

НАКАЧКА ПОСТОЯННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПЕРЕМЕННЫМ В СВЕРХПРОВОДНИК ВТОРОГО РОДА

В.В.Брыксин, С.Н.Дороговцев

*Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН
194021 Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 19 января 1993 г.

После переработки 9 марта 1993 г.

Показано, что при воздействии переменного внешнего магнитного поля на мягкий сверхпроводник второго рода в глубине его возникает в ряде случаев постоянная магнитная индукция. Внешнее поле $H_0 + H_i \sin(\omega t)$ создает в глубине образца постоянную индукцию $B_\infty \gg H_0$ при $H_{c2} > H_i \gg H_0 > H_{c1}$.

Если к мягкому сверхпроводнику второго рода приложено постоянное магнитное поле H , превышающее нижнее критическое поле H_{c1} , то в его глубине устанавливается локальная магнитная индукция $B_\infty \approx H$. Какое значение примет B_∞ после включения дополнительного переменного магнитного поля? И вообще, какое состояние устанавливается в глубине мягкого сверхпроводника при наличии переменного внешнего магнитного поля? Ниже мы постараемся дать ответы на эти вопросы.

В самое последнее время начато экспериментальное исследование этой ситуации¹. Диффузию магнитных вихрей в сверхпроводнике обычно рассматривают в ситуациях, допускающих использование линейных уравнений². В нашей задаче такая линеаризация оказывается невозможной.

Для получения уравнений, описывающих эволюцию магнитной индукции $\mathbf{B}(r,t)$, исходим из модели двухкомпонентного газа вихрей. Первая компонента с концентрацией $n_1(r,t)$ состоит из вихрей с магнитным моментом $\vec{\Phi}$, а вторая с концентрацией $n_2(r,t)$ – с магнитным моментом $-\vec{\Phi}$. Вектор $\vec{\Phi}$ направлен по оси z и по величине равен $ch/2e$ – кванту магнитного потока. Вдоль оси z система предполагается пространственно однородной.

Уравнения непрерывности имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_1}{\partial t} + \operatorname{div}(n_1 \mathbf{v}_1) + \frac{n_1 n_2}{\vartheta} &= 0, \\ \frac{\partial n_2}{\partial t} + \operatorname{div}(n_2 \mathbf{v}_2) + \frac{n_1 n_2}{\vartheta} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь \mathbf{v}_i – скорость движения i -ой компоненты, а член $n_1 n_2 / \vartheta$ описывает их рекомбинацию. Очевидно, что $\mathbf{v}_1 = -\mathbf{v}_2 \equiv \mathbf{v}$.

Перейдем теперь к уравнениям для $n = n_1 + n_2$ и $\nu = n_1 - n_2$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \nu}{\partial t} + \operatorname{div}(n \mathbf{v}) &= 0, \\ \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(\nu \mathbf{v}) + \frac{n^2 - \nu^2}{2\vartheta} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

В приближении вязкого движения $\eta \mathbf{v} = -\nabla U$, где η – коэффициент вязкости, $U = \vec{\Phi} \cdot \mathbf{B} / 4\pi$ – постоянная энергия первой компоненты. Учитывая, что $\mathbf{B} = \vec{\Phi} \nu$,

имеем $\mathbf{v} = -\Phi^2 \nabla \nu / 4\pi\eta$. Это соотношение и уравнения (2) описывают динамику газа вихрей и антивихрей.

Уравнения (2) значительно упрощаются в пределе интенсивной рекомбинации $\vartheta \rightarrow 0$. В этом пределе $n^2 \cong \nu^2$, то есть $n \cong |\nu|$, и из (2) получаем замкнутое уравнение для индукции, которое в одномерном случае принимает вид

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\Phi_0}{2\eta} \frac{\partial}{\partial x} \left(\text{sign} B \frac{\partial B^2}{\partial x} \right), \quad (3)$$

где Φ_0 – квант магнитного потока, $B \equiv B_z(x, t)$. В отличие от нелинейных уравнений диффузии для классических задач, обсуждавшихся в ^{3,4}, уравнение (3) содержит множитель $\text{sign} B$, появляющийся из-за возможности изменения знака B , а при $B = 0$ происходит аннигиляция вихрей и антивихрей. Заметим, что функция $\text{sign} B$ в правой части (3) обеспечивает непрерывность электрического поля $E_y = -(\Phi_0/2\eta c)\text{sign} B(\partial B^2/\partial x)$. Нелинейные уравнения для случая крипа в жестких сверхпроводниках приведены в ⁵.

