Письма в ЖЭТФ, том 37, вып. 1, стр. 5 – 8 *5 января 1983 г.*

КОЛЛЕКТИВНОЕ САМОВОЗДЕЙСТВИЕ ЗВУКА В ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ ГАЗА

Ю.А.Кобелев, Л.А.Островский

Рассматривается новый механизм самовоздействия звука в жидкости с пузырьками газа, обусловленный усредненным по периоду звуковой волны движением пузырьков и их коагуляцией под действием сил радиационного давления и гидродинамического взаимодействия пузырьков в акустическом поле.

Жидкость с пузырьками газа представляет собой среду с весьма сложными нелинейными релаксационными свойствами, и ее роль в акустике можно сопоставить с ролью плазмы или резонансной лазерной среды в электродинамике. В ней возможны разнообразные самоиндуцированные эффекты, включая, например, самофокусировку звука [1, 2]. В основе этого эффекта лежит кавитационный механизм – рождение в жидкости пузырьков за счет мощного ультразвука. Рассматривалась также возможность самовоздействия звука за счет кубичной нелинейности одного пузырька [3], также требующего достаточно мощных звуковых полей.

Здесь предложен другой, более эффективный (в смысле малости пороговых интенсивностей) механизм самовоздействия звука, связанный с перераспределением пузырьков в пространстве за счет усредненных сил радиационного давления и взаимодействия между пузырьками, и обсуждаются некоторые новые для акустики эффекты, связанные с этим механизмом.

Коллективное поведение пузырьков в поле интенсивной акустической волны может быть описано с помощью гипотез, сходных с используемыми в физике плазмы: влияние внешнего поля на отдельный пузырек можно описать введением среднего макроскопического поля, пренебрегая к тому же его некогерентной составляющей. Кроме того, колебания отдельного пузырька будем считать линейными. Тогда поведение квазигармонического поля, потенциал которого имеет вид $\varphi = {}^1/_2[\Psi(\mathbf{r}, \mu t)\exp(i\omega t) + \text{к.с.}]$, где Ψ – медленно меняющаяся во времени комплексная амплитуда, описывается уравнением [4]

$$\Delta\Psi + \left[k^2 - \int_0^\infty (q + i\gamma) N(R, \mathbf{r}, \mu t) dR\right]\Psi = 0. \qquad (1)$$

Здесь $k = \omega/c$, c – скорость звука в чистой жидкости, N – функции распределения пузырьков по радиусам R,

$$\gamma = 4\pi R\delta[(1 - S^2)^2 + \delta^2]^{-1}, \quad q = 4\pi R(1 - S^2)[(1 - S^2)^2 + \delta^2]^{-1}, \quad S = \omega_0/\omega;$$

ω_0 и δ – резонансная частота и коэффициент затухания собственных колебаний пузырька. Членом порядка Ψ_t можно пренебречь для рассматриваемых ниже процессов.

В линейном приближении достаточно было бы учесть монопольные колебания пузырьков, однако рассматриваемые здесь эффекты нелинейного самовоздействия принципиально связаны с дипольными колебаниями, приводящими к усредненному движению пузырьков в пространстве. Скорость этого движения $\mathbf{U}$ равна [5]

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 - \frac{q}{24\pi R\nu}(\Psi\nabla\Psi^* + \Psi^*\nabla\Psi) + \frac{i\gamma}{24\pi R\nu}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*), \qquad (2)$$

где $\mathbf{U}_0$ – скорость движения пузырька в отсутствие акустического поля, ν – вязкость жидкости.

