

Самовоздействие лазерного излучения в условиях электромагнитной индуцированной прозрачности

Н. А. Жарова¹⁾, А. Г. Литвак, В. А. Миронов

Институт прикладной физики РАН, 603950 Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 28 января 2004 г.

После переработки 17 февраля 2004 г.

Аналитически и численно исследованы особенности динамики самовоздействия лазерного излучения в полосе электромагнитной индуцированной прозрачности (ЭИП) в газе атомов с Λ -схемой энергетических уровней. Получена самосогласованная система уравнений, описывающая пространственно-временную эволюцию волнового пакета конечной амплитуды в поле однородной волны накачки. Качественно проанализированы особенности самовоздействия в рассматриваемой системе, связанные с конкуренцией дифракции, нелинейной дисперсии и поглощения излучения в среде; в частности, определены условия самофокусировки пробного волнового пучка. Результаты проведенного рассмотрения подтверждены численным моделированием пространственно-временной эволюции волновых пакетов.

PACS: 42.50.-p, 42.65.Tg

Исследование интерференционных явлений [1–3] типа когерентного пленения населенностей (КПН) и электромагнитной индуцированной прозрачности (ЭИП) в многоуровневых атомных ансамблях привело к быстрому развитию новой области нелинейной резонансной оптики. Характерной ее особенностью является исчезающе малое поглощение резонансного излучения при параметрическом взаимодействии его со средой. В результате традиционные нелинейные эффекты реализуются при чрезвычайно низких интенсивностях взаимодействующих волн (на уровне нескольких фотонов) и при ослабленных требованиях на фазовый синхронизм.

Квантовые интерференционные эффекты приводят к ряду особенностей при распространении бихроматического резонансного излучения в системе трехуровневых атомов. В одномерном случае найден широкий класс самосогласованных двухимпульсных структур. Без учета процессов релаксации фазовой когерентности они распространяются в среде с Λ -схемой энергетических уровней без заметного изменения формы на расстояния, существенно превышающие длину поглощения для одиночного волнового пакета (см. [4–6] и цитируемую там литературу). Особый интерес представляет исследование стационарного самовоздействия (самофокусировки) бихроматического излучения [7–10] в среде с ЭИП.

В предлагаемой работе рассмотрены особенности динамики самовоздействия пространственно-ограниченных лазерных импульсов в условиях ЭИП

в среде Λ -атомов. На основе формализма матрицы плотности получена самосогласованная система уравнений, описывающая динамику самовоздействия бихроматического излучения в системе с долгоживущей фазовой когерентностью. Проведено качественное исследование пространственно-временной эволюции волнового пакета конечной амплитуды в поле сильной волны накачки, определены условия, при которых возможна самофокусировка излучения. Результаты качественного рассмотрения поведения системы подтверждены численным моделированием динамики самовоздействия.

1. Рассмотрим пространственно-временную эволюцию бихроматического лазерного излучения

$$E = E_1(\mathbf{r}_\perp, z, t) \exp(i\omega_1 t - ik_1 z) + E_2(\mathbf{r}_\perp, z, t) \exp(i\omega_2 t - ik_2 z) \quad (1)$$

при резонансном взаимодействии с трехуровневой системой (рис.1), в которой состояние $|2\rangle$ является метастабильным. Будем предполагать, что частоты волновых пакетов (ω_1, ω_2) совпадают с частотами атомных переходов $\omega_1 = \omega_{13}, \omega_2 = \omega_{23}$, то есть имеет место двухфотонный резонанс. Волновые числа связаны с частотами вакуумным дисперсионным отношением $k_{1,2} = \omega_{1,2}/c$, что справедливо для разреженного газа.

Эволюция волновых пакетов $E_{1,2}(\mathbf{r}_\perp, z, t)$ описывается укороченными уравнениями

$$2ik_j \left(\frac{\partial E_j}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_j}{\partial t} \right) + \Delta_\perp E_j = 4k_j^2 \pi P_j, \quad (2)$$

¹⁾e-mail: zhani@appl.sci-nnov.ru

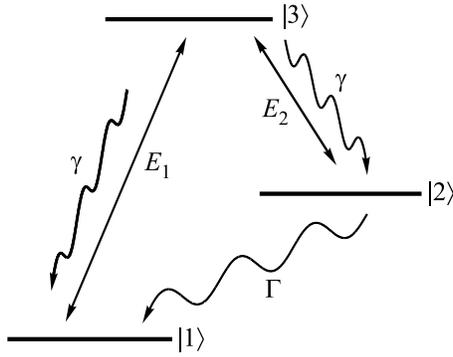


Рис.1. Схема энергетических уровней в Λ -атоме. Волна E_1 находится в резонансе с переходом $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, волна E_2 соответственно с переходом $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, низкочастотный переход $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ запрещен

где P_j – комплексная амплитуда поляризации, индуцированной полем E_j ($j = 1, 2$). Она определяется недиагональными элементами матрицы плотности ρ_{j3} :

$$P_j = N d_{3j} \rho_{j3}, \quad (3)$$

где N – плотность атомов, d_{3j} – электродипольные моменты разрешенных переходов.

