Письма в ЖЭТФ, том 57, вып.8, стр.443 - 445 ©1993 г. 25 апреля

ЭФФЕКТ ААРОНОВА – БОМА В РЕШЕТОЧНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

М.А.Зубков, М.И.Поликарпов

Институт теоретической и экспериментальной физики

117259 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 марта 1993 г.

Производящий функционал Абелевой модели Хиггса представлен в виде суммы по мировым поверхностям струн Нильсена – Ольсена. Показано, что существует нетривиальное топологическое взаимодействие, соответствующее эффекту Ааронова – Бома в теории поля.

Рассмотрим четырехмерную Абелеву модель Хиггса, в которой скалярное поле $\Phi = |\Phi|e^{i\varphi}$, имеющее заряд Ne, сконденсировано. Несмотря на то, что калибровочное поле имеет массу, существуют дальнодействующие силы [1,2] между зарядами Me, не кратными Ne, и струнами Нильсена – Ольсена. Мы покажем, что это взаимодействие связано с числом зацеплений мировых поверхностей струн и траекторий частиц, то-есть является топологическим. Мы используем решеточную формулировку теории. Потенциал скалярного поля $V(|\Phi|)$ для простоты предполагается настолько глубоким, что радиальная компонента скалярного поля заморожена: $|\Phi| = \mathrm{const}$. Выбрав для оставшейся динамической переменной – фазы (φ) действие Виллейна, получаем статистическую сумму теории в виде

$$\mathcal{Z} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{D}A \int\limits_{-\pi}^{+\pi} \mathcal{D}\varphi \sum_{l(c_1)\in \mathbb{Z}} \exp\left\{-\frac{1}{2e^2}||\mathrm{d}A||^2 - \frac{\kappa}{2}||\mathrm{d}\varphi + 2\pi l - NA||^2\right\}. \qquad (1)$$

Мы используем обозначения, принятые в дифференциальной геометрии на решетке [3], позволяющие представлять результаты вычислений в компактном виде. Поля определены на ячейках решетки c_k, имеющих размерность k: калибровочное поле определено на ребрах: $A = A(c_1)$, скалярное – на узлах: $\varphi = \varphi(c_0)$. Оператор внешнего дифференцирования d повышает размерность на единицу. Так напряженность поля, определенная на плакетах, стандартным образом построена из реберных переменных: $F(c_2) = \mathrm{d}A(c_1)$; $\mathrm{d}\varphi$ соответствует ребру, если $\varphi = \varphi(c_0)$. Скалярное произведение определено как $(\phi, \psi) = \sum_{c_k} \phi(c_k)\psi(c_k)$, здесь сумма берется по всем ячейкам c_k. Норма определена стандартным образом: $||\phi||^2 = (\phi, \phi)$, поэтому в первом слагаемом в экспоненте (1) подразумевается сумма по всем плакетам, во втором – по всем ребрам. Каждому полю $\phi(c_k)$ соответствует поле, определенное на дуальной решетке – $^*\phi(^*c_k)$; $^*c_k$ – $(D-k)$ – мерная ячейка, дуальная c_k. Оператор кодифференцирования $\delta = {}^*\mathrm{d}^*$, понижающий размерность полей на единицу, позволяет проводить "интегрирование по частям": $(\phi, \mathrm{d}\psi) = (\delta\phi, \psi)$.

После фиксации калибровки $\mathrm{d}\varphi = 0$ и выделения квадратичных по A слагаемых в показателе экспоненты в (1) мы видим, что поле A приобретает массу $m = \kappa^{1/2}e$ (механизм Хиггса). Применив к (1) преобразование, аналогичное тому, которое применялось в работе [4] для компактной электродинамики и в [5] для $4D$ XY-модели, получаем статистическую сумму, записанную через мировые поверхности струн Нильсена – Ольсена:

$$\mathcal{Z}^{BKT} = \sum_{\substack{^*\sigma(^*c_2)\in \mathbb{Z} \\ \delta^*\sigma=0}} \exp\left\{-2\pi^2\kappa\left(^*\sigma, (\Delta + m^2)^{-1*}\sigma\right)\right\}. \tag{2}$$

