Письма в ЖЭТФ, том 58, вып.8, стр.668 - 671 ©1993 г. 25 октября

РАССЕЯНИЕ НА ОДИНОЧНОЙ ПРИМЕСИ В КВАНТОВОМ КАНАЛЕ, ПОМЕЩЕННОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В.А.Гейлер, В.А.Маргулис, И.И.Чучаев

Мордовский государственный университет

430000 Саранск, Россия

Поступила в редакцию 14 сентября 1993 г.

Изучается проводимость квантового баллистического канала типа "узкого горла", помещенного в квантующее магнитное поле, при рассеянии на одиночной примеси в канале. Найдены коэффициент прохождения и проводимость для рассматриваемой микроструктуры. Рассмотрены параметры резонанса Брейта–Вигнера и осцилляции коэффициента прохождения.

Явление переноса носителей заряда в квантовых баллистических микроструктурах привлекает к себе все возрастающий интерес в связи с достижениями в области технологии получения таких структур.

Экспериментальные и теоретические исследования проводимости в баллистических каналах типа "узкого горла" показали, что на нее весьма существенно влияет рассеяние носителей заряда на одиночной примеси, находящейся в канале [1–7]. Целью настоящей работы является теоретическое исследование этого влияния при наличии квантующего магнитного поля. Следуя [2–4, 8, 9], для описания рассматриваемого микросужения мы используем седловой потенциал, а для описания электрон-примесного взаимодействия – короткодействующий потенциал.

В силу вышеизложенного, гамильтониан $2D$-электрона в седловом потенциале $V(x,y) = m(-\alpha_1 x^2 + \alpha_2 y^2)$ и в перпендикулярном плоскости конфайнмента однородном магнитном поле $\mathbf{B}$ имеет вид

$$H_0 = \frac{1}{2m}\left(\mathrm{p} - \frac{e}{c}\mathrm{A}\right)^2 + V(\mathrm{r}). \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{A} = \mathbf{B} \times \mathbf{r}/2$ – векторный потенциал поля $\mathbf{B}$ в симметричной калибровке. Параметры потенциала V связаны с геометрией микроструктуры соотношениями [2] $\alpha_1 = \hbar/mLd$, $\alpha_2 = \hbar/md^2$, где d – ширина, а L – длина сужения. Полный гамильтониан системы имеет вид $H = H_0 + U$, где $U(\mathbf{r})$ – потенциал примеси. Следуя [2–4], U выбираем в виде потенциала нулевого радиуса. Для исследования гамильтониана H далее использована теория расширений операторов [10, 11]. Используя формулу Крейна этой теории, получаем для функции Грина G оператора H следующее выражение:

$$G(\mathbf{r},\mathbf{r}';E) = G_0(\mathbf{r},\mathbf{r}';E) - [Q(E) + \lambda^{-1}]^{-1} G_0(\mathbf{r},0;E) G_0(0,\mathbf{r}';E). \tag{2}$$

Здесь G_0 – функция Грина оператора H_0, λ – константа связи в потенциале электрон-примесного рассеяния, $Q(E)$ – так называемая функция Крейна для H [10, 12, 13]. Если ψ_0 – состояние рассеяния частицы для гамильтониана H_0 с энергией E, тогда

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) - [Q(E) + \lambda^{-1}]^{-1} \psi_0(0) G_0(\mathbf{r},0;E) \tag{3}$$

является состоянием рассеяния для гамильтониана H с той же энергией. Формулы (2) и (3) сводят проблему нахождения состояния частицы, рассеянной короткодействующим потенциалом, к определению функции Крейна. С точностью до аддитивной постоянной C функцию $Q(E)$ определяем по формуле

$$Q(E) = [G_0(\mathbf{r}, 0; E) - G_0(\mathbf{r}, 0; E_0)]_{\mathbf{r}=0}, \tag{4}$$

где E_0 – некоторое фиксированное значение энергии. Сложное выражение для точного значения C здесь не приводится, так как оно не существенно для дальнейшего. Введем обозначения:

$$\begin{gathered}
D^2 = [(-\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \omega^2)^2 + 4\alpha_1^2\alpha_2^2]^{1/2}, \qquad \omega = |e\mathrm{B}/mc|, \\
\omega_{1,2} = [(D^2 \pm (\alpha_1^2 - \alpha_2^2 - \omega^2))/2]^{1/2}, \qquad W_1 = (\alpha_1\omega_2 - \alpha_2\omega_1)^{1/2}, \\
W_2 = (\alpha_1\omega_1 + \alpha_2\omega_2)^{1/2}, \qquad W^2 = W_1^2 + iW_2^2, \qquad \Omega = \omega_2 + i\omega_1, \\
F(t) = 2(\alpha_1\alpha_2)^{-1}\mathrm{Im}(W^2 \sin(\Omega t/2))^2.
\end{gathered} \tag{5}$$

Тогда интегральное представление для $Q(E)$ имеет вид

$$Q(E) = (m/2\pi\hbar^2)\oint_\gamma [F(t)]^{-1/2}[\exp(i(E + i0)t/\hbar) - 1]dt, \tag{6}$$

где контур γ лежит в нижней комплексной полуплоскости и не содержит нулей $F(t)$.

