

ПЯТИЛЕПТОННЫЕ МОДЫ РАСПАДОВ μ - И τ -МЕЗОНОВ

А.Б.Арбузов, Э.А.Кураев, Н.П.Меренков*, Н.В.Махалдиани

Объединенный институт ядерных исследований,
101000 Дубна, Россия*Харьковский физико-технический институт,
310108 Харьков, Украина

Поступила в редакцию 23 апреля 1993 г.

Для распадов $\mu, \tau \rightarrow 3l \cdot 2\nu$ вычислены дифференциальные по долям энергии заряженных лептонов ширины. Отдельно рассмотрен случай рождения "мягкой" пары. Дан анализ одночастичных распределений. Оценен фон для поиска безнейтринного распада $\mu \rightarrow 3e$ и для перехода мюоний-антимюоний $\mu^+ e^- \rightarrow \mu^- e^+$. На основе полученных результатов даны в дваждылогарифмическом приближении оценки для спектров пятилептонных распадов τ -мезона.

Распад

$$\mu^+ \longrightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu e^+ e^- \quad (1)$$

впервые наблюдался в 1959 г. и затем в 1975 г. [1]. Численное моделирование его было выполнено в работе [2]. В эксперименте [3] набрано, а в работе [4] проанализировано с точки зрения ограничений, накладываемых на структуру слабого тока, 7874 событий данного распада. Расчеты по матричному элементу распада методом Монте-Карло в рамках Стандартной Модели (СМ) находятся в согласии с экспериментальным значением относительной ширины [5]

$$R = \frac{\Gamma(\mu \rightarrow 3e 2\nu)}{\Gamma_{tot}} = (3,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}. \quad (2)$$

Данный распад является фоном при изучении перехода мюоний-антимюоний, $\mu^+ e^- \rightarrow \mu^- e^+$ [6] и безнейтринного распада $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$ [7]. С введением в действие c/τ фабрик [8], его можно использовать для уточнения СМ и измерения возможных отклонений от СМ в качестве нормировочного процесса.

В этой работе приводятся результаты аналитических вычислений спектров заряженных лептонов для распадов μ - и τ -мезонов.

Спектральное распределение по долям энергии заряженных лептонов имеет вид (детали вычислений приводятся в работе [9])

$$\frac{d^3\Gamma}{\Gamma_0 dx_1 dx_2 dy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 (1 + P_{12})(L^2 f_1 + L f_2 + f_3), \quad (3)$$

где оператор P_{12} переставляет местами x_1 и x_2 ,

$$x_{1,2} = \frac{2\varepsilon_{1,2}^+}{m_\mu}, \quad y = \frac{2\varepsilon^-}{m_\mu}, \quad x_1 + x_2 + y = \Delta \leq 1, \quad (4)$$

$$\sigma \leq x_1, x_2, y \leq 1 - \frac{4m_e}{m_\mu}, \quad L = \ln \frac{m_\mu^2}{m_e^2} \simeq 11. \quad (5)$$

$m_\mu \sigma / 2$ - минимальное значение энергии регистрируемого на опыте лептона. Главный (дваждылогарифмический) вклад в спектр (3) происходит от

кинематической области, когда родившаяся пара движется вместе с третьим заряженным лептоном в направлении, противоположном импульсам нейтрино, и уносит половину энергии:

$$f_1 = \frac{1}{2}(2\Delta - 3) \frac{x_1 x_2 y}{(x_1 + y)^2} \left[\frac{\Delta}{(x_1 + y)^2} + \frac{x_1 y - x_2 \Delta - \frac{1}{2}(x_1 + y)^2}{2x_1 x_2 y} \right] \Theta(1 - x_1 - x_2 - y). \quad (6)$$

Функция f_2 громоздка, она приведена в нашей работе [9]. В области $x_1, x_2, y \sim 1$ эти функции принимают значения порядка единицы, меняются плавно и растут, когда аргументы приближаются к нижней границе ($x_i, y \rightarrow x_{min}, y_{min}$). Мы предполагаем, что аналогичными свойствами обладает функция f_3 и поэтому пренебрежение ею не внесет неопределенностей, больших чем 1%, в спектральные распределения и в полную ширину этого канала распада.

