

РАВНА ЛИ ЧАСТОТА ОДНОЭЛЕКТРОННЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ В РЕЖИМЕ КУЛОНОВСКОЙ БЛОКАДЫ I/e ?

С.Н.Молотков, С.С.Назин

Институт физики твердого тела РАН,
142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 17 марта 1993 г.

Показано, что при определенных условиях частота одноэлектронных осцилляций определяется энергией кулоновского отталкивания электронов.

Хорошо известно, что при туннелировании электронов через переход с малой емкостью важны эффекты кулоновского отталкивания электронов. В режиме кулоновской блокады изменение заряда на переходе, связанное с туннелированием одного электрона, оказывается настолько существенным, что одновременное туннелирование еще одного электрона невозможно по энергетическим соображениям. В результате туннелирование отдельных электронов оказывается скоррелированным во времени, так что при фиксированной величине постоянного тока, протекающего через переход, потенциал на нем осциллирует во времени с частотой ^{1,2}

$$\omega_e = 2\pi I/e. \quad (1)$$

Другим интересным объектом, в поведении которого существенную роль играют эффекты кулоновской блокады, является система, состоящая из квантовой точки (квантовой ямы), связанной туннельными переходами с двумя металлическими электродами. В данной статье мы хотим продемонстрировать, что статистические свойства флуктуаций (в том числе и напряжения) в такой системе при протекании через нее постоянного тока характеризуются другой частотой, величина которой определяется непосредственно энергией кулоновского отталкивания двух электронов в яме и не связана напрямую с величиной тока.

Осцилляции напряжения на переходе с частотой (1) связаны с флуктуациями заряда на его берегах. Мы же будем рассматривать флуктуации числа электронов (заряда) в яме.

Будем использовать простую модель перехода, на примере которой можно до конца вычислить частоту одноэлектронных осцилляций. Система состоит из двух идеальных берегов, связанных через "узкое горло" (квантовую точку, квантовую яму и т.д.), где имеется один размернокvantованный уровень. Кулоновское отталкивание электронов на уровне описывается моделью Хаббарда ³. Данная модель относится к предельно квантовому случаю и содержит все особенности, характерные для кулоновской блокады. Гамильтониан системы имеет вид

$$\hat{H} = \sum_{\alpha=L,R} \epsilon_{k\alpha} c_{k\alpha}^+ c_{k\alpha} + \sum_{\sigma} \epsilon_0 c_{\sigma}^+ c_{\sigma} + U n_{\downarrow} n_{\uparrow} + \sum_{\alpha=L,R} (I_{k\alpha} c_{k\alpha}^+ c_{\sigma} + \text{э.с.}). \quad (2)$$

Здесь индекс α описывает состояния в левом (L) и правом (R) электродах; $\epsilon_{k\alpha}$ – спектр электронов в берегах, ϵ_0 – энергия одночастичного уровня в

квантовой яме, U – хаббардовская энергия отталкивания электронов в яме, $T_{k\alpha}$ – матричные элементы туннелирования в берега. Постоянное напряжение V_0 учитывается обычным образом через сдвиги химпотенциалов в берегах; $\mu_L - \mu_R = eV_0$.

Среднее число электронов в яме определяется следующим образом:

$$\langle n_\sigma \rangle = \int d\omega G_\sigma^<(\omega)/2\pi, \quad (3)$$

где $G_\sigma^<(\omega)$ – келдышевская функция Грина ($\Phi\Gamma$) ⁴ для электронов в яме с учетом кулоновского отталкивания и туннелирования в берега. $\Phi\Gamma$ для изолированного центра находится точно, а туннелирование в берега можно учесть по теории возмущений по прозрачности барьеров $\gamma_{L,R}$:

$$\gamma_{L,R} = \pi \sum_k |T_{k\alpha}|^2 \delta(\omega - \epsilon_{kL,R}), \quad \gamma = \gamma_L + \gamma_R, \quad (4)$$