Особенности взаимодействия волновых пакетов в рассматриваемом случае связаны с тем, что скорость релаксации низкочастотной когерентности Γ мала по сравнению со скоростью γ -распада верхнего уровня $\Gamma \ll \gamma$. Релаксационные процессы в такой системе определяются сильно различающимися по длительности характерными временами. Очевидно, что наиболее быстро устанавливаются населенность n_3 верхнего уровня $|3\rangle$ и когерентности ρ_{13} , ρ_{23} . Для волновых полей, плавно меняющихся на временах

$$\tau_E \gg \gamma^{-1}, \quad (4)$$

соответствующие элементы матрицы плотности будем считать квазистационарными. В результате динамические уравнения для компонент матрицы плотности Λ - атома [1, 2] примут вид

$$i\dot{n}_1 = -(g_1 \rho_{31} - \text{с.с.}) + i\gamma n_3, \quad (5)$$

$$i\dot{n}_2 = -(g_2 \rho_{32} - \text{с.с.}) + i\gamma n_3, \quad (6)$$

$$i\dot{\rho}_{12} = -g_1 \rho_{32} + g_2^* \rho_{13} - i\Gamma \rho_{12}. \quad (7)$$

Квазистационарные компоненты n_3 , ρ_{13} , ρ_{23} определяются следующими соотношениями:

$$-g_1(n_3 - n_1) + g_2 \rho_{12} = i\gamma \rho_{13}, \quad (8)$$

$$-g_2(n_3 - n_2) + g_1 \rho_{21} = i\gamma \rho_{23}, \quad (9)$$

$$n_1 + n_2 + n_3 = 1. \quad (10)$$

Здесь n_1 , n_2 , n_3 – населенности соответствующих уровней, величины $\rho_{ij} = \rho_{ji}^*$ – недиагональные элементы матрицы плотности, $g_i = d_i E_i / \hbar$ – частоты Раби. Соотношение (10) отражает сохранение частиц в трехуровневой системе.

Из уравнений (5)–(10) нетрудно получить, что время установления стационарного уровня населенностей составляет

$$\tau_N \approx \left(\frac{|g_1|^2 + |g_2|^2}{\gamma} \right)^{-1}, \quad (11)$$

а время релаксации низкочастотной когерентности ρ_{12} определяется выражением

$$\tau_{12} \approx \left(\Gamma + \frac{|g_1|^2 + |g_2|^2}{\gamma} \right)^{-1}. \quad (12)$$

Отсюда видно, что характерные времена (11), (12) убывают с ростом поля, а в условиях КПН ($|g_1|^2 + |g_2|^2 \gg \Gamma\gamma$) сравниваются.

Рассмотрим более детально долговременную эволюцию “слабого” волнового пакета $|g_1|^2 \ll |g_2|^2$. Будем предполагать, что излучение на частоте ω_2 непрерывное и однородное: $g_2 = \text{const} = g$. Амплитуда поля g много меньше значения, насыщающего оптические переходы в Λ -схеме ($g \ll \gamma$). В случае медленного (в масштабе времен релаксации (11), (12)) изменения волнового поля g_1 для определения поляризации P_1 воспользуемся адиабатическим приближением. Вычисляя временные производные в (5)–(7) методом возмущений, приходим к уравнению

$$\begin{aligned} & \frac{1}{c} \frac{\partial g_1}{\partial t} + \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{2k_1} \Delta_{\perp} \right) g_1 = \\ & = -\frac{\mu}{g^2} \frac{\partial g_1}{\partial t} - \frac{\mu\Gamma}{g^2} g_1 + \frac{2\mu|g_1|^2}{g^4} \frac{\partial g_1}{\partial t} + \\ & + \frac{\mu\gamma}{g^4} \frac{\partial^2 g_1}{\partial t^2} - \frac{\mu\gamma^2}{g^6} \frac{\partial^3 g_1}{\partial t^3}, \end{aligned} \quad (13)$$

