Письма в ЖЭТФ, том 58, вып.9, стр.734 - 739 ©1993 г. 10 ноября

ОБ ОСОБЕННОСТИ ФУНКЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КВАЗИЧАСТИЦ В ДВУМЕРНОМ ФЕРМИ-ГАЗЕ

М.А.Баранов, М.Ю.Каган, М.С.Марьенко

Институт физических проблем им. П.Л.Капицы РАН

117973 Москва, Россия

Поступила в редакцию 28 сентября 1993 г.

Во втором порядке теории возмущений вычислена функция взаимодействия квазичастиц Ландау $f(\mathbf{p},\mathbf{p}')$ двумерного ферми-газа. Показано, что вблизи ферми-поверхности она обладает корневой особенностью при почти параллельных значениях импульсов $\mathbf{p}$, $\mathbf{p}'$. Данная особенность, не разрушая ферми-жидкостной картины в двумерии, тем не менее приводит к нетривиальным поправкам к термодинамическим величинам и скорости нуль-звука.

В последнее время в связи с появлением работ Андерсона [1] возникла оживленная дискуссия по поводу существования двумерного ферми-газа даже в случае слабого взаимодействия. В своих работах Андерсон сформулировал три принципиальных пункта, по которым он сомневается в применении стандартного подхода Галицкого–Блюма [2] в двумерном случае. Таковыми являются вопросы о конечности фазы рассеяния для частиц с почти параллельными импульсами и противоположными спинами, ведущей к обращению в нуль Z-фактора на ферми-поверхности (латтинжеровская ферми-жидкость), связанный с ним вопрос о существенной роли верхней хаббардовской зоны в моделях на решетке уже в случае малой плотности электронов и, наконец, вопрос об особенности в f-функции Ландау, возникающей в двумерном ферми-газе даже при отсутствии решетки. В ходе развернувшейся дискуссии [1, 3–6] выяснилось, что достаточно веские аргументы имеются как у сторонников Андерсона, так и у его оппонентов, придерживающихся ферми-газовой идеологии. Фактически спор идет вокруг вопроса о выборе правильного состояния, на базе которого можно построить регулярную процедуру последовательных приближений по взаимодействию (точнее, той его части, которая не была учтена при выборе основного состояния). Например, в работах [3–6] в рамках теории возмущений было показано, что наличие особенности в t-матрице, связанное с принципом исключения в импульсном пространстве для рассеяния двух частиц с параллельными импульсами и противоположными спинами, а также с наличием верхней хаббардовской зоны, ведут лишь к нетривиальным поправкам к Z-фактору и времени жизни квазичастиц τ , но не к разрушению самосогласованной ферми-жидкостной картины. Авторы настоящей работы также являются сторонниками ферми-жидкостной идеологии. В ее рамках они пытаются подробнее проанализировать мало рассматриваемый ранее третий пункт дискуссии, связанный с наличием особенности в функции взаимодействия квазичастиц Ландау $f(\mathbf{p},\mathbf{p}')$. Мы покажем, что действительно возникающие в f-функции уже во втором порядке теории возмущений особенности приводят к нетривиальным поправкам к ферми-жидкостным параметрам, но не к разрушению ферми-жидкостной картины как целого.

Согласно классическим результатам теории ферми-жидкости Ландау [7] во втором порядке теории возмущений выражение для f-функции имеет следующий вид :

$$f_{+-}(\mathbf{p},\mathbf{p}') \equiv f_s - f_a = \frac{\delta^2 E}{\delta n_+(\mathbf{p})\delta n_-(\mathbf{p}')} =$$
$$= g - \frac{4mg^2}{(2\pi)^2}\int\left[\frac{\delta(\mathbf{p}+\mathbf{p}'-\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2)}{p^2+p'^2-p_1^2-p_2^2}+\frac{1}{4}\frac{\delta(\mathbf{p}+\mathbf{p}_1-\mathbf{p}'-\mathbf{p}_2)}{p^2+p_1^2-p'^2-p_2^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{4}\frac{\delta(\mathbf{p}'+\mathbf{p}_1-\mathbf{p}-\mathbf{p}_2)}{p'^2+p_1^2-p^2-p_2^2}\right]\cdot\theta(p_F^2-p_1^2)d^2p_1d^2p_2, \tag{1}$$