как это делается, например, в работах ^{5,6} (в дальнейшем скорость туннелирования в берега будем считать не зависящей от энергии). Для келдышевской $\Phi\Gamma$ имеем

$$G_\sigma^<(\omega) = F(\omega)\rho_\sigma(\omega), \quad F(\omega) = [\gamma_L f_L(\omega) + \gamma_R f_R(\omega)]/\gamma, \\ \rho_\sigma(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Im}[G_\sigma^A(\omega)], \quad (5)$$

$$\rho_\sigma(\omega) = \frac{\gamma[\omega - \epsilon_0 - U(1 - \langle n_{-\sigma} \rangle)]}{(\omega - \epsilon_0)^2(\omega - \epsilon_0 - U)^2 + [\omega - \epsilon_0 - U(1 - \langle n_{-\sigma} \rangle)]^2\gamma^2},$$

где $f_{L,R}(\omega)$ – функции распределения в берегах, а плотность состояний $\rho_\sigma(\omega)$ в яме представляет собой два пика при энергиях $\simeq \epsilon_0$ и $\simeq \epsilon_0 + U$.

В пределе $\gamma \rightarrow 0$ выражение для плотности электронных состояний на центре переходит в известное выражение ³

$$\rho_\sigma(\omega) = (1 - \langle n_{-\sigma} \rangle)\delta(\omega - \epsilon_0) + \langle n_{-\sigma} \rangle\delta(\omega - \epsilon_0 - U). \quad (6)$$

Подчеркнем (это важно для дальнейшего), что амплитуда пиков зависит от чисел заполнения $\langle n_\sigma \rangle$.

Флуктуации электронной плотности в переходе определяются коррелятором заряд–заряд:

$$K(\tau) = \langle (n_\sigma(t) + n_{-\sigma}(t))(n_\sigma(t + \tau) + n_{-\sigma}(t + \tau)) \rangle \quad (7)$$

(заряд электрона опускаем). Апроксимируя Фурье-образ коррелятора $K(\tau)$ произведением келдышевых $\Phi\Gamma$, находим

$$K(\Omega) = \int d\tau e^{i\Omega\tau} K(\tau) = \sum_\sigma \int d\omega [G_\sigma^<(\omega)G_\sigma^>(\omega + \Omega) + G_\sigma^<(\omega + \Omega)G_\sigma^>(\omega)]. \quad (8)$$

Рассмотрим сначала предельный случай $\gamma \rightarrow 0$, который очень нагляден. В этом пределе получаем

$$K(\Omega) = \sum_\sigma \{[(1 - \langle n_\sigma \rangle)^2 + \langle n_\sigma \rangle^2]\delta(\Omega) + (1 - \langle n_\sigma \rangle)\langle n_\sigma \rangle\delta(\Omega - U)\} \cdot \{[F(\epsilon_0) +$$

$$+F(\epsilon_0+\Omega)-2F(\epsilon_0)F(\epsilon_0+\Omega)]+[F(\epsilon_0+U)+F(\epsilon_0+U+\Omega)-2F(\epsilon_0+U)F(\epsilon_0+U+\Omega)]\}. \quad (9)$$

Первое слагаемое отвечает некоррелированному туннелированию электронов (при $\gamma \neq 0$, см. ниже). Второе слагаемое отлично от нуля лишь при напряжении $\mu_L - \mu_R = eV_0 > U$, превышающем энергию кулоновского отталкивания. Действительно, это слагаемое возникает от перекрытия пиков в плотностях состояний $\rho_\sigma(\omega)$ и $\rho_\sigma(\omega + \Omega)$, отвечающих энергиям ϵ_0 и $\epsilon_0 + U$; при этом коэффициент пропорционален $\langle n_\sigma \rangle (1 - \langle n_\sigma \rangle)$ и отличен от нуля только при нецелом $\langle n_\sigma \rangle$ (для изолированного уровня может $\langle n_\sigma \rangle$ быть равно 0,1 и коэффициент при $\delta(\Omega - U)$ всегда равен нулю). Такая ситуация реализуется, если $\mu_L - \mu_R = eV_0 > U$ ($\epsilon_0 < \mu_L < \epsilon_0 + U$, $\mu_R > \epsilon_0, \epsilon_0 + U$, см. рис.1). Как следует из формул (5), (6), $\langle n_\sigma \rangle = \gamma_L / (2\gamma_L + \gamma_R)$.