Интегрируя по x_1 и x_2 , из (3) получим

$$\frac{d\Gamma^{\mu \rightarrow ee\bar{\nu}\nu}}{\Gamma_0 dy} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 (L^2 \Phi_1(y) + L \Phi_2(y)) \equiv \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \Phi(y), \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_1(y) &= \frac{1}{6y} + \frac{17}{36} + \frac{3}{4}y - \frac{7}{6}y^2 - \frac{2}{9}y^3 + \left(\frac{5}{12} + y + y^2\right) \ln y, \\ \Phi_2(y) &= \left(\int_y^1 \frac{dx}{x} \ln(1+x)\right) \left[\frac{272}{3}y^3 + 136y^2 + 32y - \frac{40}{3}\right] + \\ &\quad + \left(\int_y^1 \frac{dx}{x} \ln(1-x)\right) \left[-2y^2 - 2y - \frac{5}{6}\right] + \\ &\quad + (16y^3 + 24y^2) \int_y^1 \frac{dt_1}{t_1} \int_0^{1-t_1} \frac{dx_2}{x_2 + y} \ln\left(\frac{(x_2 + y)t_1}{\Delta y}\right) + \\ &\quad + \left[-\frac{4}{9}y^3 - \frac{7}{3}y^2 + \frac{3}{2}y + \frac{17}{18} + \frac{1}{3y}\right] \ln(1-y) + \\ &\quad + \left[-\frac{371}{6}y^2 - \frac{277}{12}y + \frac{34}{3} + \frac{2}{3y}\right] \ln(y) + \left[-\frac{136}{3}y^3 - 50y^2 - 5y + \frac{55}{12}\right] \ln^2(y) + \\ &\quad + \left[\frac{272}{3}y^3 + 136y^2 + 32y - \frac{40}{3}\right] \ln(y) \ln(1+y) + \frac{877}{54} - \frac{1949}{36}y - \frac{1}{6y} - \frac{631}{36}y^2 + \frac{1501}{27}y^3, \\ t_1 &\equiv x_1 + y. \end{aligned} \quad (8)$$

Изучение поведения функции $\Phi(y)$ при $y \rightarrow 1$ необходимо для оценки фона к переходу мюоний-антимюоний ($\mu^+ e^- \rightarrow \mu^- e^+$) [6]. Мы получили следующее выражение для $\Phi(y)$ в этой области:

$$\Phi(y)|_{y \rightarrow 1} \approx (1-y)^2 \left[\frac{1}{8}L^2 - \left(\frac{13}{12} - \frac{1}{4} \ln(1-y)\right)L \right]. \quad (10)$$

Это выражение отличается от оценки, приведенной в работе [7], коэффициентом при первой степени L .

Из распределения (2) можно получить распределение по Δ - доле энергии, уносимой заряженными лептонами ($\Delta = x_1 + x_2 + y$). Для области $1 \leq \Delta \leq 2$ оно имеет вид

$$\frac{d\Gamma^{\mu \rightarrow ee\bar{\nu}\nu}}{\Gamma_0 d\Delta} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 L \Psi(\Delta), \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi(\Delta) = & \frac{2}{3} \Delta^2 (3 - 2\Delta) \left[\frac{1}{2} \ln^2(1 - \Delta) + 2 \int_{\Delta}^2 \frac{dy}{y} \ln(1 - y) \right] + \\ & + \ln(1 - \Delta) \left(\frac{5}{18} + \frac{2}{3} \Delta + \frac{2}{3} \Delta^2 - \frac{4}{9} \Delta^3 \right) + \\ & + (2 - \Delta) \left(\frac{52}{45} + \frac{211}{60} \Delta - \frac{491}{180} \Delta^2 + \frac{517}{1080} \Delta^3 - \frac{17}{540} \Delta^4 + \frac{1}{270} \Delta^5 \right). \end{aligned}$$

При $\Delta \rightarrow 2$,

$$\Psi(\Delta) \approx \frac{13}{36} (2 - \Delta)^2. \quad (12)$$

Эти распределения можно использовать при оценке фона для распада $\mu \rightarrow e^+ e^- e^-$ [1,3].

В области $y \sim 2m_e/m_\mu \ll 1$ спектр (3) необходимо модифицировать. Используя приближение мягких пар [10], получаем

$$\frac{d\Gamma}{d\Gamma_0} = \frac{d\Gamma}{d\Gamma_0} = \frac{2}{3} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} L + \ln \eta \right)^3 - \frac{4}{3} \left(\frac{1}{2} L + \ln \eta \right)^2 + \left(-\frac{\pi^2}{6} + \frac{61}{18} \right) \left(\frac{1}{2} L + \ln \eta \right) \right\}, \quad (13)$$

где $\eta = 2\Delta\epsilon/m_\mu$, $\Delta\epsilon$ - суммарная энергия компонент мягкой пары. Мы предполагаем, что

$$\frac{2m_e}{m_\mu} \ll \eta \ll 1.$$

Интегрируя выражение (3) при условии, что доля энергии пары t больше η , получим

$$\frac{\Gamma^{hard}}{\Gamma_0} = \int_{\eta}^1 \frac{d\Gamma^{hard}}{\Gamma_0 dt} dt = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 L \left(-\frac{2}{3} \ln^2 \eta - \frac{1}{3} L \ln \eta + \frac{16}{9} \ln \eta - \frac{7}{18} - 12\zeta_2 + 8\zeta_3 + \frac{3565}{216} \right), \quad (14)$$

$$\zeta_2 = \sum_1^{\infty} n^{-2} = \frac{\pi^2}{6}, \quad \zeta_3 = \sum_1^{\infty} n^{-3} \approx 1.202.$$

Суммарное выражение для вклада в полную ширину от учета мягких и жестких пар имеет вид

$$\frac{\Gamma^{hard} + \Gamma^{soft}}{\Gamma_0} = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \left\{ \frac{1}{36} L^3 - \frac{5}{12} L^2 + L \left(\frac{1351}{144} + 4\zeta_3 - \frac{19}{3} \zeta_2 \right) + O(1) \right\}. \quad (15)$$

Заметим, что это выражение не зависит от параметра η , что является проверкой самосогласованности расчета.

