Письма в ЖЭТФ, том 58, вып.7, стр.516 - 519

О ВМОРОЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРИ КИНЕТИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

В.В.Яньков

Российский научный центр "Курчатовский институт"

123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 22 июля 1993 г.

Расссматривается причина возникновения закона вмороженности магнитного поля и причины его разрушения в бесстолкновительной плазме. Вводится понятие хранителя магнитного поля. В токамаке роль хранителя могут выполнять пролетные электроны, которые не находятся в резонансе с турбулентностью и потому совершают интегрируемое движение. В результате полоидальное магнитное поле вморожено в тороидальное, диффузия частиц и тепла при этом может определяться турбулентностью, что согласуется с экспериментом.

1. Понятие вмороженности магнитного поля-центральное в идее магнитного удержания плазмы. В дифференциальной формулировке вмороженность означает, что эволюция магнитного поля $\mathbf{B}$ описывается уравнением

$$\mathbf{B}_t = \nabla \times [\mathbf{v} \times \mathbf{B}], \qquad (1)$$

где $\mathbf{v}$ – скорость плазмы. В эквивалентной интегральной формулировке поток магнитного поля $\mathbf{B}$ сквозь любой замкнутый контур, переносимый со скоростью плазмы $\mathbf{v}$, сохраняется. К сожалению, в реальных условиях не ясно, что следует понимать под "скоростью плазмы $\mathbf{v}$", так как частицы движутся с индивидуальной скоростью тепловых дрейфов, которая вообще говоря, не мала по сравнению с $\mathbf{v}$, не говоря уже о тепловой скорости частиц вдоль магнитного поля. Если под $\mathbf{v}$ понимать среднюю скорость частиц, в тензоре давления появляются члены, нарушающие (1); между тем в экспериментах плазма ведет себя так, словно этого не происходит. Анализу этого вопроса и посвящена работа. Другая его формулировка – какие эффекты разрушают вмороженность (1) в бесстолкновительной плазме? Вначале выясним фундаментальные физические причины появления закона вмороженности.

2. Уравнение (1) можно получить, взяв ротор от гидродинамического уравнения движения холодных электронов и положив массу электронов равной нулю. В связи с этим нередко говорят, что учет конечной массы разрушает вмороженность и ведет к утечке плазмы из ловушек [1]. Между тем и с учетом конечной массы уравнение движения каждой компоненты плазмы может быть представлено в форме сохранения обобщенной завихренности $\vec{\Omega}$

$$\vec{\Omega}_t = \nabla \times [\mathbf{v} \times \vec{\Omega}], \qquad (2)$$

где $\Omega = \nabla \times \mathbf{P}$, $\mathbf{P} = m\mathbf{v} + e\mathbf{A}/c$ – обобщенный импульс частицы. Когда в нем доминирует механическая часть, получаем известную с прошлого века теорему Кельвина о циркуляции в идеальной жидкости, при доминировании электромагнитной части – вмороженность магнитного поля. На сохранение обобщенной завихренности было указано еще в известном обзоре Брагинского

[2], а также – в статье Линден-Белла [3], однако этот факт остается мало известным, что влечет за собой многие недоразумения. Хотя учет малой инерции электронов и означает малое отклонение магнитного поля от условия вмороженности, накопиться эти изменения не могут даже на большом отрезке времени в силу сохранения обобщенной завихренности. С учетом инерции электроны "приклеены" не к линиям магнитного поля, а к линиям Ω. Интеграл движения не исчез, немного изменилось его определение.

Причина сохранения обобщенной завихренности не случайна, она кроется в канонической форме уравнения Гамильтона жидкой частицы, что было отмечено в [4,5]. Действительно, гидродинамические уравнения движения для давления, зависящего только от плотности, могут быть получены из гамильтониана

$$H = P(\rho(\mathbf{q})) + e\phi(\mathbf{q}) + \frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A}/c)^2}{2m}, \tag{3}$$

где $P(\rho(\mathbf{q}))$ – нормированное давление, $\phi(\mathbf{q})$ и $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ - электростатический и векторный потенциалы,

$$\dot{\mathbf{P}}(\mathbf{q}) = -\delta H/\delta \mathbf{q}; \qquad \dot{\mathbf{q}} = \delta H/\delta \mathbf{p}. \tag{4}$$

Тогда из (4) следует сохранение относительного интегрального инварианта Пуанкаре

$$I = \oint \mathbf{p} d\mathbf{q}, \tag{5}$$

где контур интегрирования переносится фазовым потоком [6]. Поскольку в гидродинамике обобщенный импульс есть функция координат и времени, контурный интеграл может быть преобразован в поток $\nabla \times \mathbf{p}$ сквозь поверхность, натянутую на контур, а это интегральная формулировка вмороженности $\vec{\Omega} \equiv \nabla \times \mathbf{p}$. Отметим, что этот интеграл – следствие вида скобки Пуассона (4), он не зависит от вида гамильтониана; такие интегралы называются Казимирами. Такой интеграл нельзя разрушить никакими добавками в гамильтониан, в нашем случае единственный шанс – учет теплового движения частиц, то есть кинетики.

3. Прежде учета кинетики введем важное понятие хранителя вмороженности.

