РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ПИСЬМА В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД

ТОМ 59, ВЫПУСК 9
10 НОЯБРЯ, 1993

Письма в ЖЭТФ, том 58, вып.9, стр.705 - 707

ВЫЧИСЛЕНИЕ ТРЕХПЕТЛЕВОГО ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА В НЕАБЕЛЕВЫХ ТЕОРИЯХ

О.К.Калашников

Физический институт им.П.Н.Лебедева РАН
117924 Москва, Россия

Поступила в редакцию 16 сентября 1993 г.

Найдена простая формула, определяющая точный термодинамический потенциал неабелевой теории, и получено диаграммное выражение, представляющее его трехпетлевое приближение.

В абелевых теориях существует простая хорошо известная формула (см., например, [1])

$$\Omega(g) = \Omega(g=0) + \int\limits_0^g \frac{dg'}{g'} \Pi D, \tag{1}$$

определяющая в замкнутом виде термодинамический потенциал теории через поляризационный (или массовый) оператор одночастичных функций Грина. Эта весьма полезная формула (позволяющая самосогласованным образом выполнять различного рода пертурбативные и непертурбативные вычисления) обязана простой структуре абелевого лагранжиана и не имеет место в неабелевой теории [2]:

$$\Omega(g) = \Omega(g=0) + \int\limits_0^g dg' \frac{\partial \Omega}{\partial g'},$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial g} = \frac{1}{2g}\{\Pi D - \Sigma_{C\bar{C}} G_{C\bar{C}} - \Sigma_{\psi\bar{\psi}} G_{\psi\bar{\psi}} + \frac{1}{6}\Gamma_3^{(0)} DDD\Gamma_3\}, \tag{2}$$

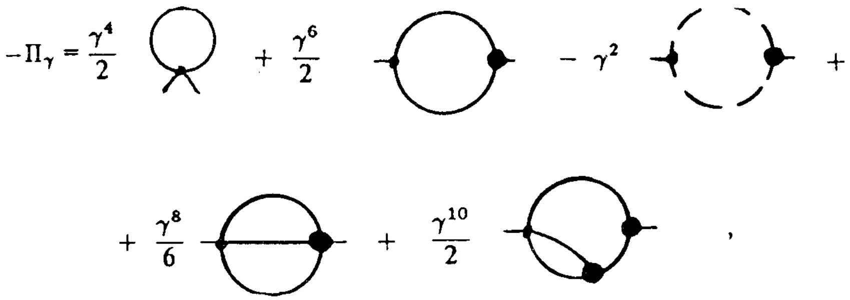
где структура Лагранжиана усложнена членами с самодействием.

Нескомпенсированный (последний) член в (2) и громоздкий вид этого выражения вызывают ряд неудобств при вычислении многопетлевых поправок, а для построения непертурбативных схем формула (2) становится просто непригодной. Ниже будет предложен рецепт восстановления (1) и (в качестве иллюстрации) найден на ее основе диаграммный ряд, представляющий трехпетлевой потенциал $SU(N)$-модели.

Для вывода формулы, аналогичной (1), в неабелевых теориях необходимо вначале расширить (модифицировать) лагранжиан исходной теории, а затем, выполнив ряд операций, вернуться в ее рамки с помощью простого (дополнительного) интегрирования. Модификация теории достигается введением перед каждым членом взаимодействия нового эффективного заряда (здесь параметра γ), степень которого совпадает со степенью входящих в данный член взаимодействия калибровочных полей. После ряда простых преобразований легко доказывается необходимая формула:

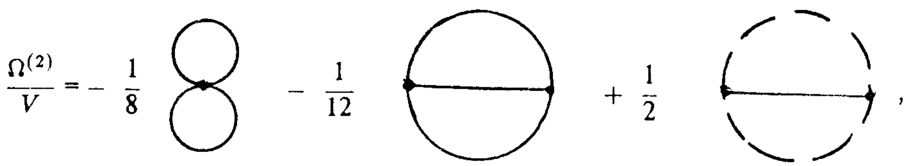
$$\Omega = \Omega(\gamma = 0) + \int_0^1 \frac{d\gamma}{\gamma} \Pi_\gamma D^\gamma, \tag{3}$$

но оператор Π_γ определяется несколько более сложным, чем в исходной теории (см., например, [2]), новым выражением



где точные линии и вершины являются также функциями γ. Формула (3) пригодна как для пертурбативных, так и для непертурбативных расчетов и удобнее выражения (2).