Здесь $\Delta = \delta\mathrm{d} + \mathrm{d}\delta$ – решеточный оператор Лапласа [3], суммирование проводится по всем целым числам $^*\sigma(^*c_2)$, принадлежащим плакетам дуальной решетки. Условие $\delta^*\sigma = 0$ отвечает тому, что мировые поверхности струн, описываемые числами $\{^*\sigma\}$, замкнуты [5]. Мы используем обозначение $\mathcal{Z}^{\mathrm{BKT}}$, так как аналогичные преобразования были впервые выполнены Березинским [6], Костерлицем и Таулесом [7] для $2D$ XY-модели.

Рассмотрим теперь петлю Вильсона для заряда Me: $W_M(C) = \exp\{iM(A, j_C)\}$, $j_C = 1$ на ребрах, принадлежащих контуру C, на остальных ребрах $j_C = 0$. Повторив преобразования, которые приводят от (1) к (2), получаем в BKT-представлении:

$$< W_M(C) >= \frac{1}{\mathcal{Z}^{BKT}} \sum_{\substack{^*\sigma(^*c_2)\in \mathbb{Z} \\ \delta^*\sigma=0}} \exp\left\{-2\pi^2\kappa(^*\sigma, (\Delta + m^2)^{-1*}\sigma) - \right. \tag{3}$$
$$\left. -\frac{M^2e^2}{2}(j_C, (\Delta + m^2)^{-1}j_C) - 2\pi i\frac{M}{N}(j_C, (\Delta + m^2)^{-1}\delta\sigma) + 2\pi i\frac{M}{N}\mathbb{L}(\sigma, j_C)\right\}.$$

Первые три слагаемых в экспоненте описывают короткодействующие силы (взаимодействие Юкавы) – $(\Delta + m^2)^{-1}$; в последнем слагаемом величина $\mathbb{L} = (^*j_C, \Delta^{-1}\mathrm{d}^*\sigma)$ может быть представлена в виде: $\mathbb{L} = (^*j_C, {}^*n)$, где n – целочисленное решение уравнения $\delta^*n = {}^*\sigma$. Отсюда следует, что $\mathbb{L}$ – целое число, равное числу пересечений контура C и трехмерного объема, ограниченного поверхностью $\{^*\sigma\}$. Таким образом выражение для $\mathbb{L}$ – это решеточный вариант формулы Гаусса для числа зацеплений контура C и мировых поверхностей струн $\{^*\sigma\}$. Соответствующие силы являются дальнодействующими: даже если любая точка поверхности $\{^*\sigma\}$ как угодно далека от любой точки контура C, $\mathbb{L}$ может быть конечно. Дальнодействие отвечает эффекту Ааронова – Бома в теории поля: струны Нильсена – Ольсена играют роль соленоидов, взаимодействующих с частицами заряда Me. Из (3) следует, что если M/N – целое число, то конденсат скалярного поля полностью экранирует заряд Me и дальнодействие отсутствует (в квантовой механике эффект Ааронова–Бома исчезает, когда произведение магнитного потока соленоида на рассеиваемый заряд кратно 2π). Реальное дальнодействие между частицами заряда Me может возникнуть в той фазе теории, в которой существует конденсат струн.

Авторы выражают глубокую благодарность У. Визе и Т.Л. Иваненко за многочисленные обсуждения.

1. M.G.Alford and F.Wilczek, Phys. Rev. Lett. **62**, 1071 (1989).
2. M.G.Alford, J.March-Russel and F.Wilczek, Nucl. Phys. **B337**, 695 (1990).
3. P.Becher and H.Joos, Z. Phys. **C15**, 343 (1982).
4. T.Banks, R.Myerson and J.Kogut, Nucl. Phys. **B129**, 493 (1977).
5. M.I.Polikarpov and U.-J.Wiese, Preprint HLRZ 90-78, Jülich, Germany (1990).
6. V.L.Beresinskii, Sov. Phys. JETP, **32**, 493 (1970).
7. J.M.Kosterlitz and D.J.Thouless, J. Phys. **C6**, 1181 (1973).