Письма в ЖЭТФ, том 58, вып.9, стр.726 - 729 ©1993 г. 10 ноября

О СПЕКТРАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ПЕРЕХОДА В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В.П.Силин

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН
117924 Москва, Россия

Поступила в редакцию 10 сентября 1993 г.

Для смешанного состояния вихрей в длинном джозефсоновском переходе определены спектральные свойства в сильном магнитном поле, когда характерный пространственный масштаб вихревых гармоник оказывается меньше лондоновских глубин, хотя и остается большим по сравнению с корреляционными длинами.

В настоящем сообщении мы изложим результаты теории частотного спектра длинного джозефсоновского перехода, находящегося в сильном магнитном поле, вектор напряженности которого лежит в плоскости перехода. При этом, как известно [1], реализуется смешанное состояние, которое характеризуется периодической структурой с периодом

$$L = \frac{\phi_0}{2\pi(\lambda_+ + \lambda_- + 2d)\overline{H}}. \tag{1}$$

Здесь $\phi_0 = \pi\hbar c/|e|$ – квант магнитного потока, λ_+ и λ_- – лондоновские глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводники по разные стороны от туннельного контакта, ширина которого равна $2d$. Наконец, $\overline{H}$ – усредненное вдоль контакта магнитное поле. Если магнитное поле оказывается достаточно сильным, например, приближаясь по величине, хотя и оставаясь меньше нижнего критического поля [2]

$$H_{c1}^{+(-)} = \frac{\phi_0}{4\pi\lambda_{+(-)}^2} \ln \frac{\lambda_{+(-)}}{\xi_{+(-)}},$$

где $\xi_{+(-)}$ – корреляционная длина, а $\lambda_{+(-)} \gg \xi_{+(-)}$, то очевидно, что период (1) может оказаться меньше лондоновской глубины. В таких условиях, согласно работам [3-5], для описания вихревых джозефсоновских структур пригодно следующее основное уравнение нелокальной электродинамики для разности фаз φ куперовских пар по разные стороны бесконечно длинного перехода:

$$\sin\varphi + \frac{\beta}{\omega_y^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{\omega_y^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = \lambda_0^3 \frac{\partial}{\partial z}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dz' Q(z-z')\frac{\partial\varphi(z',t)}{\partial z'}. \tag{2}$$

Здесь ω_y – джозефсоновская частота, β характеризует резистивные свойства перехода, $\lambda_0^3 = \lambda_y^2(\lambda_+ + \lambda_- + 2d)$, λ_y – джозефсоновская длина. Наконец,

$$Q(z) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{2\pi} e^{ikz} K(k) \quad \text{и} \quad K(k) = [\lambda_+\sqrt{k^2\lambda_+^2 + 1} + \lambda_-\sqrt{k^2\lambda_-^2 + 1} + 2d]^{-1}. \tag{3}$$

Это же ядро связывает магнитное поле внутри джозефсоновского перехода с разностью фаз [5]:

$$H_y(z,t) = -\frac{\phi_0}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dz' \frac{\partial\varphi(z',t)}{\partial z'} Q(z-z'). \tag{4}$$

В соответствии с работой [3] линеаризованное уравнение (2) описывает модифицированные волны Свихарта, частота которых ω связана с волновым вектором k следующим соотношением:

$$\omega^2 = \omega_y^2 \left[1 + \frac{\lambda_y^2(\lambda_+ + \lambda_- + 2d)k^2}{\lambda_+\sqrt{k^2\lambda_+^2+1} + \lambda_-\sqrt{k^2\lambda_-^2+1} + 2d}\right]. \tag{5}$$

Для наших целей представляет интерес эта формула в пределе коротких волн, когда $k\lambda_{+(-)} \gg 1$, $k(\lambda_+^2 + \lambda_-^2) \gg 2d$. Наконец, в квадратной скобке правой части формулы (5) мы пренебрежем единицей. Тогда

$$\omega = c_0\sqrt{\frac{\lambda_+ + \lambda_- + 2d}{\lambda_+^2 + \lambda_-^2}}\,k, \tag{6}$$

где $c_0 = \omega_y\lambda_y$ – скорость обычной волны Свихарта [2].

При наличии сильного усредненного вдоль контакта магнитного поля $\overline{H}$ решение уравнения (2) можно представить в следующей приближенной форме:

$$\varphi(z,t) = -(z/L) + \phi(z,t), \tag{7}$$

где L дается формулой (1), а малое $\phi(z,t)$ может быть представлено в виде разложения $\phi = \phi_1 + \phi_2 + \ldots$. При этом

$$\phi_1(z,t) = \sin\frac{z}{L}\left\{\frac{1}{\eta(1/L)} + C_1\sin\left(\sqrt{\omega_1^2 - \frac{\beta^2}{4}}\,t + \psi_1\right)e^{-\beta t/2}\right\}, \tag{8}$$

$$\phi_2(z,t) = \sin\frac{2z}{L}\left\{-\frac{1}{2\eta(L/L)\eta(2/L)} + C_2\sin\left(\sqrt{\omega_2^2 - \frac{\beta^2}{4}}\,t + \psi_2\right)e^{-\beta t/2} + \right.$$
$$\left. + \frac{C_1\sin\left(\sqrt{\omega_1^2 - \frac{\beta^2}{4}}\,t + \psi_1\right)e^{-\beta t/2}}{2[\eta(1/L) - \eta(2/L)]}\right\}, \tag{9}$$