Рассмотрим вклад в полную ширину распада мюона, происходящий от интерференции боровской амплитуды ($\mu \rightarrow e\nu\bar{\nu}$) с амплитудой, учитывающей двухклетевую поправку с поляризационным оператором фотона. Мы ограничимся вкладом электронов и μ -мезонов в поляризационный оператор, так как вклады τ -лептонов и адронов не содержат L [9]:

$$\frac{d\Gamma^{virt}}{d\Gamma_0} = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \left\{ -\frac{1}{36} L^3 + \frac{3}{8} L^2 + \frac{1}{6} \left(\ln^2 \frac{M_W^2}{m_\mu^2} + L \ln \frac{M_W^2}{m_\mu^2} \right) \right\}, \quad (16)$$

$$L = \ln\left(\frac{m_\mu^2}{m_e^2}\right) \approx 10.7, \quad \ln\left(\frac{M_W}{m_\mu}\right) \approx 6.6.$$

Для полного вклада от виртуальных (16) и реальных (14) пар имеем

$$\frac{\Gamma^{hard} + \Gamma^{soft} + \Gamma^{virt}}{\Gamma_0} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \left\{ -\frac{1}{24}L^2 + \frac{1}{6} \left(\ln^2 \frac{M_W^2}{m_\mu^2} + L \ln \frac{M_W^2}{m_\mu^2} \right) + O(L) \right\} \approx 0.02\%. \quad (17)$$

Компенсация слагаемых, пропорциональных L^3 , является проявлением сокращения массовых сингулярностей. Величина (17) на порядок меньше однопетлевых поправок КЭД [11]:

$$-\frac{\alpha}{2\pi} \left(\pi^2 - \frac{25}{4} \right) \approx -0.4\%. \quad (18)$$

При вычислении мы принимаем во внимание эффект тождественности лептонов в конечном состоянии. Оказалось, однако, что в дваждылогарифмическом приближении вклад в амплитуду от интерференции, учитывающей тождественность, отсутствует. Пользуясь этим фактом, мы можем распространить полученные результаты на пятилептонные распады τ -мезона. В дваждылогарифмическом приближении имеем

$$\begin{aligned} \frac{d^3\Gamma(\tau \rightarrow \mu\bar{\mu}\nu\bar{\nu})}{\Gamma_0 dx_1 dx_2 dy} &= \frac{1}{2} L_\mu^2 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 (1 + P_{12}) f_1, & \frac{d^3\Gamma(\tau \rightarrow e\bar{e}\nu\bar{\nu})}{\Gamma_0 dx_1 dx_2 dy} &= \frac{1}{2} L_e^2 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 (1 + P_{12}) f_1, \\ \frac{d^3\Gamma(\tau \rightarrow e\bar{e}\mu\nu\bar{\nu})}{\Gamma_0 dx_1 dx_2 dy} &= L_e^2 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 f_1, & \frac{d^3\Gamma(\tau \rightarrow \mu\bar{\mu}e\nu\bar{\nu})}{\Gamma_0 dx_1 dx_2 dy} &= L_\mu^2 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 f_1, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$L_\mu = \ln\left(\frac{m_\tau^2}{m_\mu^2}\right) \approx 5,6, \quad L_e = \ln\left(\frac{m_\tau^2}{m_e^2}\right) \approx 16,3.$$

-
1. J. Lee and N.P. Samios, Phys. Rev. Lett. **3**, 55 (1959). С.М.Коренченко и др., Сообщения ОИЯИ P1-8875 (1975).
 2. Д.Ю.Бардин и др., Сообщение ОИЯИ P2-5904 (1971).
 3. W.Fetscher et. al., Phys. Lett. **B 173**, 102 (1986).
 4. A.Kersh et. al., Nucl. Phys. **A 485**, 606 (1988).
 5. Particle data group, Phys. Rev. **D 45** (1992).
 6. E.G.Drukarev et. al., Preprint LNPI-1317 (1987).
 7. E.G.Drukarev and V.A. Gordeev, Preprint LNPI-1588 (1990).
 8. V.S.Alexandrov et. al., JINR Tau-Charm Factory design consideration, Proc. IEEE Particle Accelerator Conf., San Francisco, 6-9 May 1991, Dubna preprint E9-91-178.
 9. А.Б.Арбузов и др., Сообщение ОИЯИ E4-9387 (1993).
 10. Э.А.Кураев, В.С.Фадин, ЯФ **41**, 733 (1985).
 11. Л.Б.Окунь, Лептоны и кварки, М.: Наука, 1990.