

# ДАЛЬНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ПРИ ОБРАТНОМ РАССЕЯНИИ СВЕТА ОТ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СРЕД

*Д.Б.Рогозкин, М.Ю.Черкасов*

*Инженерно-физический институт*

*115409 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 23 июня 1993 г.

После переработки 1 сентября 1993 г.

Изучены дальние корреляции интенсивности в спеклах, образованных отраженным от многократно рассеивающей среды когерентным излучением. Показано, что при чисто упругом рассеянии в спектре флюктуаций должен наблюдаться "провал" треугольной формы.

Как известно, интерференция упруго рассеянных волн является причиной целого класса мезоскопических эффектов, возникающих при транспорте электронов и классических волн в неупорядоченных средах [1]. Примерами подобных эффектов могут служить универсальные флюктуации проводимости малых металлических образцов, образование спеклов – сильно флюктуирующих в пространстве распределений интенсивности – при многократном рассеянии когерентного излучения.

Один из мезоскопических эффектов, наблюдавшихся при рассеянии света и микроволн, состоит в возникновении дальних пространственных корреляций в локальных значениях прошедшей и отраженной от среды интенсивности [1-6]. Корреляции в коэффициентах прохождения когерентного излучения через слой изучены подробно как теоретически [1-4, 6], так и экспериментально [5-6]. Однако для обратного рассеяния аналогичные эффекты по существу не исследованы. Имеющиеся для этого случая результаты [2] следуют признать неправильными, так как они противоречат условию сохранения полного потока при чисто упругом рассеянии и вследствие этого дают искаженную картину дальних корреляций. То же самое относится и к результатам вычислений дисперсии флюктуаций коэффициента отражения [7,8].

В настоящей работе обсуждаются корреляции интенсивности при отражении когерентного излучения от неупорядоченной среды. Выведены общие соотношения, описывающие спектр флюктуаций при произвольном законе многократного рассеяния. Показано, что поведение спектра флюктуаций отраженной интенсивности при низких пространственных частотах  $q \ll l_{tr}^{-1}$  ( $l_{tr}$  – транспортная длина упругого рассеяния) существенным образом связано с условием сохранения полного потока излучения. Если большая часть падающего излучения отражается ( $1 - R \ll 1$ ,  $R$  – коэффициент обратного рассеяния среды), в спектре флюктуаций при  $q = 0$  всегда наблюдается минимум. Причем, при чисто упругом обратном рассеянии от полубесконечной среды ( $R = 1$ ) "провал" в окрестности  $q = 0$  имеет треугольную форму, такую же, как и пик в угловом спектре когерентного обратного рассеяния [9,10].

Рассмотрим корреляции интенсивности при рассеянии плоской волны слоем неупорядоченных центров. Для вычисления коррелятора  $C(\vec{r}) = \langle I(\vec{r})I(0) \rangle - \langle I \rangle^2$  и его фурье-образа – спектра флюктуаций  $M(q)$  – воспользуемся разложением по кратности интерференции "лестниц" [2,3]. При падении на

среду плоской волны ведущей по параметру  $\lambda/l_{tr} \ll 1$  ( $\lambda$  – длина волны) является диаграмма, изображенная на рис.1. Мы используем несколько иное по сравнению с [2,3] определение вершины Хиками  $\hat{H}$ , которое следует из уравнения для четвертого момента волнового поля в лестничном приближении [11] и справедливо для любого закона рассеяния. В отличие от [2,3], при таком определении  $\hat{H}$  все четыре типа диаграмм рис.1 а отвечают одному и тому же числу столкновений. Это обстоятельство позволяет очень просто выразить спектр флуктуаций через лестничные пропагаторы – решения линейного уравнения переноса [12] – и проследить за сокращениями в диаграммах рис.1 в общем виде, используя только следствия законов сохранения. Сказанное оказывается особенно важным при вычислении диаграмм более высокого порядка по  $\lambda/l_{tr}$ , для которых проблема сокращения вкладов, расходящихся на передаваемых импульсах, больших  $l_{tr}^{-1}$ , при обычном определении  $\hat{H}$ , требует специального анализа [3,13].