$$f_{++}(\mathbf{p},\mathbf{p}') \equiv f_s + f_a = \frac{\delta^2 E}{\delta n_+(\mathbf{p})\delta n_+(\mathbf{p}')} =$$
$$= -\frac{2mg^2}{(2\pi)^2}\cdot\frac{1}{4}\int\left[\frac{\delta(\mathbf{p}+\mathbf{p}_1-\mathbf{p}'-\mathbf{p}_2)}{p^2+p_1^2-p'^2-p_2^2}+\frac{\delta(\mathbf{p}'+\mathbf{p}_1-\mathbf{p}-\mathbf{p}_2)}{p'^2+p_1^2-p^2-p_2^2}\right]\times$$
$$\times\theta(p_F^2-p_1^2)d^2p_1d^2p_2, \tag{2}$$

где константа связи g дается стандартной для двумерного случая формулой

$$g = \frac{mU_0/4\pi}{1+mU_0/4\pi\cdot\ln(1/p_F^2r_0^2)},$$

p_F - ферми-импульс, U_0 и r_0 - амплитуда потенциала и его радиус действия, и для случая неборновского отталкивательного потенциала

$$g = \frac{1}{2\ln(1/p_Fr_0)}.$$

Обозначения f_{++} и f_{+-} относятся к спиновым индексам. Обычно $f(\mathbf{p},\mathbf{p}')$ вычисляется на ферми-поверхности $(p=p'=p_F)$ и в $3D$ случае имеет известный вид, найденный Абрикосовым и Халатниковым [7, 8]. При внимательном рассмотрении выражения для f_{+-} мы увидим, что оно имеет следующий вид:

$$f_{+-} = g + g^2K + g^2\Pi,$$

где

$$K = \int\frac{1-\theta(p_F^2-p_1^2)-\theta(p_F^2-(\mathbf{p}+\mathbf{p}'-\mathbf{p}_1)^2)}{p^2+p'^2-p_1^2-(\mathbf{p}+\mathbf{p}'-\mathbf{p}_1)^2}d^2p_1$$

представляет собой выражение для куперовской петли и в полной аналогии с $3D$ случаем имеет вид $(p=p'=p_F)$

$$K = \frac{m}{4\pi}\ln\frac{4p_F^2-k^2}{k^2},$$

где $\mathbf{k}=\mathbf{p}+\mathbf{p}'$ - импульс центра масс.

Это выражение содержит стандартную логарифмическую особенность на угле π между $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}'$, приводящую к куперовскому спариванию при притягательном знаке потенциала, и в дальнейшем не будет представлять для нас интерес.

Третий и четвертый члены в f_{+-} отвечают диаграмме обменного характера, которая для короткодействующего потенциала эквивалентна поляризационному оператору на ненулевой частоте:

$$\Pi(\pm\Omega, \mathrm{q}) = \int \frac{\theta(\varepsilon_F - \varepsilon_p) - \theta(\varepsilon_F - \varepsilon_{p+q})}{\varepsilon_p - \varepsilon_{p+q} \pm \Omega} d^2p,$$

где роль частоты Ω играет разность энергий $(p^2 - p'^2)/2m$ рассеивающихся частиц, а $\mathrm{q} = \mathrm{p} - \mathrm{p}'$ - в точности переданный импульс. Если, как обычно принято, мы ограничимся вычислением f-функции на ферми-поверхности, то $p = p' = p_F$, $\Omega = 0$ и, согласно Ю.Кагану и А.М.Афанасьеву [9], поляризационный оператор имеет вид:

$$\Pi(0, q) = \frac{m}{4\pi}\left(1 - \mathrm{Re}\sqrt{1 - \frac{4p_F^2}{q^2}}\right),$$

т.е. не содержит никаких особенностей.