Уравнение для функции распределения пузырьков $N(R, \mathbf{r}, \mu t)$ получается из условия баланса числа пузырьков в элементе фазового объема с учетом их выхода из этого объема или появления в нем за счет возможной коагуляции:

$$N_t + \operatorname{div}(N\mathbf{U}) = -N\int_0^\infty N(R')\sigma(R, R')|\mathbf{U}(R) - \mathbf{U}(R')|dR' +$$

$$+ \int_0^R N(R'')N(R')\sigma(R', R'')|\mathbf{U}(R'') - \mathbf{U}(R')|dR'. \qquad (3)$$

Здесь σ – сечение столкновения, причем согласно [5] $\sigma|\mathbf{U}_1 - \mathbf{U}_2| = 4\pi\kappa$ при $\kappa \geqslant 0$ и 0 при $\kappa < 0$, где

$$\kappa = \frac{R_1 + R_2}{3\nu}\,\frac{(S_1^2 - 1)(S_2^2 - 1) + \delta_1\delta_2}{[(S_1^2 - 1)^2 + \delta_1^2][(S_2^2 - 1)^2 + \delta_2^2]}\,|\Psi|^2.$$

Конкретные эффекты будем рассматривать в одномерной постановке, пренебрегая влиянием пузырей, возникших при коагуляции, и считая, что в начальный момент имеются пузырьки только одного радиуса. Тогда уравнения (1) и (3) приобретают вид

$$\Psi_{xx} + [K^2 - (q + i\gamma)N]\Psi = 0, \qquad (4)$$

$$N_t + (NU)_x = -2\gamma|\Psi|^2N^2/3\delta\nu. \qquad (5)$$

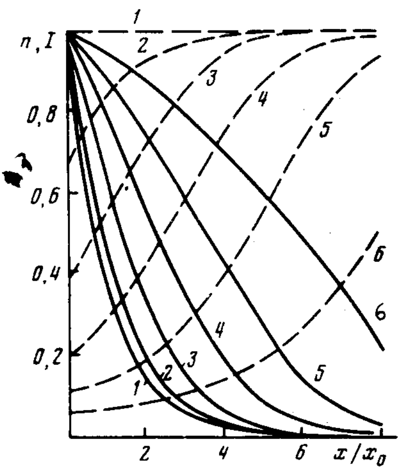
Анализ системы (2), (4), (5) позволил, в частности, выделить следующие эффекты.

1. Самомодуляция бегущей волны. В поле бегущей гармонической звуковой волны (вообще говоря, затухающей) возможно равновесное состояние с постоянной концентрацией пузырьков N_0. Однако это состояние неустойчиво. Отыскивая решение исходных уравнений в виде $\Psi = [\Psi_0 + \Psi_1(x, t)]\exp(-i\eta x)$, $N = N_0 + n(x, t)$, где $\eta = [K^2 - (q + i\gamma)N_0]^{1/2}$, Ψ_1

и n – малые возмущения, мы получим линеаризованную систему для Ψ_1 и n; для решений вида $\exp[i(kx - \Omega t)]$ из нее получается дисперсионное уравнение

$$\Omega = 2i\beta\,[1 + (4|\eta|^2 + 2i|\,\mathrm{Im}\,\eta|k)(k^2 - 4|\eta|^2 - 4i|\,\mathrm{Im}\,\eta\,|\,k)^{-1}]\,, \tag{6}$$

где $\beta = q^2 N_0^2 |\Psi_0|^2/24\pi\nu R$. Отсюда следует, что $\mathrm{Im}\,\Omega > 0$ для всех k, удовлетворяющих условию $|k| \geqslant 2|\eta|$, причем максимальное в этой области значение инкремента $\mathrm{Im}\,\Omega$ достигается при $|k| \simeq 2|\eta|$ и равно $|\eta|\beta/2\mathrm{Im}\eta$. Следовательно, однородное распределение пузырьков оказывается неустойчивым по отношению к пространственной модуляции (исключение составляет случай резонансных пузырей, для которых $\beta = 0$). Физический смысл такой неустойчивости нетрудно понять: при появлении неоднородностей концентрации возникает волна, рассеянная назад, и в поле появляется стоячая компонента, в которой группируются пузырьки и т. д. Таким образом, возникает процесс самоиндуцированного рассеяния за счет концентрационного механизма, что и приводит к неустойчивости. В импульсном режиме этот механизм приводил бы к эффекту акустического эха, а в трехмерном случае – к обращению волнового фронта звука (до сих пор связывавшимся с другими механизмами [6]).