где

$$\eta(n/L) = \lambda_0^3(n/L)^2 K(n/L), \tag{10}$$

$$\omega_n = c_0 \frac{n}{L} \sqrt{\frac{\lambda_+ + \lambda_- + 2d}{\lambda_+ \sqrt{(n\lambda_+/L)^2 + 1} + \lambda_- \sqrt{(n\lambda_-/L)^2 + 1} + 2d}}, \tag{11}$$

а C_1, C_2, ψ_1 и ψ_2 – произвольные постоянные, которые могут быть определены начальной задачей. Прежде чем обсуждать становящиеся очевидными спектральные свойства джозефсоновского перехода, остановимся на условиях применимости рассматриваемого приближенного решения. Для последнего достаточно большой величины $\eta(n/L)$ и, конечно, малости постоянных интегрирования C_n, определяющих величину малых временных возмущений. Последнее условие на C_n не связано со спектральными свойствами. Поэтому нам следует внимательно остановиться на условии

$$\eta(n/L) \gg 1. \tag{12}$$

В интересующем нас случае достаточно сильных полей, когда выполнены условия $\lambda_{+(-)} > (L/n)$, напряженность усредненного магнитного поля удовлетворяет неравенству

$$n\overline{H} > \frac{\phi_0}{2\pi(\lambda_+ + \lambda_- + 2d)\lambda_{+(-)}}. \tag{13}$$

Для простоты примем, что также выполнены неравенства $(\lambda^2_{+(-)}/2d) > (L/n)$, что не вносит каких-либо ограничений, когда ширина туннельного перехода мала по сравнению с лондоновскими глубинами. Тогда условие (13) сводится к следующему:

$$n\overline{H} > \frac{\phi_0(\lambda_+^2 + \lambda_-^2)}{2\pi\lambda_y^2(\lambda_+ + \lambda_- + 2d)^2}. \tag{14}$$

Обычно, когда $\lambda_y \gg \lambda_{+(-)}$, это условие является более слабым по сравнению с условием (13). Оно может быть более сильным только для туннельных переходов с аномально большим критическим током Джозефсона, когда $\lambda_y < \lambda_{+(-)}$. Поскольку условия (13) и (14) могут быть выполнены при $\overline{H} < H_{c1}$, то в этих условиях наше рассмотрение позволяет обратиться к формуле (11), которая для тонкого перехода $(2d < \lambda_{+(-)})$ при этом принимает следующий вид:

$$\omega_n = c_0 \frac{\lambda_+ + \lambda_-}{\sqrt{\lambda_+^2 + \lambda_-^2}} \sqrt{\frac{2\pi\overline{H}}{\phi_0}} \sqrt{n}\,\mathrm{sgn}\, n. \tag{15}$$

Это выражение качественно отличается как зависимостью n, так и зависимостью $\overline{H}$ от соответствующего предела слабого поля, когда $\omega_n = n\overline{H}\mathrm{const}$.

Обсуждая спектральные свойства джозефсоновского перехода в сильном магнитном поле, пренебрежем резистивностью. Тогда, принимая $\beta = 0$, можно

утверждать, что частоты (15) и комбинационные частоты $\omega_N = \sum_{l,n} l\omega_n$ являются характерными частотами туннельного перехода. Возникновение различных n отвечает установленному в формулах (8) и (9) влиянию пространственных гармоник (nz/L), а возникновение различных l отвечает формально невыявленному в формулах (8), (9), но очевидному влиянию нелинейности $\sin\varphi$. Очевидно, что сравнительно простой общей зависимостью ω_N в сильном поле является зависимость $\sim \sqrt{H}$. В заключение можно сказать, что установленная зависимость (15) отвечает зависимости частоты обобщенных волн Свихарта (6) от волнового вектора, если понимать $k = 2\pi n/L$, где L дается формулой (1).

Таким образом, наше рассмотрение устанавливает частотный спектр длинного джозефсоновского перехода в сильном магнитном поле.

---

1. И.О.Кулик, И.К.Янсон, Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах, М.: Наука. 1970, с.272.
2. А.А.Абрикосов, Основы теории металлов, М.: Наука, 1987, с.520.
3. Ю.М.Алиев, В.П.Силин, С.А.Урюпин, Сверхпроводимость, **5**, в.2, 228 (1992).
4. Yu.M.Aliev and V.P.Silin, Phys. Lett. **A117**, N3, 259 (1993).
5. Ю.М.Алиев, В.П.Силин, ЖЭТФ **104**, 142 (1993).