РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ПИСЬМА В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ *ТОМ 58, ВЫПУСК 11*
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД *10 ДЕКАБРЯ, 1993*

Письма в ЖЭТФ, том 58, вып.11, стр.865 - 867 ©1993 г. 10 декабря

ДИЛАТОННАЯ ГРАВИТАЦИЯ В $d=2$ С ТРИВИАЛЬНЫМИ КВАНТОВЫМИ ПОПРАВКАМИ

А.Т.Банин, И.Л.Шапиро

Томский государственный педагогический институт
634041 Томск, Россия

Поступила в редакцию 14 октября 1993 г.

Предлагается новый вид классического потенциала индуцированной (дилатонной) гравитации в $d=2$, обеспечивающий тривиальность квантовых поправок в первом порядке теории возмущений. Попутно исследована зависимость эффективного потенциала теории (в том числе включающего поправку Вилковыского) от калибровки.

Двухмерная дилатонная гравитация [1] является, на протяжении нескольких лет, объектом интенсивного изучения. Интерес к этой теории можно объяснить тесной связью с теорией струн, а также тем, что эта теория точно решаема на квантовом уровне (см. ссылки в [2]). Точная решаемость была установлена, в частности, для локальной версии теории

$$S=\int d^2x\sqrt{g}\left\{\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Phi+C_1\Phi R+V(\Phi)\right\} \tag{1}$$

с потенциалами $V=0$ и $V=\Omega\Phi$, $\Omega=\text{const}$. В связи с этим естественно возникает вопрос о поиске других точно решаемых моделей, например имеющих другую форму классического потенциала. Исследование этого вопроса в рамках теории возмущений составляет главный предмет настоящей работы.

Для изучения теории (1) используются, как правило, непертурбативные методы, которые требуют применения нековариантных калибровок: конформной и светового конуса. Тем не менее результаты такого исследования можно интерпретировать как тривиальность квантовых (петлевых) поправок к действию точно решаемых моделей. Попытки пертурбативного рассмотрения теории (1) были недавно предприняты в работах [2-6]. Так, в работах [2] была предложена схема вычисления однопетлевых расходимостей в теории (1), основанная на использовании ковариантного фонового калибровочного условия:

$$S_{gf} = -\frac{C_1}{2}\int d^2x\sqrt{g}\chi_\mu\left(\frac{\Phi}{\alpha}\right)\chi^\mu,$$

$$\chi_\mu = \nabla_\nu h^\nu_\mu - \frac{1}{2}\beta\partial_\mu h - \frac{1}{2}\gamma\partial_\mu\varphi. \qquad (2)$$

Здесь $h_{\mu\nu}$, φ – квантовые поля; $g_{\mu\nu}$, Φ – фоновые поля; α, β, γ – параметры калибровки.

Анализ квадратичной по квантовым полям части действия $S + S_{gf}$ показывает, что соответствующая квадратичная форма становится минимальной при $\beta = 0$, $\gamma = \alpha$ и при произвольном α [6]. Таким образом, естественная метрика в конфигурационном пространстве полей в теории (1) [7] содержит произвольный параметр α, который может быть отождествлен с параметром калибровки. Непосредственное вычисление расходимостей эффективного действия [2] и эффективного потенциала [6] в калибровке (2) с произвольным α дает, соответственно, следующие результаты:

$$\Gamma^{(1-loop)}_{div} = \frac{1}{\epsilon}\int d^2x\sqrt{g}\left\{-\frac{\alpha}{2\Phi^2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Phi + \frac{\alpha V}{C_1\Phi} + \frac{V^1}{C_1}\right\}, \qquad (3)$$

$$V^{(1-loop)}_{eff} = V - \frac{1}{4\pi}\left\{\frac{V^1}{C_1}\left[1 - \ln\left(\frac{V^1}{C_1\mu^2}\right)\right] + \frac{\alpha V}{C_1\Phi}\left[1 - \ln\left(\frac{\alpha V}{C_1\mu^2\Phi}\right)\right]\right\}. \qquad (4)$$

Здесь ϵ – параметр размерной регуляризации, μ – размерный параметр перенормировки, $V^1 = \frac{dV}{d\Phi}$. Формула (4) показывает, что V_{eff} существенно зависит от калибровочного параметра α, и это затрудняет использование (4) для поиска теории (1) с тривиальными квантовыми поправками.

Альтернативное вычисление эффективного потенциала было проведено в [3], где использовалась конформная калибровка. В этой калибровке классическое действие теории (1) представляет собой действие двумерной σ-модели с постоянной метрикой в пространстве σ-модельных координат. Такая структура действия обеспечивает тривиальность квантовых поправок в кинетическом секторе, однако эффективный потенциал выглядит гораздо сложнее (4), и, в частности, зависит от V''. Отметим, что зависимость от V'' появляется и в калибровке (2) при $\beta \neq 0$ [6].