Пусть, например, электроны плазмы состоят из холодной ($T = 0$) и горячей компонент. Тогда легко видеть, что обобщенная завихренность холодной компоненты сохраняется независимо от поведения горячих частиц. Таким образом, холодная компонента – хранитель вмороженности. Это утверждение верно, однако, лишь до момента первого опрокидывания, которое в холодном потоке происходит легко. В бесстолкновительной плазме циркуляция по контуру сохраняется и после опрокидывания, однако из-за выворачивания контура наизнанку меняется знак. Общая схема разрушения вмороженности такова. В отсутствие опрокидывания магнитная часть завихренности переходит в механическую обратимо, опрокидывание вводит необратимость и приводит к разрушению вмороженности, если нет группы частиц – хранителя, в которой нет опрокидывания. Выше мы рассуждали об опрокидывании в гидродинамике, однако схожую необратимость вносит и кинетическое опрокидывание.

4. Попытаемся применить понятие хранителя к плазме токамака. Ее особенность – расположение магнитных линий на системе вложенных тороидальных поверхностей, испытывающих трехмерное возмущение под влиянием турбулентности. Естественно ожидать, что турбулентность не ведет к перемешиванию во всем фазовом объеме; тогда существует группа частиц (вероятнее всего – быстропролетных электронов), которые совершают интегрируемое движение и не опрокидываются, – они не в резонансе с возмущениями. Эта группа – хранитель. Следствие – диффузия магнитного поля много меньше диффузии частиц и тепла, то есть

$$\mathbf{B}_t = \nabla \times [\mathbf{v} \times \mathbf{B}], \tag{6}$$

где $\mathbf{v}$ – уже не есть скорость плазмы. Можно сказать, что полоидальное и тороидальное магнитные поля вморожены друг в друга, но не в плазму. Это объясняет важный экспериментальный факт – проводимость плазмы в токамаках классическая, остальные переносы – аномальны. Этому можно дать и вовсе наглядное объяснение – в плазме проводимость от разных групп частиц складывается, как при параллельных сопротивлениях, если какая-то группа не рассеивается на турбулентности – она и дает основной вклад в проводимость. В остальных коэффициентах переноса основной вклад дают именно те группы частиц, которые рассеиваются сильнее. Эти коэффициенты определяются турбулентностью.

Уже давно было подмечено [7], что многие экспериментальные факты можно объяснить, положив электрон-электронную частоту столкновений аномально большой. Результативно это близко к картине, изложенной выше.

Рассуждения о существовании хранителя выглядят почти универсальными для токамаков, поэтому следует привести пример, когда они не верны. Пилообразные колебания связаны с возникновением локальных сингулярностей типа токовых слоев [8], большие градиенты могут приводить к тому, что все электроны, пролетающие через эту зону, испытывают неадиабатические возмущения, и вмороженность магнитного поля в этой зоне может отсутствовать.

Хранитель вмороженности означает, что турбулентные вариации магнитного поля $\delta\mathbf{B}$ имеют изовмороженный вид $\delta\mathbf{B} = \nabla \times [\delta\mathbf{r} \times \mathbf{B}]$. Это утверждение не следует смешивать с результатом известной работы [9], в которой рассматривалось разрушение магнитных поверхностей для произвольных малых $\delta\mathbf{B}$. Изовмороженность возмущений требует обязательного учета в моделях переноса электронного тепла, изложенных, например, в обзоре [10].

Я благодарен П.Н.Юшманову, беседы с которым сильно изменили мое представление о токамаках. Имеющиеся в работе неточности вызваны тем, что я не имел возможности показать ему рукопись. Мне приятно поблагодарить за полезные обсуждения С.В.Буховатова, П.Даймонда, В.С.Муховатова, Ф.Пегораро, Н.В.Петвиашвили, В.Д.Шафранова. На работу оказали влияние многолетние беседы с П.В.Сасоровым и К.В.Чукбаром.

Работа частично поддержана фондом Сороса через Американское физическое общество.

1. B.B.Kadomtsev and O.P.Pogutse. Plasma Phys. and Cont. Nucl. Fus. Res. IAEA, Vienna **2**, 69 (1985).
2. С.И.Брагинский, в сб. Вопросы теории плазмы под ред. М.А.Леонтовича, вып.1, М.: Госатомиздат, 1962, с.183.
3. D.Linden-Bell. Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. **136**, 101 (1967).
4. V.V.Yankov and A.A.Grechikha. Preprint IFS-594 (1993).

5. V.V.Yankov, N.V.Petviashvili, and P.Diamond (to be published).
6. В.И.Арнольд. Математические методы классической механики, М.: Наука, 1974.
7. Г.В.Переверзев, П.Н.Юшманов, Физика плазмы **6**, 992 (1980).
8. S.V.Bulanov, F.Pegoraro, and A.S.Sakharov, Phys. Fluids B **4**, 2499 (1992).
9. M.Rosenbluth, R.Z.Sagdeev, J.B.Taylor, and G.M.Zaslavsky, Nucl. Fusion **6**, 297 (1966).
10. M.B.Isichenko. Rev. Mod. Phys. **64**, 961 (1992).