Зависимость концентрации $n = N/N_0$ (пунктирные кривые) и интенсивности звука $I = \Phi/\Phi_0$ (сплошные кривые) от расстояния для различных моментов времени. Кривые *1* соответствуют $t = 0$; *2* – $0{,}5t_0$; *3* – $1{,}7t_0$; *4* – $4t_0$; *5* – $8t_0$; *6* – $16t_0$

2. Самопросветление звука. Пусть в плоскости $x = 0$ среды с начальной концентрацией пузырьков N_0 создана бегущая звуковая волна с амплитудой Ψ_0. Пренебрегая рассеянным полем из (2), (4), (5) легко получить уравнения баланса:

$$\Phi_x + \frac{\gamma N}{K}\,\Phi = 0, \tag{7}$$

$$N_t + \frac{\partial}{\partial x}\left[N\left(U_0 - \frac{q}{24\pi R\nu}\,\Phi_x + \frac{\gamma K}{24\pi R\nu}\,\Phi\right)\right] + \frac{2\gamma}{3\delta\nu}\,N^2\Phi = 0\,, \tag{8}$$

где $\Phi = |\Psi|^2$. Пренебрегая сначала радиационным давлением, действующим на пузырьки (второе слагаемое в (8)), можно получить неявное аналитическое решение системы уравнений (7), (8) в виде:

$$x/x_0 = Ei\,[\ln(1 + t/t_0)] - Ei\,[\ln(N_0/N)]\,, \tag{9}$$

где $x_0 = K/\gamma N_0$, $t_0 = 3\delta\nu/2\gamma\Phi_0 N_0$, Ei – интегральная показательная функция.

Результат решения показан на рисунке, где дана зависимость интенсивности поля и концентрации пузырьков от расстояния для различных t. Видно, что затухание волны со временем уменьшается за счет слияния пузырьков. Характерное время самопросветления имеет порядок t_0.

3. Ударные волны огибающих. Влияние сил радиационного давления приводит к возможности формирования стационарно движущихся перепадов интенсивности поля, полностью удаляющих пузырьки из заданного фазового объема. Такие стационарные волны могут быть найдены как из уравнений (7), (8), (т. е. в пренебрежении рассеянным полем) так и из общих уравнений (2), (4), (5). Скорость такой волны $V = U_0 + K\delta\Phi_0/3\nu[(1 - S^2)^2 + \delta^2]$, где Φ_0 — конечное значение амплитуды звука. В случае резонансных пузырей из (7), (8) следует стационарное решение вида: $\Phi = \Phi_0(1 + \exp z)^{-1}$; $N = N_0[1 + \exp(-z)]^{-1}$, где $z = x - Vt$.

Относительная роль рассмотренных выше эффектов зависит от параметров системы, однако в типичных случаях (малые потери и нелинейность) наиболее быстро развивается первый из них — модуляционная неустойчивость. Важное исключение составляет случай резонансных пузырьков. Кроме того, эффекты типа самопросветления могут развиваться и в неоднородной пузырьковой среде, где пузырьки сгруппированы в сгустки в результате неустойчивости, что подтверждается экспериментальными результатами [7].

Литература

1. *Аскарьян Г.А.* Письма в ЖЭТФ, 1971, **13**, 395.
2. *Соболев В.В.* Изв. АН СССР, МЖиГ, 1974, 177.
3. *Воробьев Е.М., Заболотская Е.А.* Акуст. ж., 1974, **20**, 623.
4. *Морс Ф.Н., Фешбах Г.* Методы теоретической физики. М.: ИИЛ, 1960, т. 2.
5. *Кобелев Ю.А.* Акуст. ж. (в печати).
6. *Бункин Ф.В., Власов Д.В., Кравцов Ю.А.* Квантовая электроника, 1981, **8**, 1144.
7. *Кобелев Ю.А., Островский Л.А., Сутин А.М.* Письма в ЖЭТФ, 1979, **30**, 423.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
4 октября 1982 г.