второй имеет вид

$$k^2\lambda^2 = -(1 - 4\pi i\omega\sigma_{\|}\lambda^2/c^2)(\omega^2 - i\omega\omega_r - \omega_0^2\cos\alpha)/(\omega^2 - i\omega\omega_r - \omega_0^2). \qquad (15)$$

Так как ω_r и $\sigma_{\|}$ экспоненциально малы, при $\omega_0 < \omega < \omega_0/\cos\alpha$ обе моды слабо затухают. В результате, если толщина пластины w такова, что $\mathrm{Im}kw <$ < 1, коэффициенты отражения и пропускания осциллируют с частотой. Для коэффициента пропускания (при $w \gg 1/k_0$) получим

$$T = \frac{4b\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha|\cos(kw)|^2 + b(1+\cos\alpha)^2|\sin(kw)|^2}, \qquad (16)$$

где $b = |\omega\lambda k/c|^2 \ll 1$, а k определено в (15). Из (16) видно, что при $\omega > \omega_0$ зависимость k от ω и угла α приводит к осцилляциям T.

В заключение отметим, что наш расчет, основанный на теории для низкотемпературных сверхпроводников, строго говоря, непосредственно к ВТСП не применим. Однако выражения для плотности тока и заряда (4)–(7) и (9), (10) имеют наглядный физический смысл, и мы полагаем, что они могут быть использованы для феноменологического описания ВТСП и должны дать качественно правильную картину собственных колебаний в них.

Как уже отмечалось, слабозатухающие ПК могут существовать в наиболее анизотропных сверхпроводниках, в которых выполняется условие $\omega_0 \ll \Delta$. Согласно (9), для этого нужно, чтобы $\lambda_\perp$ превышала длину волны света, соответствующую величине энергетической щели. По-видимому, это условие выполняется в BSCCO, где роль $\lambda_\perp$ играет λ_c. Оно также должно выполняться в сверхрешетках Y/PrBCO и в интеркалированных до достижения очень большой анизотропии сверхпроводящих дихалькогенидах переходных металлов.

Эта работа частично поддержана грантом Фонда Сороса, присужденным Американским физическим обществом.

1. Н.Н.Боголюбов, В.В.Толмачев, Д.Н.Ширков. Новый метод в теории сверхпроводимости, М.: Изд-во АН СССР, 1968.
2. P.W.Anderson, Phys. Rev. **112**, 1900 (1958).
3. P.L.Carlson and A.M.Goldman, Phys. Rev. Lett. **34**, 11 (1975).
4. A.Schmid and G.Schoen, Phys. Rev. Lett. **34**, 941 (1975).
5. С.Н.Артеменко, А.Ф.Волков, ЖЭТФ **69**, 1764 (1975).
6. С.Н.Артеменко, А.Ф.Волков. УФН **128**, 3 (1979).
7. V.Kresin and N.H.Maravitz, Phys. Rev. **B37**, 7852 (1988); V.Kresin and N.H.Maravitz, J. of Supercond. **1**, 189 (1988); V.Kresin and N.H.Maravitz, Physica C **153-155**, 1327 (1988).
8. Г.М.Элиашберг, ЖЭТФ, **61**, 1254 (1971).
9. А.И.Ларкин, Ю.Н.Овчинников, ЖЭТФ **73**, 299 (1977); J. Low Temp. Phys. **10**, 407 (1973).
10. Л.П.Горьков, Н.Б.Копнин, ЖЭТФ, **64**, 356 (1973).
11. С.Н.Артеменко, ЖЭТФ **79**, 162 (1980).