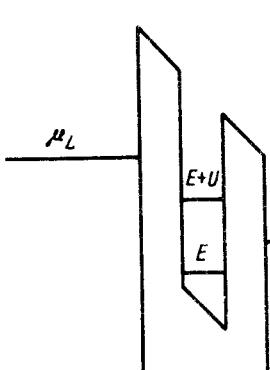


Рис. 1

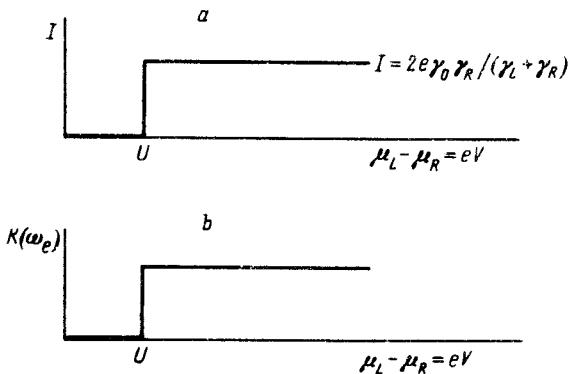


Рис. 2

Рис.2. Туннельный ток и коррелятор на кулоновской частоте как функции напряжения на переходе

Второе слагаемое в $K(\Omega)$, как известно из статистической радиофизики ⁷, описывает случайный процесс вида $\cos(\omega_e t + \phi)$ с постоянной частотой $\omega_e = U$ и случайной равномерно распределенной на интервале 2π фазой ϕ . Такой процесс является существенно негауссовским ⁷. Следовательно, флуктуации заряда (и связанные с ними флуктуации потенциала на переходе) представляют собой гармонические колебания с постоянной частотой и случайной фазой.

Таким образом, включение части коррелятора, ответственного за одноэлектронные колебания, происходит скачком по напряжению, так как амплитуды пиков в спектральной плотности $\rho_\sigma(\omega)$ при изменении напряжения также изменяются скачком при $eV = U$.

Выясним теперь, как спектр флуктуаций заряда связан с величиной тока. Туннельный ток для такой системы может быть найден по формуле ⁶

$$I = e \frac{\gamma_L \gamma_R}{(\gamma_L + \gamma_R)} \sum_{\sigma} \int d\omega \rho_{\sigma}(\omega) [f_L(\omega) - f_R(\omega)]. \quad (10)$$

Как несложно убедиться, зависимость тока от напряжения представляет собой ступеньку (см. рис.2,а): при $\mu_L - \mu_R < U$, $I = 0$; при $\mu_L - \mu_R > U$, $I = 2e\gamma_L\gamma_R/(2\gamma_L + \gamma_R)$ ⁶. Зависимость амплитуды пика в спектре $K(\Omega)$ в окрестности $\omega = U$ приведена на рис.2,б. Подчеркнем, что скачком меняется

не частота, на которой имеется пик в $K(\Omega)$ (она есть всегда $\omega_e = U$), а амплитуда этого пика.