Ситуация принципиально меняется, если мы допустим сход с ферми-поверхности по импульсам p и p′. В этом случае согласно Штерну и более подробному анализу Фукуямы [4]:

$$\begin{aligned}\Pi(\Omega, \mathrm{q}) \quad \sim \quad & \frac{m}{4\pi}\left[1 + sign\left(\frac{m\Omega + q^2}{2p_F q}\right)\frac{p_F}{q}\mathrm{Re}\sqrt{\left(\frac{m\Omega + q^2}{2p_F q}\right)^2 - 1} - \right.\\ & \left. - \quad sign\left(\frac{m\Omega - q^2}{2p_F q}\right)\frac{p_F}{q}\mathrm{Re}\sqrt{\left(\frac{m\Omega - q^2}{2p_F q}\right)^2 - 1}\right].\end{aligned}$$

Если ввести малые отклонения от ферми-поверхности $\varepsilon = (p - p_F)/p_F$ и $\varepsilon' = (p' - p_F)/p_F$ для модулей импульсов p и p′ и угол $\varphi = \widehat{\mathrm{pp}'}$ между ними, то после несложных преобразований поляризационный оператор для почти параллельных векторов вблизи ферми-поверхности $(\varepsilon, \varepsilon', \varphi \to 0)$ может быть приведен к виду :

$$\begin{aligned}&\frac{2\pi}{m}\Pi(\Omega, q) - 1 \sim \\ &\sim \frac{sign(\varepsilon - \varepsilon')}{(\varepsilon - \varepsilon')^2 + \varphi^2} Re\left\{\sqrt{2\varepsilon(\varepsilon - \varepsilon')^2 - \varphi^2)} - \sqrt{2\varepsilon'(\varepsilon - \varepsilon')^2 - \varphi^2}\right\}. \qquad (3)\end{aligned}$$

Из этого выражения видно, что при сходе с ферми-поверхности вверх по модулю одного из импульсов (например, $\varepsilon > 0$, $\varepsilon' = 0$) существует малый угловой интервал $\varphi \sim \varepsilon^{3/2}$ почти параллельной ориентации векторов p и p′, при котором в поляризационном операторе, а, следовательно, и в f-функции Ландау, возникает корневая особенность :

$$f(\varepsilon > 0, \varepsilon' = 0) \sim \frac{g^2}{\sqrt{\varepsilon}}, \varphi < \varepsilon^{\frac{3}{2}}. \qquad (4)$$

Отметим, что при сходе с ферми-поверхности вверх по модулю обоих импульсов ($\varepsilon > 0$, $\varepsilon' > 0$) особенность в f-функции будет иметь вид $g^2/(\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\varepsilon'})$.

Впервые особая часть f-функции в двумерном ферми-газе была вычислена Н.В.Прокофьевым (см. обзорную статью П.Стампа [6]) и позже независимо двумя авторами (М.А.Б. и М.Ю.К.) данной статьи. Отметим, что в работах Андерсона [1] по аналогии с ситуацией в одномерных ферми-системах предполагается существование более сингулярного вида f-функции :

$$f_{+-} \sim \left((\varepsilon - \varepsilon')^2 + \varphi^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

(в наших обозначениях).

Если бы результаты теории возмущений действительно подтвердили гипотезу Андерсона, то это означало бы полный крах ферми-жидкостной теории Ландау в двумерном случае, так как при этом гармоники Ландау $f_0, f_1, \ldots$ стали бы логарифмически расходящимися. Действительно, при $\varepsilon = \varepsilon' = 0$ для f-функции получаем $f \sim \varphi^{-1}$ и, например,

$$f_0 = \int f(\varphi) d\varphi \sim \int d\varphi/\varphi \sim \ln\varphi \text{ при } \varphi \to 0.$$

На самом деле, найденная во втором порядке теории возмущений особенность (3), (4) гораздо слабее : $f_{+-} \sim 1/\sqrt{\varepsilon}$, а не $1/\varepsilon$, и, кроме того, она существует в очень узком угловом интервале $\varphi \sim \varepsilon^{3/2}$. (В этом и проявляется отличие двумерной ситуации от одномерной, так как наличие еще одной переменной интегрирования φ делает расходимости слабыми.)