которое в условиях электромагнитной индуцированной прозрачности ($g^2 > \Gamma\gamma$) описывает эволюцию волнового поля. Здесь поле E_1 записано через частоту Раби g_1 и введен параметр $\mu = 4\pi N \omega d_{13}^2 / \hbar c$. Первый член в правой части (13) описывает хорошо известный процесс замедления скорости распространения пробного импульса в Λ -системе. Второе и четвертое слагаемые отвечают за диссипацию импульса на трассе его распространения: “равномерное” (по длине импульса) затухание волнового пакета (второе

слагаемое) определяется скоростью релаксации низкочастотной когерентности Γ , а при $\Gamma = 0$ затухание связано с диффузионным расплыванием волнового пакета (четвертое слагаемое). Нелинейное третье слагаемое является следствием зависимости группы скорости волнового пакета в Λ -системе от амплитуды слабой волны g_1 . Наконец, последний член в правой части (13) отвечает за дисперсию волны в окне электромагнитной прозрачности ²⁾. При распространении волнового пакета с малой ($|g_1| \ll |g|$), но конечной амплитудой, как видно из (13), диссипативные эффекты преобладают над дисперсионными. Из диссипативных эффектов будем учитывать лишь диссипацию, связанную с конечной полосой окна ЭИП (то есть положим в (13) $\Gamma = 0$), и введем безразмерные переменные

$$\psi = g_1/g_m, \quad \tau = 2g_m^2(t-z/v_{gr})/\gamma, \quad v_{gr} = (1/c + \mu/g^2)^{-1},$$

$$z_{new} = 4\mu g_m^4 z / g^4 \gamma, \quad r_{new} = 2g_m^2 \sqrt{2\hbar\mu} / (g^2 \sqrt{\gamma}),$$

где g_m – свободный параметр, значение которого выбирается порядка максимального значения поля $g_m \sim \max(g_1(\xi, z))$ в волновом пакете. В результате приходим к следующему уравнению:

$$-i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \Delta_{\perp} \psi + i|\psi|^2 \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + i \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} = 0, \quad (14)$$

которое описывает динамику самовоздействия волнового поля в системе координат, связанной с групповой скоростью импульса v_{gr} . В условиях проводимых экспериментов, как правило, групповая скорость много меньше скорости света [3], и замедление $v_{gr}/c \approx g^2/c \cdot \mu$ определяется в этом случае параметрами среды и амплитудой волны накачки.

В одномерном случае ($\Delta_{\perp} = 0$) динамика самовоздействия определяется конкуренцией нелинейности, связанной с зависимостью групповой скорости от амплитуды, и диссипацией и проявляется в укручении переднего фронта импульса, которое стабилизируется “электромагнитной” вязкостью среды.

2. Для иллюстрации особенностей стационарного самовоздействия рассмотрим пространственную эволюцию непрерывного излучения на частоте, отстроенной от резонансной на Ω . Подставляя в (14) поле в виде $\psi = G(z, r_{\perp}) \exp(i\Omega\tau)$, получим уравнение

$$-i \frac{\partial G}{\partial z} + \Delta_{\perp} G - \Omega |G|^2 G - i\Omega^2 G = 0. \quad (15)$$

²⁾ Отметим, что в линейном приближении из (13) следует дисперсионное соотношение, полученное и исследованное в [11].

Оно описывает самовоздействие излучения в среде с кубической (керровской) нелинейностью и диссипацией. Нелинейный член пропорционален сдвигу частоты, причем для отрицательных отстроек ($\Omega < 0$) от резонанса в Λ -схеме нелинейность является фокусирующей. Коэффициент поглощения монохроматического излучения в окне прозрачности возрастает как Ω^2 , так что нелинейные эффекты преобладают над диссипативными при малых отстройках $|\Omega| \ll 1$. Условие преобладания нелинейной рефракции волнового пучка над дифракцией в аксиально-симметричном случае означает превышение мощности над критической мощностью для самофокусировки. В размерных переменных для критической мощности самофокусировки получаем

$$P_{cr} = 5.85 \frac{c|g|^4}{8\pi\hbar\mu|\Omega|}. \quad (16)$$

Очевидно, что с увеличением отстройки Ω величина критической мощности уменьшается. Однако сдвиг частоты Ω не должен превышать ширины окна электромагнитной индуцированной прозрачности

$$|\Omega| < g^2/\gamma. \quad (17)$$

Соответственно, критическая мощность не может быть меньше минимального значения

$$P_{cr}^{\min} = 5.85 \frac{c|g|^2\gamma}{8\pi\hbar\mu}. \quad (18)$$

Критическая мощность (18) уменьшается также и с уменьшением амплитуды управляющего поля $|g|$, но ограничена снизу условиями ЭИП $g^2 > \gamma\Gamma$. В реальной ситуации критическая мощность пробной волны может оказаться больше (18) как следствие конечной длительности импульса.