Как хорошо известно, существует такое симплектическое преобразование $(p_x, p_y, x, y) \to (p_1, p_2, q_1, q_2)$ фазового пространства для квадратичного гамильтониана H_0, что этот гамильтониан принимает канонический вид:

$$H_0 = \frac{1}{2m}p^2 + m(-\omega_1^2 q_1^2 + \omega_2^2 q_2^2)/2. \tag{7}$$

Это фазовое пространство преобразуется генераторами унитарного преобразования из состояния в r-представлении к состоянию в q-представлении. Прямое вычисление приводит к формуле

$$< \mathbf{r}|\mathbf{q} >= K \exp[-iM(\beta_1 xy + \beta_2 q_1 q_2 + \beta_3 y q_1 + \beta_4 x q_2)], \tag{8}$$

где

$$\begin{gathered}
K = mD(\alpha_1\alpha_2)^{1/2}/2\pi\hbar W_1, \qquad M = m/2\hbar W_1^2, \\
\beta_1 = \omega(\alpha_1\omega_2 + \alpha_2\omega_1), \qquad \beta_2 = 2\omega\alpha_1\alpha_2, \qquad \beta_3 = -2\alpha_2 D(\alpha_1^2 - \omega_1^2)^{1/2}, \\
\beta_4 = -2\alpha_1 D(\omega_2^2 - \alpha_2^2)^{1/2}.
\end{gathered}$$

В случае, когда электронный переход происходит между двумя равновесными состояниями, кондактанс микроструктуры определяется выражением $\sigma = Te^2/h$ [8]. Здесь $T = \Sigma T_{nm}$ – общая вероятность перехода, T_{nm} – вероятность перехода из канала рассеяния с индексом n в другой канал с индексом m.

Имеются два независимых решения уравнения Шредингера с гамильтонианом H_0 в q-представлении. Для состояния с индексом n эти решения имеют вид

$$\psi_n^{\pm}(\mathbf{q}) = \Phi_n(\eta)E(-\epsilon_n, \pm\xi), \tag{9}$$

где Φ_n – функция Эрмита, $E(a,x)$ – функция Вебера, $\epsilon_n = (E-(n+1/2)\hbar\omega_2)/\hbar\omega_1$, $\xi = (2m\omega_1/\hbar)^{1/2}q_1$, $\eta = (m\omega_2/\hbar)^{1/2}q_2$ [2, 9]. Введем обозначения

$$\kappa = \omega(\alpha_1\alpha_2)^{1/2}/W_1^2, \qquad \tau_n^{\pm} = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_n(\kappa\xi)E(-\epsilon_n, \pm\xi)d\xi,$$

$$t(\epsilon) = (1+\exp(-2\pi\epsilon))^{-1/2}, \qquad A_{nm} = (-1)^m i^{n+m} D^2 t(\epsilon_n)\tau_m^+\tau_n^-/8\pi^2 W_1^2[Q(E)+\lambda^{-1}].$$

Используя формулы (3), (8), (9), получим

$$T_{nm} = t^2(\epsilon_m)|\delta_{nm} + A_{nm}|^2. \tag{10}$$

Выражение (10) слишком сложно для аналитического исследования. Проблема упрощается для узкого баллистического канала, то есть в пределе $d/L \to 0$ ($\alpha_1 \ll \alpha_2$). В этом случае можно пренебречь зависимостью H от q_z; тогда, записав $\delta(\mathrm{r})$ в q-представлении, получим одномерную задачу рассеяния для гамильтониана:

$$H_1 = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dq^2} - \frac{m\omega_1^2 q^2}{2} + \Lambda\delta(q), \tag{11}$$

где $\Lambda = \lambda_0 DW_1/\omega(\alpha_1\alpha_2)^{1/2}$, а λ_0 зависит только от константы связи λ. Одномерная задача с гамильтонианом (11) имеет и независимый интерес, так как она соответствует условиям пинча микроструктуры [4]. В связи с этим рассмотрим более общий случай, когда примесь расположена произвольно в проводящем канале. В этом случае зависящий от положения примеси q_0 гамильтониан имеет вид

$$H_1(q_0) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dq^2} - \frac{m\omega_1^2 q^2}{2} + \lambda\delta(q-q_0), \tag{12}$$

для которого функцию Крейна легко вычислить. Введем обозначения:

$$\xi = (2m\omega_1/\hbar)^{1/2}q, \quad \epsilon = E/\hbar\omega_1, \quad \mu = (2m/\hbar^3\omega_1)^{1/2}\Lambda.$$

Удобно записать асимптотические значения Λ и μ:

если $\omega \to 0$,

$$\mu \sim \lambda_0(2m/\hbar^3\alpha_1)^{1/2}(1+\omega^2/\alpha_2^2) \tag{13}$$

(здесь $\Lambda/\lambda_0 = 1 + O(\omega^2)$);