Для отыскания температурных поправок к термодинамическим величинам: сжимаемости, восприимчивости и эффективной массе воспользуемся формулами, обобщающими стандартные ферми-жидкостные выражения для них на случай схода квазичастиц с ферми-поверхности. При этом получим :

$$\frac{m^*}{m} = 1 + \frac{m}{4\pi}\int f^s(\varepsilon,\varepsilon',\varphi)\cos\varphi\frac{\partial n}{\partial\varepsilon}\frac{\partial n'}{\partial\varepsilon'}d\varepsilon d\varepsilon'\frac{d\varphi}{2\pi} + O\left(\frac{T^2}{\varepsilon_F^2}\right), \tag{5}$$

$$\chi = \chi_0\frac{m^*}{m}\left(1 + \frac{m}{4\pi}\int f^a(\varepsilon,\varepsilon',\varphi)\frac{\partial n}{\partial\varepsilon}\frac{\partial n'}{\partial\varepsilon'}d\varepsilon d\varepsilon'\frac{d\varphi}{2\pi}\right)^{-1} + O\left(\frac{T^2}{\varepsilon_F^2}\right), \tag{6}$$

$$\begin{aligned} u^2 &= \frac{N}{m}\left(\frac{\partial\mu}{\partial N}\right)_T = \\ &= \frac{v_F^2}{2}\left(1 + \frac{m}{4\pi}\int f^s(\varepsilon,\varepsilon',\varphi)\frac{\partial n}{\partial\varepsilon}\frac{\partial n'}{\partial\varepsilon'}d\varepsilon d\varepsilon'\frac{d\varphi}{2\pi}\right) + O\left(\frac{T^2}{\varepsilon_F^2}\right). \end{aligned} \tag{7}$$

После подстановки сингулярной части f-функции в эти формулы получим (как видно из формул (1), (2), сингулярная часть вносит вклад только в f^s) :

$$\frac{m^*(T) - m^*(0)}{m^*(0)} \sim \frac{\chi(T) - \chi(0)}{\chi(0)} \sim \frac{u^2(T) - u^2(0)}{u^2(0)} \sim g^2\frac{T}{\varepsilon_F}. \tag{8}$$

Соответственно, поправки к теплоемкости и энтропии оказываются пропорциональными g^2T^2/ε_F. Очевидно, поправочные члены в термодинамическом потенциале будут иметь в двумерном случае вид g^2T^3/ε_F^2. (Отметим, что суммирование лестничных диаграмм не ведет к усилению особенности). Такого же типа поправки к теплоемкости были получены недавно в [13] из рассмотрения поправок к собственно энергетической части. Отметим, что температурная зависимость последних поправок совпадает со стандартными парамагнонными поправками $\sim -T^2 \ln T$ в двумерном случае. В то же время поправки (8) к восприимчивости оказываются при малых температурах существенно больше парамагнонных поправок. (Следует, однако, подчеркнуть, что в рассматриваемом нами случае разреженного $2D$ ферми-газа парамагноны вообще отсутствуют).

Вычисление восприимчивости является актуальным в связи с недавними экспериментами групп Халлока [10] и Сандерса [11] с соавторами, а также планируемыми экспериментами Годфрина по измерению с помощью непрерывного ЯМР температурной зависимости χ в субмонослоях ^{3}He на графите и на свободной поверхности тонкой пленки сверхтекучего ^{4}He. При низких температурах найденные нами поправки будут определять зависимость восприимчивости от температуры. Отметим, что к настоящему времени эксперименты в основном проводились на промежуточных и высоких температурах (на которых происходит переход на закон Кюри).