Можно легко убедиться, что формула (3) совместно с (4) правильно воспроизводит двухпетлевой термодинамический потенциал

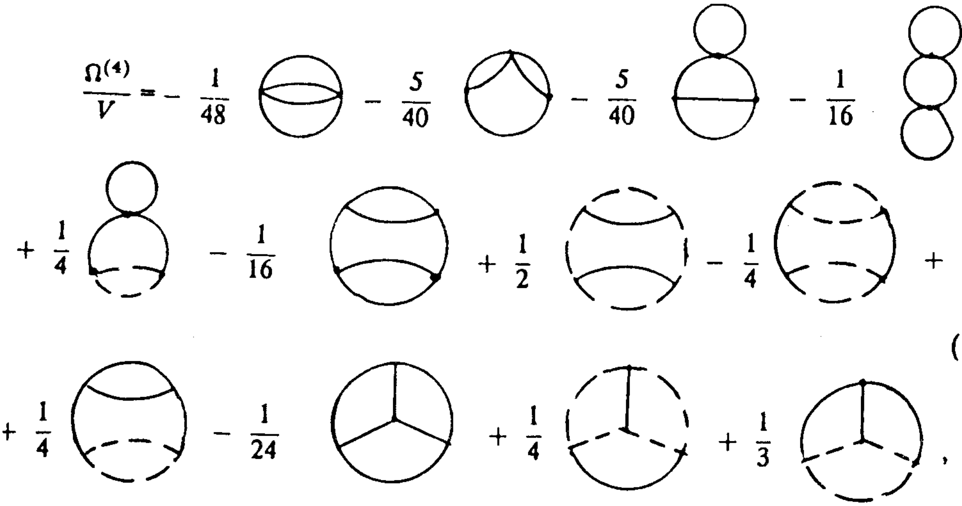


(5)

а также дает возможность получить (за счет интегрирования по γ) правильные коэффициенты в трехпетлевом диаграммном разложении Ω:

$$\frac{\Omega^{(4)}}{V} = \int_0^1 \frac{d\gamma}{\gamma} \{\Pi_\gamma^{(4)} D_0 - \Pi^{(2)} D_0 D_0 \Pi^{(2)}\}. \tag{6}$$

Здесь выражение для $\Pi^{(4)}$ можно взять в [3]. Интегрирование по в (6), так же как и в любом другом порядке теории возмущений, не встречает дополнительных трудностей и результирующий диаграммный ряд имеет следующий вид:



(7)

где все функции Грина и вершины являются затравочными. Сплошными линиями представлены функции распространения калибровочных полей в α-калибровке; пунктирными линиями обозначены функции Грина фиктивных полей, являющиеся известным атрибутом выбранной калибровки.

Формула (7) является новым и важным результатом, определяющим аналитическое выражение для трехпетлевого термодинамического потенциала и позволяющим надеяться на успешный исход сложных и громоздких вычислений. Основные трудности порождают последние три диаграммы, возникающие от итерации трехглюонной вершинной функции, и их статус следует обсуждать отдельно. Независимо от основных вычислений, в рамках (7) предварительно необходимо убедиться в сокращении инфракрасных сингулярностей, которых нет в g^4-поправках к Ω. Также важно помнить, что введением $\gamma \neq 1$ калибровочная инвариантность теории на всех промежуточных этапах вычислений разрушена и поэтому многие привычные свойства исследуемой теории утеряны. Например, при $\gamma \neq 1$ конечный инфракрасный предел имеет не только продольная, но и поперечная часть двухпетлевого поляризационного тензора:

$$\Pi^{||}_{\gamma}(|\bar{k}| \to 0,\ k_4 = 0) = \frac{g^2NT^2}{12}\left(\frac{3}{2}\gamma^2 + 3\gamma^4 - \frac{1}{2}\gamma^2\right),$$

$$\Pi^{\perp}_{\gamma}(|\bar{k}| \to 0,\ k_4 = 0) = \frac{g^2NT^2}{12}\left(-\frac{7}{2}\gamma^6 + 3\gamma^4 + \frac{1}{2}\gamma^2\right), \qquad (8)$$

что нельзя упустить при явных расчетах.

1. Е.С.Фрадкин, Тр.ФИАН СССР **29**, 7 (1965).
2. О.К.Калашников, В.В.Климов, ЯФ **33**, 1572 (1981); O.K.Kalashnikov, Fortschr. Phys. **32**, 525 (1984).
3. О.К.Калашников, В.В.Скалозуб, И.В.Чуб, ЯФ **54**, 1427 (1991).