если $\omega \to \infty$,

$$\mu \sim \lambda_0(2m/\hbar^3\alpha_1)^{1/2}\omega(\alpha_2^{-1} + O(\omega^{-2})). \tag{14}$$

Функция Крейна $Q_1(\epsilon, \xi_0)$ имеет вид

$$Q_1(\epsilon,\xi_0) = 2^{-1}t(\epsilon)E(-\epsilon,\xi_0)E(-\epsilon,-\xi_0). \tag{15}$$

Для коэффициента перехода получим выражение

$$T = T_0/|\mu Q_1(\epsilon,\xi_0)+1|^2, \tag{16}$$

где $T_0 = T|_{\mu=0}$. Известно, что $T_0 = t^2(\epsilon)$ [9]. Если примесь расположена в области сужения канала ($\xi_0 \cong 0$), то

$$T = T_0/(1 + A\mu + B\mu^2), \tag{17}$$

где

$$A = \left|\Gamma\left(\frac{1}{4} - \frac{i\epsilon}{2}\right)\right|^2 \exp(-\pi\epsilon/2)/2^{3/2}\pi, \qquad B = \left|\Gamma\left(\frac{1}{4} - \frac{i\epsilon}{2}\right)\right|^4 \mathrm{ch}(\pi\epsilon)/8\pi^2.$$

Если $\mu < 0$ – притягивающая примесь, то T имеет острый пик (резонанс Брейта–Вигнера). Положение резонансной энергии ϵ_r находится из уравнения

$$\mathrm{Re}[\mu Q_1(\epsilon, 0) + 1] = 0, \tag{18}$$

а его высота T_r описывается формулой

$$T_r = [1 + \exp(2\pi\epsilon_r)]^{-1}. \tag{19}$$

Решение уравнения (18) имеет вид $\epsilon_r \simeq -\mu^2/4$ ($\mu \ll -1$), ϵ_r соответствует основному состоянию H_1, когда $\omega_1 = 0$. Поэтому $T_r \to 1$, если $\omega \to \infty$ ($\lambda_0 < 0$) или $\lambda_0 \to -\infty$. С другой стороны, вблизи среднего значения μ ($\mu \leq -(2/\sqrt{2}\pi)|\Gamma(1/4)|^{-2}$ ($\approx -0,5$) коэффициент перехода T имеет максимум T_{max} при отрицательных значениях $\epsilon = \epsilon(\mu)$ с асимптотикой $T_{max} \sim |\mu|^{-1}$. Поэтому в области средних значений μ пик T уменьшается, если ω увеличивается (это согласуется с результатом [7]).

Если $|\xi_0| \gg 1$, то

$$Q_1(\epsilon, \xi_0) = \frac{1}{q}\left\{t(-\epsilon)\exp\left[i\left(2\epsilon\ln q + \frac{q^2}{2} - \Phi_2(\epsilon)\right)\right] + i\right\} + O(q^{-5/2}). \tag{20}$$

Выражение (20) показывает, что $Q_1(\epsilon, \xi_0)$, и, следовательно, T осциллирует как функция ξ_0. Отметим, что вблизи энергий $\epsilon \ll -1$ коэффициент T имеет максимум, близкий к 1, если μ и ξ_0 подчинены условию $|\mu/\xi_0| = \exp(-\pi\epsilon)$. Ближайший к этому максимуму минимум T_{min} стремится к значению $(1 + 8\exp(-3\pi\epsilon)\mathrm{ch}(\pi\epsilon))^{-1}$.

1. A.Kumar and P.F.Bagwell, Phys. Rev. **B 44**, 1747 (1991).
2. Y.B.Levinson, M.I.Lubin, and E.V.Sukhorukov, Phys. Rev. **B 45**, 11936 (1992).
3. M.I.Lubin, Pis'ma v ZETF **57**, 346 (1993).
4. Y.B.Levinson, M.I.Lubin, and E.V.Sukhorukov, Письма в ЖЭТФ **54**, 405 (1991).
5. C.C.Eugster et al., Phys. Rev. **B 46**, 10146 (1992).
6. M.W.Dellow, P.H.Beton, C.J.G.M.Langerak et al., Phys. Rev. Lett. **68**, 1754 (1992).
7. P.L.McEuen, B.W.Alphenaar, R.G.Wheeler, and R.N.Sacks, Surf. Sci **229**, 312 (1990).
8. M.Buttiker, Phys. Rev. **B 41**, 7906 (1990).
9. H.A.Fertig and B.T.Halperin, Phys. Rev. **B 36**, 7969 (1987).
10. S.Albeverio, F.Gesztesy, R.Høegh-Krohn, and H.Holden, Solvable models in quantum mechanics, Springer-Verlag, Berlin etc, 1988.
11. B.S.Pavlov, Lect. Notes Phys **324**, 241 (1989).
12. В.А.Гейлер, В.А.Маргулис, ТМФ **70**, 192 (1987).
13. В.А.Гейлер, В.А.Маргулис, ЖЭТФ **95**, 1134 (1989).