Как уже отмечалось, возникновение сингулярной части $f(\mathrm{p}, \mathrm{p}')$ связано с особенностью в двумерном поляризационном операторе $\Pi(\Omega, q)$ при $q = |\mathrm{p} - \mathrm{p}'| \to 0$, $\Omega = (p^2 - p'^2)/2m \to 0$ и $\Omega / v_F q \to 1$. Таким образом, в некотором смысле данная особенность является обменным аналогом нуль-звукового полюса (коллективной моды) в вершинной функции. Решение уравнения Бете–Солпетера в нуль-звуковом канале (эквивалентное решению бесстолкновительного кинетического уравнения) приводит к следующим поправкам к скорости $2D$ нуль-звука:

$$\frac{c(T) - c(0)}{c(0)} \sim g^2 \frac{T}{\varepsilon_F}$$

при

$$T/\varepsilon_F < g^2.$$

(Отметим, что в $2D$ скорость нуль-звука при $T = 0$ равна $c(0) \approx v_F(1 + g^2)$.)

Попытки паркетного усиления нуль-звуковой особенности, связанные с взаимными вставками поляризационных петель, имеющих особенность по переменным $q = |\mathrm{p} - \mathrm{p}'| \to 0$ и $t = |\mathrm{p} + \mathrm{p}'| - 2p_F \to 0$, не приводят к усилению сингулярности.

Резюмируя, можно заключить, что полученная нами особенность не ведет к разрушению ферми-жидкостной картины, а лишь к нетривиальным температурным поправкам к гармоникам Ландау и, следовательно, термодинамическим величинам.

В заключение авторам приятно выразить благодарность А.Г.Аронову и Н.В.Прокофьеву за многочисленные дискуссии, в результате которых возникла идея данной статьи. Мы также благодарны А.Ф.Андрееву, П.Вельфле, Д.В.Ефремову, Ю.Кагану, М.И.Каганову, Ф.Нозьеру и Л.П.Питаевскому за полезные обсуждения и интерес к работе.

---

1. P.W.Anderson, Phys.Rev.Lett. **64**, 1839 (1990); Phys.Rev.Lett. **65**, 2306 (1990); Phys.Rev.Lett. **66**, 3226 (1991).
2. В.М.Галицкий, ЖЭТФ **34** 151 (1958); P.Bloom, Phys.Rev.B**12**, 125 (1975).
3. J.R.Engelbrecht and M.Randeria, Phys.Rev.Lett. **65**, 1032 (1990); Phys.Rev.Lett. **66**, 3225 (1991).
4. H.Fukuyama, Y.Hasegawa and O.Narikiyo, J.Phys.Soc.Japan **60**, 2013 (1991) and preprint 1990 – unpublished.

5. M.Fabrizio, E.Tosatti and A.Parola, Doctoral Thesis (M.Fabrizio), 1992.
6. N.V.Prokofiev in review-article of P.C.E.Stamp, J.de Phys.I (France) **3**, 625 (1993).
7. А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, Н.Е.Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, М.: 1962.
8. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, Статистическая физика, т.2, М.: 1978, стр.41.
9. А.М.Афанасьев, Ю.Каган, ЖЭТФ **43**, 1454 (1962).
10. R.H.Highley, D.T.Sprague and R.B.Hallock, Phys.Rev.Lett. **63**, 2570 (1989); N.Alikasem, D.T.Sprague and R.B.Hallock, Phys.Rev.Lett. **67**, 2501 (1991).
11. C.P.Lucher, B.P.Cowan and J.Sanders, Phys.Rev.Lett. **67**, 2497 (1991).
12. H.Godfrin - private communication.
13. D.Coffey and K.S.Bedel, Phys.Rev.Lett. **71**, 1043 (1993).