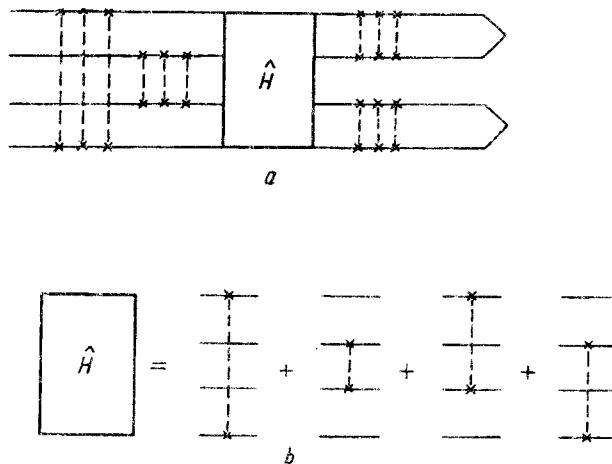


Рис.1

Непосредственное вычисление диаграмм рис.1 приводит к следующему выражению для спектра флуктуаций отраженной интенсивности:

$$M_R(\mathbf{q}) = A < (\delta R)^2 >_{\mathbf{q}} = \frac{(2\pi)^2}{k_0^2} \int_0^L dz \int d\vec{\Omega} \int d\vec{\Omega}' I_i(z, \vec{\Omega}) I_i(z, \vec{\Omega}') \times \\ \times n \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vec{\Omega} \vec{\Omega}') |E_f(z, \vec{\Omega}|0, \mathbf{q}) - E_f(z, \vec{\Omega}'|0, \mathbf{q})|^2, \quad (1)$$

где  $I_i(z, \vec{\Omega})$  – угловой спектр излучения в среде на расстоянии  $z$  от поверхности,

$$E_f(z, \vec{\Omega}|0, \mathbf{q}) = \int d^2\rho \exp(-i\mathbf{q}\vec{\rho}) F_f(z, \vec{\Omega}|0, \vec{\rho}),$$

$E_f(z, \vec{\Omega}|0, \vec{\rho})$  – распределение по поверхности  $z = 0$  выходящего из среды излучения, которое испускается в направлении  $\vec{\Omega}$  расположенным на глубине  $z$

точечным источником,  $(d\sigma/d\Omega)$  – дифференциальное сечение упругого рассеяния,  $n$  – число рассеивателей в единице объема,  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $L$  – толщина рассеивающего слоя,  $A$  – площадь его поверхности. В 2D-случае общий множитель в (1) –  $2\pi/k_0$ .

Аналогичное (1) выражение для спектра прошедшей через слой интенсивности  $M_T(q)$  получается подстановкой в (1) функций  $E_f(z, \vec{\Omega}|L, q)$ , отвечающих пространственному распределению потока, выходящего через противоположную границу слоя. Выражения типа (1) справедливы также для спектра флюктуаций интенсивностей по разные стороны слоя и для полного спектра

$$M_{tot}(q) = A <(\delta T + \delta R)^2>_q = \frac{(2\pi)^2}{k_0^2} \int_0^L dz \int d\vec{\Omega} \int d\vec{\Omega}' I_i(z, \vec{\Omega}) I_i(z, \vec{\Omega}') n \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vec{\Omega} \vec{\Omega}') \times \\ \times |(E_f(z, \vec{\Omega}|0, q) + E_f(z, \vec{\Omega}|L, q)) - (E_f(z, \vec{\Omega}'|0, q) + E_f(z, \vec{\Omega}'|L, q))|^2. \quad (2)$$

Если падающие волны различаются по частоте на  $\Delta\omega$  [2 - 6, 11], то в (1), (2) изменяется лишь произведение интенсивностей –  $I_i(z, \Delta\omega, \vec{\Omega}) I_i(z, \Delta\omega, \vec{\Omega})^*$ , где  $I_i(z, \Delta\omega, \vec{\Omega})$  удовлетворяет тому же уравнению переноса, что и раньше, но с комплексным коэффициентом поглощения  $(l_a^{-1} + i\frac{\Delta\omega}{c})$ ,  $l_a$  – длина поглощения,  $c$  – скорость света.

Общие соотношения (1), (2) позволяют сразу сделать ряд выводов относительно свойств спектра флюктуаций.