3. Приведем результаты численного моделирования динамики самовоздействия в условиях конечной полосы ЭИП в рамках уравнения (14). Исследовалась эволюция аксиально-симметричных распределений формы

$$\psi(r, \tau, z = 0) = A_0 \exp(-\tau^2/2a_{\tau}^2 - r^2/2a_r^2 + i\Omega\tau), \quad (19)$$

где A_0 – амплитуда поля, a_{τ} , a_r – характерные масштабы распределения по соответствующим координатам и Ω – отстройка от резонанса в Λ -схеме.

Прежде всего следует отметить, что для начальных распределений гауссовой формы ни при каких значениях амплитуды A_0 нам не удалось добиться возрастания поля (фокусировки), если сдвиг частоты был равен нулю ($\Omega = 0$). При положительном сдвиге

частоты ($\Omega > 0$) расчеты свидетельствуют о дополнительной расфокусировке и ускоренном снижении амплитуды поля.

Более интересным оказывается поведение такого распределения с отрицательной отстройкой частоты. На рис.2 приведена эволюция начального распределения (19) с параметрами $A_0 = 1.5$, $a_r = 5$, $a_\tau = 20$

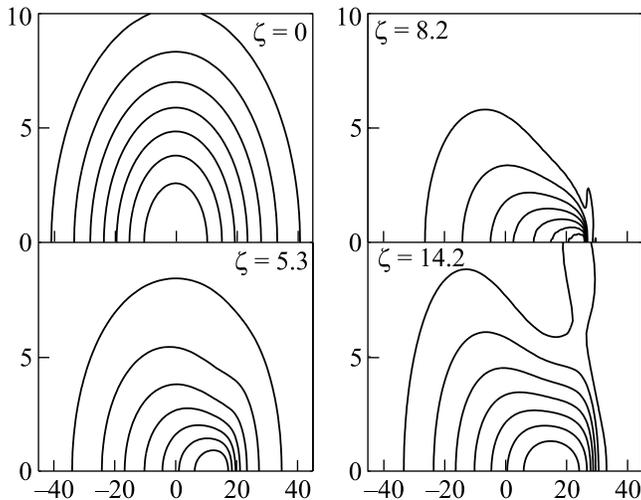


Рис.2. Изолинии поля $|\psi|$ для начального распределения $\psi(z=0) = 1.5 \cdot \exp(-0.5(r/5)^2 - 0.5(\tau/20)^2 - 0.15i\tau)$ на различных расстояниях от входа в среду с индуцированной электромагнитной прозрачностью

и отрицательным частотным сдвигом $\Omega = -0.15$. На начальной стадии на фоне характерного для нелинейной дисперсии укручения переднего фронта импульса происходит самофокусировка поля. Рост максимальной амплитуды поля стабилизируется по мере уширения спектра в процессе модификации переднего фронта и генерации спектральных гармоник вне полосы прозрачности. Диссипативное уменьшение мощности волнового поля до величины, меньшей критического значения, приводит в дальнейшем к расплыванию волнового пакета, главным образом, в поперечном направлении. Поскольку сильное затухание возникает на трассах порядка длины опрокидывания, расстояние, на котором происходит самофокусировка излучения, можно оценить на основе одномерного уравнения (14). В этом случае хорошо известно, что профиль типа ударной волны формируется на трассах $z \simeq \tau_0/A_0^2$, где τ_0 – длительность импульса, A_0 – максимальная амплитуда поля. Для параметров приведенного численного расчета эта оценка дает $z_f = 9$. Несколько меньшее значение $z_f \approx 8$, полученное в результате численного моделирования (см. рис.3), связано, по-видимому, с возрастанием максимальной поля на оси системы при самофоку-

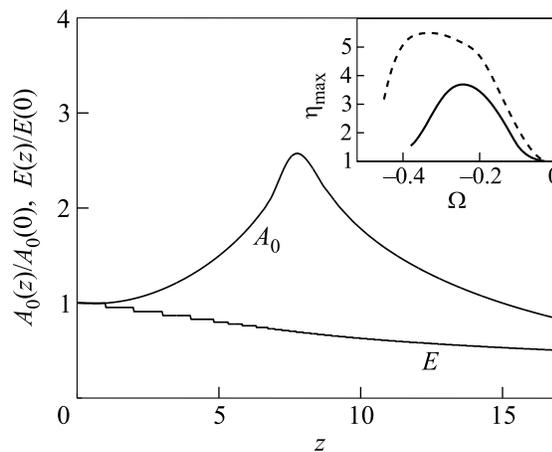


Рис.3. Динамика максимальной амплитуды поля A_0 и полной энергии распределения E для тех же начальных условий, что и на рис.2. Все величины нормированы на начальные значения. На врезке приведена зависимость максимального усиления поля $\eta_{\max} = |\psi_{\max}|/A_0$ от начального сдвига частоты Ω . Сплошная кривая отвечает начальной амплитуде поля $A_0 = 1.5$, штриховая – несколько большей амплитуде $A_0 = 1.7$