Рассмотрим полубесконечный образец, $x > 0$. В полуплоскости $x < 0$ имеется внешнее периодическое магнитное поле

$$H(t) = H_0 + \sum_{m=1}^{\infty} H_m \sin(\omega m t + \varphi_m). \quad (4)$$

Соотношение (4) дает граничное условие для (3): $B(x = 0, t) = H(t)$. Для отдельной m -ой гармоники уравнение (3) обезразмеривается в величинах B/H_m , $t\omega m$, x/l , где характерная длина $l = (\Phi_0 H_m / \eta t \omega m)^{1/2} = c(H_m \rho_n / H_{c2} \omega m)^{1/2}$ (ρ_n – удельное сопротивление в нормальной фазе, H_{c2} – верхнее критическое поле). При $H_m/H_{c2} \approx 10^{-3}$, $\omega m \approx 1$ Гц величина l лежит в пределах $10^{-2} – 10^0$ см. Из соображений размерности следует, что амплитуда колебаний индукции для отдельно взятой гармоники убывает в глубь образца на расстояние порядка l . Такое поведение $B(x, t)$ демонстрируется рис.1. Это, в частности, означает, что полубесконечным можно считать образец, толщиной намного превышающей l . При наличии нескольких гармоник индукция $B(x = \infty) \equiv B_\infty$ после завершения переходного процесса не зависит от времени и при этом вовсе не обязательно обращается в нуль (см. рис.1, кривая *b*).

Для определения B_∞ умножим (3) на x и проинтегрируем по x от нуля до бесконечности. В результате интегрирования по частям получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty dx x B(x, t) = \frac{\Phi_0}{2\eta} (H(t)|H(t)| - B_\infty |B_\infty|). \quad (5)$$

В силу предположения о независимости B от x на больших x из уравнения (3) следует, что B_∞ не зависит и от времени. После окончания переходного процесса $B(x, t)$ становится периодической функцией времени при любых x , а интеграл от левой части (5) по периоду обращается в нуль. Заметим, что это условие эквивалентно обращению в нуль нулевой фурье-компоненты электрического потенциала, индуцируемого движущимися вихрями. В результате интегрирования (3) по периоду получаем выражение для B_∞ :

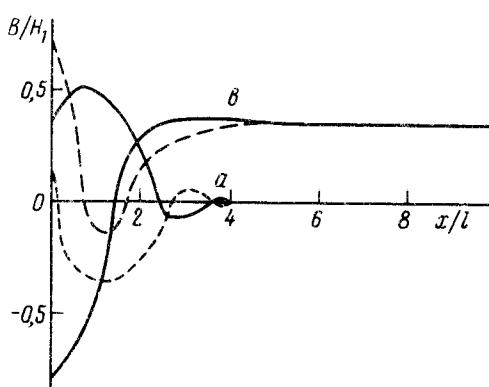


Рис.1

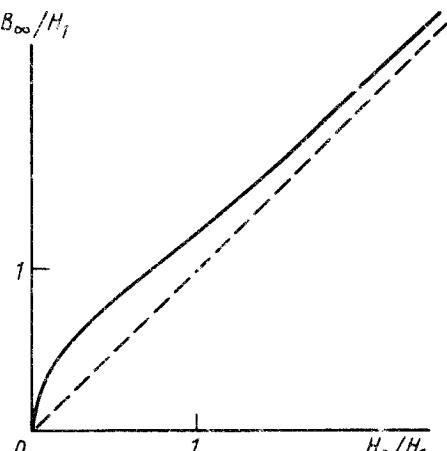


Рис.2

Рис.1. Мгновенные распределения магнитной индукции внутри образца с приложенным периодическим внешним магнитным полем $H(t)$ после завершения этапа первоначальной релаксации – результаты численного решения уравнения (3): $a - H(t) = H_1 \sin \omega t$; $b - H(t) = H_0 + H_1 \sin \omega t$, $H_0/H_1 = 0,1$. Непрерывные и пунктирные линии показывают распределения $B(x)$ в разные моменты времени

Рис.2. Зависимость постоянной индукции B_∞ в глубине мягкого сверхпроводника второго рода от величины постоянной составляющей внешнего магнитного поля: $H(t) = H_0 + H_1 \sin \omega t$

$$B_\infty = |f|^{1/2} \operatorname{sign} f, \quad f = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} dt H(t) |H(t)|. \quad (6)$$

Заметим, что эту формулу можно обобщить и на случай отличного от нуля тока через образец. Важность формулы (6) заключается в ее простоте: индукция B_∞ определяется только внешним полем и не зависит даже от его частоты (от частоты зависит длительность переходного процесса и толщина приповерхностного слоя, внутри которого индукция зависит от координаты и осциллирует во времени). Как и следовало ожидать, из (6) следует, что при наличии в $H(t)$ лишь одной гармоники индукция $B_\infty = 0$. Исключение составляет нулевая гармоника (постоянное внешнее поле), для которой $B_\infty = H_0$.