При чисто упругом обратном рассеянии волн от полубесконечной среды  $R = 1$ ,  $<(\delta R)^2> = 0$  и при  $q = 0$  выражение (1) должно обращаться в нуль. Действительно,  $E_f(z, \vec{\Omega}|0, q)$  при  $q = 0$  не зависит от направления  $\vec{\Omega}$  [12] и  $M_R(q = 0) = 0$ . При  $|q| > 0$  появляется зависимость  $E_f$  от  $\vec{\Omega}$ , в результате чего  $M_R(q)$  возрастает. Таким образом, из-за сохранения полного потока в спектре  $M_R(q)$  в окрестности  $q = 0$  возникает минимум. Эта особенность не нарушается и в следующих по параметру  $\lambda/l_{tr}$  порядках разложения  $M_R(q)$ , так как множители вида

$$(E_f(z, \vec{\Omega}|0, q) - E_f(z, \vec{\Omega}'|0, q))(E_f(z', \vec{\Omega}_1|0, q) - E_f(z', \vec{\Omega}'_1|0, q))^*$$

явно присутствуют во всех членах разложения спектра в ряд по кратности интерференции интенсивностей.

Отметим, что использованный в [2] метод вычислений не дает сокращения при  $q \rightarrow 0$  в области малых  $z$  ( $z < l_{tr}$ ), что и является причиной неверных выводов [2] относительно поведения спектра и корреляционной функции. По той же причине нарушается условие сохранения потока и в результатах [8].

При упругом рассеянии волн конечным слоем сохранение потока ( $R+T=1$ ) точно так же сказывается и на поведении спектра флюктуаций (2). При  $q = 0$  входящая в (2) сумма  $E_f(z, \vec{\Omega}|0, q) + E_f(z, \vec{\Omega}|L, q)$  определяет полный поток излучения через обе границы слоя и в отсутствие поглощения не зависит от  $\vec{\Omega}$ . Поэтому  $M_{tot}(q = 0) = A <(\delta T + \delta R)^2> = 0$ , и при  $q = 0$  спектр имеет минимум.

Соотношения (1), (2) получены без использования каких-либо предположений о виде функций  $I_i$  и  $E_f$  и являются наиболее общими из результатов, предложенных для описания корреляций в коэффициентах прохождения и

отражения когерентного излучения в неупорядоченной среде. Спектры флуктуаций прошедшей интенсивности для режима диффузии излучения [2-4,6] и для малоуглового многократного рассеяния [11] следуют из формулы типа (1) для  $M_T(q)$  как предельные случаи при подстановке в нее соответствующих приближенных выражений для  $I_i$  и  $E_f$ .

Проанализируем дальние корреляции интенсивностей в спектральной структуре, возникающей при чисто упругом отражении когерентного света от полубесконечной среды. При изотропном рассеянии ( $l_{tr} = l$ ,  $l$  – длина свободного пробега) входящие в (1) величины можно вычислить с помощью точного решения [10]. В этом случае получаем следующие выражения для спектра флуктуаций ( $q \ll l^{-1}$ ):

$$M_R(q) = \frac{Z^2(\mu_0, 1)(2\pi)^{d-1}}{\pi(d-1)k_0^{d-1}} |q| l \quad (3)$$

и асимптотики коррелятора интенсивностей ( $\rho \gg l$ ):

$$C_R(\rho) = -\frac{Z^2(\mu_0, 1)(2\pi)^{d-1}l}{\pi^2(d-1)^2 k_0^{d-1} \rho^d}, \quad (4)$$

где  $d$  – размерность пространства,  $\mu_0$  – косинус угла падения излучения на поверхность среды,  $Z(\mu_0, 1)$  – функция Чандraseкара или ее 2D-аналог [10], значения (3), (4) нормированы на единичную  $z$ -компоненту падающего потока. Согласно (3), спектр флуктуаций обратнорассеянной интенсивности в окрестности  $q = 0$  имеет особенность – треугольный "провал" (рис.2). По своей форме эта особенность в  $M_R(q)$  напоминает пик в угловом спектре когерентного обратного рассеяния [9-10] и, как следует из (4), отвечает тому же закону ослабления пространственных корреляций. С уменьшением  $\mu_0$  "провал" в спектре (3) становится все более тупым. Такая зависимость характерна и для пика обратного рассеяния [10]; она обусловлена сокращением длины траекторий распространения волн в среде при наклонном падении. Тот факт, что треугольная особенность соответствует минимуму  $M_R(q)$ , а дальняя асимптотика  $C_R(\rho)$  – эффекту антикорреляции интенсивностей, является следствием сохранения потока при чисто упругом рассеянии. Смена знака  $C_R(\rho)$  происходит при  $\rho \sim l$ . В области  $q > l^{-1}$  спектр практически не зависит от  $q$ ,  $M_R(q) \sim 1/k_0^{d-1}$ .