сировке. С увеличением начальной амплитуды A_0 самофокусировка происходит более интенсивно, то есть достигается все большее усиление поля (см. врезку на рис.3) по отношению к начальному уровню. Следует также отметить заметное расширение с ростом амплитуды интервала отстроек от резонанса в Л-схеме, при котором происходит самофокусировка излучения: увеличение амплитуды A_0 начального распределения от 1.5 до 1.7 (непрерывная и штриховая кривые на врезке) приводит к удвоению этого интервала.

4. Проведенное нами исследование динамики самовоздействия лазерного излучения в условиях ЭИП показывает ряд особенностей этого процесса. Прежде всего следует отметить, что в рассматриваемом случае резонансного взаимодействия волновых полей самовоздействие определяется зависимостью групповой скорости волнового пакета от амплитуды. При этом, очевидно, имеет место укручение фронта импульса по мере его распространения. В случае пространственно неоднородного (по поперечной координате) начального распределения поля дисперсия групповой скорости приводит к подковообразному искажению переднего фронта волнового пакета.

При отстройке частоты излучения от резонансной в Л-схеме нелинейные эффекты проявляются как нелинейность керровского типа, что приводит к самофокусировке (самодефокусировке) излучения. В силу конечности полосы прозрачности, определяемой

полем волны накачки, эти процессы протекают в условиях возрастающего (с увеличением сдвига частоты) поглощения.

Заметная самофокусировка излучения возможна при отрицательной отстройке частоты волнового поля от резонансной. Для волновых пучков гауссовой формы она имеет место лишь в области частот $\Omega < 0$, составляющей половину окна прозрачности. В другой половине полосы ЭИП реализуется самодефокусировка излучения. Конкуренция нелинейности и поглощения в полосе прозрачности приводит, в частности, к существованию оптимального сдвига частоты, для которого критическая мощность самофокусировки минимальна. Выражение для критической мощности самофокусировки (18) удобно представить в виде

$$P_{cr} = \frac{\gamma\omega}{\Omega_c^2} \lambda^2 p,$$

где $p = P_{\text{pump}}/L^2$ – плотность мощности в волне накачки, P_{pump} – мощность поля накачки, L – поперечный размер этого поля, λ – длина волны, $\Omega_c = (8\pi N\omega d^2/\hbar)^{1/2}$ – кооперативная частота “пробного” перехода. Для параметров экспериментов [3] по исследованию электромагнитной индуцированной прозрачности ($\gamma \simeq 10^7 \text{с}^{-1}$, $\omega \simeq 10^{15} \text{с}^{-1}$, $\Omega_c \simeq 10^9 - 10^{10} \text{с}^{-1}$) критическая мощность самофокусировки пучков с размером L в несколько тысяч длин волн оказывается порядка $(10^{-5} - 10^{-2})P_{\text{pump}}$.

Авторы признательны М. Д. Токману за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты # 01-02-17388, # 04-02-17147).

1. Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, УФН **163**, 1 (1993).
2. M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press, (1997).
3. M. D. Lukin, P. Hemmer, and M. O. Scully, *Advan. in Atomic, Molecular and Optical Physics* **42**, 347 (2000); A. V. Matsko, O. Kochharovskaya, Y. Rostovtsev et al., *Advan. in Atomic, Molec. and Opt. Phys.* **46**, 191 (2001).
4. J. H. Eberly, M. L. Pons, and H. R. Nag, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 56 (1994).
5. А. В. Андреев, ЖЭТФ **113**, 747 (1998).
6. В. Г. Архипкин, И. В. Тимофеев, *Квантовая электродинамика* **30**, 180 (2000).
7. Б. Г. Матисов, И. Е. Мазец, *Письма в ЖТФ* **20**, 16 (1994); S. F. Helda et al., *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3865 (1999).
8. J. T. Manassah and B. Gross, *Opt. Com.* **124**, 418 (1996).
9. M. Jain, A. J. Merriam, A. Kasapi et al., *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4385 (1995).
10. Tao Hong, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 183901-1 (2003).
11. S. E. Harris, J. E. Field, and A. Kasapi, *Phys. Rev A* **46**, R29 (1992).