Таким образом, если напряжение меньше энергии кулоновского отталкивания в яме $eV < U$, то ток отсутствует и одновременно коэффициент при $\delta(\Omega - U)$ в формуле (9) равен нулю, так что вклада в коррелятор вида $\cos(\omega_e t + \phi)$ нет, так как при условии $\epsilon_0 < \mu_L, \mu_R < \epsilon_0 + U$ нижний уровень с энергией ϵ_0 заполнен, а верхний пуст. Второй электрон не может туннелировать через яму, так как этому препятствует энергия кулоновского отталкивания U . При превышении внешним напряжением порога энергии отталкивания ($\epsilon_0 < \mu_L < \epsilon_0 + U, \mu_R > \epsilon_0, \epsilon_0 + U$), скачком появляется ток (рис.2,*a*) из-за возможности туннелирования для второго электрона через уровень с энергией $\epsilon_0 + U$. Однако через этот уровень может проходить только один электрон. Процесс туннелирования электронов при этом оказывается скоррелированным во времени. Частота колебаний заряда в яме (и, соответственно, потенциала на переходе) представляет собой частоту одноэлектронных осцилляций; которая появляется скачком по напряжению (рис.2,*b*). Точнее говоря, скачком появляется осцилляционный вклад во временной зависимости $n(t)$ и δ -функциональный вклад в коррелятор. Процесс туннелирования отдельных электронов можно представлять себе как движение волновых пакетов для отдельных электронов, следующих с постоянной частотой ω_e и имеющих случайную фазу.

При отличном от нуля γ δ -функции в формуле (9) размываются и в случае $U = 0$ плотность состояний электронов в яме становится равной

$$\rho_\sigma(\omega) = \gamma / [(\omega - \epsilon_0)^2 + \gamma^2]. \quad (11)$$

При этом корреляционная функция $K(\Omega)$, как следует из (9), ведет себя как

$$K(\Omega) \propto \frac{1}{\Omega^2 + 4\gamma^2}, \quad K(\tau) \propto e^{-2\gamma\tau}. \quad (12)$$

Как следует из вида корреляционной функции (12) (см., например, ⁷), такой коррелятор отвечает случайному пуассоновскому процессу. Скачки напряжения представляют собой чередующиеся экспоненциальные импульсы вида $e^{-\gamma t}$ с характерной длительностью γ , чередование которых во времени имеет пуассоновское распределение. Такой процесс отвечает отклику RC -цепочки на серию случайных прямоугольных импульсов.

В случае малой, но конечной величины $\gamma \neq 0$ и $U \neq 0$ δ -функции в корреляторе $K(\Omega)$ размываются в пики шириной порядка γ , расположенные вблизи $\Omega \approx U$. Коррелятор такого вида соответствует случайному процессу с характерной частотой $\omega \approx U$ и случайной фазой ⁷.

Таким образом, в случае квантовой ямы флуктуационный спектр системы характеризуется частотой, определяемой характерным масштабом энергии кулоновского отталкивания электронов в яме и не зависящей от величины тока, причем осциллирующий вклад в коррелятор в зависимости от приложенного напряжения изменяется скачкообразно, отслеживая вхождение системы в режим кулоновской блокады. Наша схема дает также естественный переход к пуассоновской статистике для невзаимодействующих электронов.

Если в системе имеется много уровней (макроскопический предел), то следует ожидать скачкообразных изменений в корреляторе $K(\omega)$ для целой серии напряжений, отвечающих энергиям отталкивания при добавлении следующего электрона в яму.

Экспериментально обнаружить колебания плотности заряда в яме можно, подсоединив дополнительный электрод, расположенный в непосредственной близости от ямы, и измеряя частотный спектр флуктуаций потенциала этого электрода.

-
1. Д.В.Аверин, К.К.Лихарев, ЖЭТФ **90**, 733 (1986).
 2. D.V.Averin and K.K.Likharev, In: Mesoscopic Phenomena in Solids (ed. by B.L.Altshuler, P.A.Lee, R.A.Webb), Elsevier, Amsterdam, p.169 (1991).
 3. J.Hubbard, Proc Royal Soc. A **276**, 238 (1963).
 4. Л.В.Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1515 (1964).
 5. Y.Meir, N.S.Wingreen, and P.Lee, Phys. Rev. Lett. **66**, 3048 (1991).
 6. L.Y.Chen and C.S.Ting, Phys. Rev. B **44**, 5916 (1991).
 7. С.А.Ахманов, Ю.Е.Дьячков, А.С.Чиркин, Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981.