Наличие малого частотного сдвига  $\Delta\omega$  в падающих на среду волнах приводит к дополнительному ослаблению дальних корреляций. В рассматриваемой ситуации, хотя полный поток сохраняется и  $M_R(q=0) = 0$ , треугольный "провал" в  $M_R(q)$  заменяется на параболический, а линейная зависимость (3) наступает при  $|q| > (\Delta\omega/cl)^{1/2}$  (рис.2). Выражение (4) оказывается справедливым только при  $l < \rho < (cl/\Delta\omega)^{1/2}$ , а при  $\rho > (cl/\Delta\omega)^{1/2}$  коррелятор интенсивностей убывает более быстро,  $C_R(\rho) \sim -(cl^3/\Delta\omega)^{1/2}/(k_0^{d-1}\rho^{d+2})$ .

Полученные выше результаты с помощью [10] нетрудно обобщить и на случай обратного рассеяния волн от толстого слоя ( $L \gg l$ ) и слабопоглощающей среды ( $l_a \gg l$ ). Потери потока, связанные с поглощением и уходом волн через противоположную границу слоя, приводят к сходным качественным эффектам в спектре флуктуаций. Например, при отражении волн от слабопоглощающей среды спектр  $M_R(q)$  в окрестности минимума имеет вид

$$M_R(q) = A < (\delta R)^2 > \left(1 + 2q^2 \frac{l l_a}{d} + \dots\right), \quad (5)$$

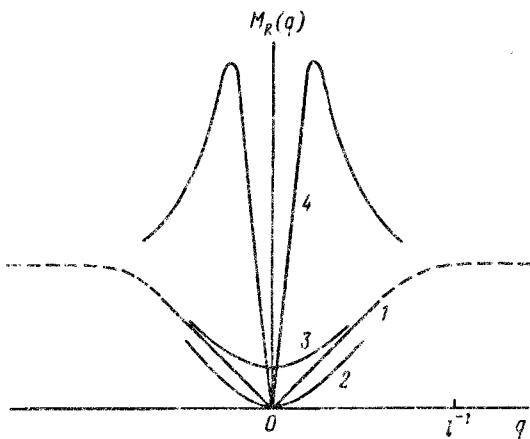


Рис.2. Спектр флюктуаций в окрестности  $q = 0$  при обратном рассеянии от полу бесконечной среды в отсутствие поглощения (кривая 1 -  $\Delta\omega = 0$ , 2 -  $\Delta\omega \neq 0$ ), при слабом поглощении (3) и в условиях сильного френелевского отражения на границе среды (4). Пунктир - часть спектра, отвечающая ближним корреляциям

где

$$\langle (\delta R)^2 \rangle = \frac{Z^2(\mu_0, 1)(2\pi)^{d-1}}{4\pi(d-1)k_0^{d-1}A} \left( \frac{l}{l_a} \right)^{1/2}. \quad (6)$$

Линейная зависимость (3) наступает при  $|q| > l_D^{-1} = (ll_a/d)^{-1/2}$  (рис.2). Коррелятор интенсивностей  $C_R(\rho)$  в интервале  $l < \rho < l_D$  по-прежнему определяется формулой (4), а при  $\rho > l_D$  убывает по закону

$$C_R(\rho) \sim -\frac{l}{k_0^{d-1}\rho^d} \left( \frac{\rho}{l_D} \right)^{(d-1)/2} \exp \left( -\frac{\rho}{l_D} \right).$$

При чисто упругом рассеянии от конечного слоя роль обрезающей длины вместо  $l_D$  играет толщина  $L$ . Дисперсия коэффициента обратного рассеяния плоской волны в этом случае равна

$$\langle (\delta R)^2 \rangle = \langle (\delta T)^2 \rangle = -\langle \delta T \delta R \rangle = \frac{Z^2(\mu_0, 1)(2\pi)^{d-1}}{3\pi(d-1)k_0^{d-1}A} \left( \frac{l}{L} \right). \quad (7)$$

Таким образом, учет сохранения потока приводит к существенно меньшему значению  $\langle (\delta R)^2 \rangle$ , чем это следует из [2,7,8] ( $\langle (\delta R)^2 \rangle \sim 1/(k_0^{d-1}A)$ ).