Наиболее интересные эффекты возникают благодаря взаимодействию различных гармоник. Проще всего получить ответ для взаимодействия нулевой и первой гармоник: $H(t) = H_0 + H_1 \sin \omega t$. В этом случае интегрирование в (6) легко производится:

$$B_\infty = \operatorname{sign} H_0 \left\{ \frac{(H_0^2 + H_1^2/2)^{1/2}}{\pi^{-1/2} [(2H_0^2 + H_1^2) \arcsin |H_0/H_1| + 3|H_0|(H_1^2 - H_0^2)]}, \quad (7) \right.$$

Верхний и нижний варианты формулы (7) справедливы соответственно для $|H_0| \geq |H_1|$ и $|H_0| \leq |H_1|$. Заметим также, что в точке $|H_0| = |H_1|$ непрерывны первые производные от B_∞ по H_0 и H_1 . В области $|H_0| \ll |H_1|$ имеем асимптотику $B_\infty = 2(|H_0 H_1|/\pi)^{1/2} \operatorname{sign} H_0$, что можно интерпретировать как парамагнитный отклик с неаналитической зависимостью $B(H_0)$, такой, что $\partial B_\infty / \partial H_0 \rightarrow \infty$ при $H_0 \rightarrow 0$ (рис.2).

Формула (6) предсказывает также эффект "выпрямления" – появление постоянной индукции в глубине образца B_∞ при переменном внешнем магнитном поле (4) без постоянной составляющей (с $H_0 = 0$). Сравнительно простое аналитическое выражение для интеграла в (6) получается, если амплитуда первой гармоники наибольшая: $|H_1| \gg |H_m|$, $m \neq 1$. Без ограничения общности можно положить в (4) $\varphi_1 = 0$. Тогда

$$B_\infty = \text{sign} \left[H_1 \left(H_0 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{H_{2m} \sin \varphi_{2m}}{4m^2 - 1} \right) \right] 2 \left[|H_1 \left(H_0 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{H_{2m} \sin \varphi_{2m}}{4m^2 - 1} \right)| / \pi \right]^{1/2}. \quad (8)$$

Согласно (8), при наличии только нечетных гармоник $B_\infty = 0$ и эффекта выпрямления нет. Более того, нетрудно убедиться в том, что любая комбинация нечетных гармоник произвольных амплитуд не приводит к выпрямлению. Если же, в частности, имеются лишь первая и вторая гармоники и при этом $|H_1| \gg |H_2|$, то

$$B_\infty = -2\text{sign}(H_1 H_2 \sin \varphi_2) (|H_1 H_2 \sin \varphi_2| / 3\pi)^{1/2}.$$

В итоге знак B_∞ определяется фазой второй гармоники относительно первой. Отметим также корневую зависимость B_∞ в этом пределе от произведения $H_1 H_2$ подобно тому, как в случае комбинации нулевой и первой гармоник мы имели $B_\infty \propto (H_0 H_1)^{1/2}$ при $|H_0| \ll |H_1|$. При $|H_2| \gg |H_1|$ нетрудно получить, что

$$B_\infty = -\text{sign}(H_1 H_2 \sin \varphi_2) |H_1| (|\sin \varphi_2| / \pi)^{1/2}.$$

то есть индукция выходит на насыщение при росте амплитуды второй гармоники.

Таким образом, мягкий сверхпроводник второго рода в рассматриваемой ситуации действует как своеобразный выпрямляющий нелинейный элемент и демпфер. С другой стороны, можно считать, что внешнее периодическое магнитное поле накачивает внутрь образца постоянную магнитную индукцию.

С помощью численного моделирования уравнения, обобщающего уравнение (3) на случай отличного от нуля критического тока, мы убедились в том, что эффекты, подобные рассмотренным выше, в ряде ситуаций реализуются и для жестких сверхпроводников.

Рассмотренные в настоящей работе явления могут оказаться полезными при разработке сверхпроводниковых датчиков переменного магнитного поля ⁶.

1. C.A.Duran, P.L.Gammel, R.Wolfe et al., *Nature* **357**, 474 (1992).
2. E.H.Brandt, *Z. Phys. B* **80**, 167 (1990).
3. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Гидродинамика, М.: Наука (1986), с.284.
4. А.А.Самарский, В.А.Галактионов, С.П.Курдюмов, А.П.Михайлов, Режимы с обострением для квазилинейных параболических уравнений, М.: Наука (1987), с.134.
5. V.V.Vinokur, V.V.Feigel'man, and V.B.Geshkenbein, *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 915 (1991).
6. P.J.Gielisse, H.Niculescu, B.Roy et al., *Supercond. Sci. Technol.* **4**, 416 (1991).