Таким образом, нам необходимо либо построить некоторое калибровочное инвариантное эффективное действие, либо сделать выбор между различными калибровками. Обычно понятие калибровочно-инвариантного эффективного действия связывают с поправками Вилковыского [8]. Известно, что конструкция, описанная в [8], содержит произвол, связанный с выбором метрики в конфигурационном пространстве (см., например, [9] и ссылки там). Для фиксации этого произвола в [8] было предложено некоторое дополнительное условие, которое фиксирует эту метрику равной естественной метрике на группе. В то же время, для теории (1) естественная метрика зависит, как было указано выше, от калибровочного параметра α (выделенный характер двумерной гравитации был отмечен еще в [8]). Как следует из расчетов, проведенных в [5], зависимость от α характерна также и для эффективного потенциала Вилковыского. Таким образом, в рамках схемы [8] не удается получить калибровочно-инвариантного эффективного потенциала.

Итак, единственная возможность состоит в том, чтобы выбрать некоторое конкретное калибровочное условие. Наиболее разумно использовать ту калибровку, в которой отсутствует расходимость в кинетическом секторе теории. Как следует из (3), в гармонической калибровке (2) для этого необходимо взять $\alpha = 0$. Полагая в (4) $\alpha = 0$, перепишем условие тривиальности квантовых поправок

$$V_{eff} = (1+\tau)V + \eta, \quad \tau, \eta = \text{const}, \tag{5}$$

в виде дифференциального уравнения

$$\tau V + \eta = \frac{V'}{4\pi C_1} \ln\left(\frac{V'}{eC_1\mu^2}\right). \tag{6}$$

Решение (6) легко находится в виде

$$V = -\frac{\eta}{\tau} + \frac{\mu^2}{4\pi\tau} e^{a\sqrt{\Phi-\Phi^*}}[-1 + a\sqrt{\Phi - \Phi^*}], \tag{7}$$

$$a = \pm\sqrt{8\pi C_1 \tau}, \quad \Phi^* = \text{const}, \quad \tau \neq 0, \quad V = \Omega_1\Phi + \Omega_2 \tag{8}$$

для $\tau = 0$. Решение (8) согласуется с известным раньше. Решение (7) представляет собой новый вид классического потенциала, для которого однопетлевые поправки имеют тривиальный вид (5). Заметим, что в (7) можно, не нарушая общности, положить $\Phi^* = 0$, так как (1) инвариантно по отношению к сдвигам Φ.

Выражение (7) включает зависимость от параметра перенормировки μ^2. Для фиксации этого параметра необходимо ввести некоторое нормировочное условие. В случае нормировочного условия

$$V_{eff}^{(1-loop)}|_{\Phi=0} = V(0) \tag{9}$$

зависящая от Φ часть перенормированного эффективного потенциала оказывается разной нулю. В то же время, если выбрать более общее условие

$$V_{eff}^{(1-loop)}|_{\Phi=0} = \tau^* V|_{\Phi=0} + \eta^*, \tag{10}$$

где τ^*, η^* – некоторые константы (не обязательно совпадающие с τ и η), то (10) имеет нетривиальное решение, и μ^2 можно выразить через $\tau, \eta, \tau^*, \eta^*$.

Разумеется, тривиальность однопетлевых поправок в теории (1) с потенциалом (7) еще не означает точной решаемости. В то же время представляется интересным изучить такую теорию с помощью непертурбативных методов.

Авторы благодарны И.Л.Бухбиндеру за стимулирующие обсуждения, а также С.Д.Одинцову и И.В.Тютину за разъяснения некоторых аспектов единого эффективного действия.

---

1. A.M.Polyakov, Phys. Lett. B**103**, 207 (1981).
2. S.D.Odintsov and I.L.Shapiro, Phys. Lett. B**263**, 183 (1991); Int. J. Mod. Phys. (to appear).
3. J.Russo and A.A.Tseytlin, Preprint DAMTP-1-1992.
4. F.D.Mazzitelli and N.Mohammedi, Preprint ICTP-1992.
5. R.Kantowski and C.Marzban. Phys. Rev. D**46**, 5449 (1992).
6. И.Л.Шапиро, Изв. ВУЗов, Физика **35**, 69 (1992); A.T.Banin and I.L.Shapiro, Preprint ICTP-1993 (Trieste).
7. Б.С.де Витт. Динамическая теория групп и полей, М.: Наука, 1987.
8. G.A.Vilkovisky, Nucl. Phys. B**234**, 125 (1984).
9. С.Д.Одинцов, Письма в ЖЭТФ **53**, 180 (1991).