Как показано в экспериментах [14,15], на многократное рассеяние света и микроволн существенно влияет френелевское отражение от границы среды. Этот эффект приводит к "запиранию" волн внутри среды, что должно сказать о усилии дальних корреляций интенсивности. Входящие в (1) функции в рассматриваемом случае можно вычислить, используя предложенные в [14] приближенные граничные условия. При сильном внутреннем отражении в задаче появляется новый пространственный масштаб  $l_F \sim l/(1-R_F) \gg l$  ( $R_F$  - средний по углам коэффициент френелевского отражения), и форма спектра качественно меняется. "Пробал" в спектре флюктуаций сужается, а при  $q \sim l_F^{-1}$  появляется максимум,  $M_R^{max} \sim (1/(k_0^{d-1}))(l_F/l)$  (спектр нормирован на единичный падающий поток внутри среды). За максимумом ( $l_F^{-1} < q < l^{-1}$ ) спектр убывает по закону  $M_R(q) \sim M_R^{max}(q/l_F)^{-1}$  до значения  $M_R \sim 1/k_0^{d-1}$  (рис.2), которое определяется ближними корреляциями. Такому поведению

спектра отвечают положительные корреляции при  $l < \rho < l_F$ ,

$$C_R(\rho) \sim 1/k_0^2 l \rho \quad (d=3), \quad C_R(\rho) \sim \frac{1}{k_0 l} \ln \frac{l_F}{\rho} \quad (d=2),$$

и подобные (4), но с большей амплитудой, корреляции при  $\rho > l_F$ ,

$$C_R(\rho) \sim -\frac{l}{k_0^{d-1} \rho^d} \left( \frac{l_F}{l} \right)^2.$$

Картина дальних корреляций, аналогичная рассмотренной выше, справедлива и для полного спектра (2), хотя вытекающие из (2) функциональные зависимости отличаются от полученных для спектра отраженной интенсивности. Что касается корреляций в коэффициентах прохождения через слой, то при  $L \gg l$  они оказываются нечувствительными к эффектам сохранения потока и поэтому результаты [1-4,6] дают правильную качественную картину. Вычисление  $M_T(q)$  по аналогичной (1) формуле приводит к несколько иным по сравнению с [1-4,6] значениям общих множителей и зависимости от  $\mu_0$  (см. (7)).

Мы признательны Е.Е.Городничеву и С.Л.Дудареву за интерес к работе и ценные советы. Один из нас (Д.Р.) благодарен Ш.Фенгу за полезное обсуждение затронутых в работе проблем.

1. Ю.А.Зюзин, Б.З.Сливак, ЖЭТФ 83, 994 (1987).
2. M.J.Stephen and G.Cwilich, Phys. Rev. Lett. 59, 285 (1987).
3. S.Feng, C.Kane, P.A.Lee, and A.D.Stone, Phys. Rev. Lett. 61, 834 (1988).
4. R.Pnini and B.Shapiro, Phys. Rev. B39, 6986 (1989); Phys. Lett. A157, 265 (1991).
5. N.Garcia and A.Z.Genack, Phys. Rev. Lett. 63, 1678 (1989); 66, 1850 (1991).
6. M.P. van Albada, J.F. de Boer, and A.Lagendijk, Phys. Rev. Lett. 64, 2787 (1990); J.F. de Boer, M.P. van Albada, and A.Lagendijk, Phys. Rev. B45, 658 (1992).
7. P.A.Mello, E.Akkermans, and B.Shapiro, Phys. Rev. Lett. 61, 459 (1988).
8. L.Wang and S.Feng, Phys. Rev. B40, 8284 (1989).
9. Ю.Н.Барабанчиков, В.Д.Озрин, ЖЭТФ 94, 56 (1988).
10. Е.Е.Городничев, С.Л.Дударев, Д.Б.Рогозкин, ЖЭТФ 96, 847 (1989); Phys. Lett. A144, 48 (1990).
11. D.B.Rogozkin and M.Yu.Cherkasov, Phys. Lett. A178, 431 (1993).
12. К.Кейз, П.Цвайфель, Линейная теория переноса, М.: Мир, 1972.
13. C.L.Kane, R.A.Serota, and P.A.Lee, Phys. Rev. B37, 6701 (1988).
14. J.X.Zhu, D.J.Pine, and D.A.Weitz, Phys. Rev. A44, 3948 (1991).
15. N.Garcia, A.Z.Genack, and A.A.Lisyansky, Phys. Rev. B46, 14475 (1992).