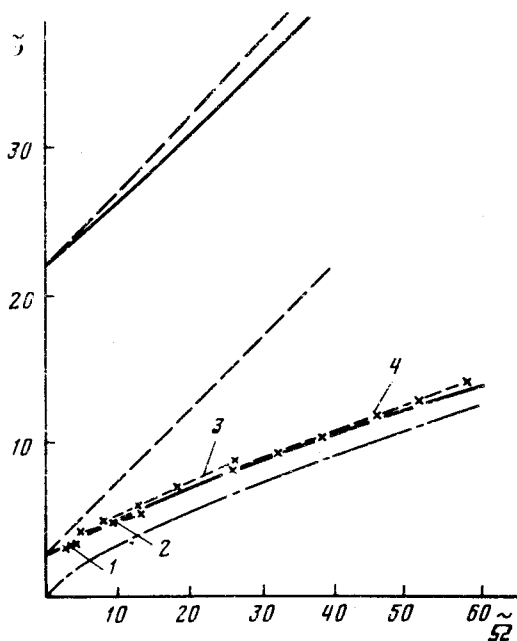


О НИЗКОЧАСТОТНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ВИХРЕЙ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ He II

Э.Б.Сонин

Низкочастотная ветвь спектра колебаний стопки дисков во вращающемся He II при больших угловых скоростях соответствует возбуждению в объеме между дисками инерциальной волны, известной в гидродинамике вращающейся классической жидкости. Это согласуется с результатами экспериментов Андерека, Челупы и Глаберсона.

Недавно Андерек, Челупа и Глаберсон^{1, 2} выполнили серию экспериментов по крутильным колебаниям стопки дисков, в которых были обнаружены резонансы с частотами, лежащими значительно ниже значений, которые обычно предсказываются теоретически для таких экспериментов. В связи с этим авторы указанных работ пришли к заключению, что в их экспериментах возбуждаются волны Ткаченко (поперечный звук в решетке вихрей), частоты которых, как известно, очень малы. Не останавливаясь на подробном анализе такой интерпретации указанных экспериментов, укажем лишь на основной вопрос, не получивший пока ответа (по признанию самих авторов работы²—см. там стр. 288): каким образом колебания дисков, вносящие возмущения с длинами волн порядка радиуса дисков, оказываются в состоянии генерировать волны Ткаченко, длины волн которых согласно расчету^{1, 2} должны быть на порядки меньше радиуса дисков. В настоящей статье предлагается другая интерпретация экспериментов^{1, 2}, опирающаяся на старую теорию Холла³, не учитывающую эффекты поперечной жесткости решетки вихрей, приводящие к существованию волн Ткаченко. Однако используя эту теорию, необходимо отказаться от некоторых традиционных для нее приближений, которые оказываются некорректными для низкочастотной ветви спектра, исследовавшейся в^{1, 2}. Прделанные нами более строгие вычисления показали, что эта низкочастотная ветвь лежит существенно ниже, чем считалось раньше, и имеет другое асимптотическое поведение. При этом расчетная кривая зависимости частоты колебаний от угловой скорости находится в хорошем согласии с результатами экспериментов^{1, 2}.



Низкочастотные ветви спектра $n = 1$ и $n = 2$. Сплошные линии соответствуют полюсам функции ρ' / ρ_s , определяемой уравнением (1); пунктирные линии – полюсам функции $\text{tg}(k_{\pm} L)$ (уравнение (2)); штрих-пунктирная линия – асимптотическая кривая (уравнение (3)), к которой стремится ветвь $n = 1$ при $\tilde{\Omega} \rightarrow \infty$. Пунктирные линии с крестиками проведены через экспериментальные точки, полученные для различных расстояний d между дисками: 1 – $d = 0,0208$ см, 2 – $d = 0,0366$ см, 3 – $d = 0,0508$ см, 4 – $d = 0,0762$ см; при определении безразмерных параметров $\tilde{\omega}$ и $\tilde{\Omega}$ для этих точек предполагалось, что $\nu_s = 10^{-3}$ см² · с⁻¹

В теории Холла³ рассматривалось движение HeII в пространстве между параллельными дисками, соосными с осью вращения и совершающими аксиальные колебания. Благодаря пиннингу вихрей сверхтекучая компонента увлекается дисками, и мерой этого увлечения является введенная Холлом эффективная плотность ρ' сверхтекучей компоненты, вовлеченной в колебания дисков, определяемая из соотношения (см. формулу (15) в³):

$$\frac{\rho'}{\rho_s} = \frac{(Z_+ + Z_- - 2Z_+ Z_-) \alpha^2 + (Z_+ - Z_-) \alpha}{(Z_+ + Z_-) \alpha^2 - (Z_+ - Z_-) \alpha - 2}, \quad (1)$$

где $\alpha = 2\Omega / \omega$ – ω – частота колебаний, Ω – угловая скорость вращения, $Z_{\pm} = \text{tg}(k_{\pm} L) / k_{\pm} L$, $2L$ – расстояние между дисками, $k_{\pm} = \sqrt{(-2\Omega \mp \omega) / \nu_s}$ – волновые числа, изгибных волн, распространяющихся вдоль вихревых линий, ν_s – изгибная жесткость вихрей. При выводе (1) предполагалось, что концы вихрей не могут скользить по поверхности дисков (полный пиннинг). Далее Холл произвел упрощения в формуле (1), перейдя к пределам $\alpha \rightarrow 0$ и $\alpha \rightarrow \infty$ (формулы (16) и (17) в³). В дальнейшем при интерпретации экспериментальных данных использовались именно эти упрощенные формулы, хотя они и были подвергнуты критике в⁴. В частности из них следовало, что физические резонансы (полюса функции ρ' / ρ_s) существуют только в области $\omega > 2\Omega$ и определяются полюсами функции $\text{tg}(k_{\pm} L)$, т. е. условием, что на длине вихря укладывается полуцелое число волн волновым числом k_{\pm} . Это приводит к линейной зависимости частоты ω от угловой скорости Ω :

$$\omega = \nu_s \left(\frac{\pi}{2} \frac{2n-1}{L} \right)^2 + 2\Omega, \quad (2)$$

где $n = 1, 2, \dots$ – номер ветви спектра. Однако, более строгий расчет с использованием исходного выражения (1) показывает, что вид нижней ветви спектра $n = 1$ будет существенно иным. На рисунке для двух нижних ветвей спектра $n = 1$ и $n = 2$ показаны старые дисперсионные кривые, определяемые выражением (2), и новые кривые, полученные численным расчетом полюсов функции ρ' / ρ_s , заданной выражением (1). График построен в безразмерных переменных $\tilde{\omega} = \omega L^2 / \nu_s$ и $\tilde{\Omega} = \Omega L^2 / \nu_s$. Очевидно, что новая кривая для $n = 1$ лежит значительно ниже старой, она имеет другое асимптотическое поведение при $\tilde{\Omega} \rightarrow \infty$,

определяемое выражением

$$\tilde{\omega} = (2\tilde{\Omega})^{3/4}. \quad (3)$$

В размерных переменных значение этого выражения совпадает с полученной в ⁵ частотой $\omega = 2\Omega / \sqrt{AL}$ собственных колебаний HeII в цилиндрическом сосуде для случая, когда ткаченковской жесткостью решетки вихрей можно пренебречь (см. формулу (43) в ⁵, причем $A = \sqrt{2\Omega/v_s}$ для рассматриваемого здесь случая полного пиннинга). Согласно ⁵ такая мода колебаний соответствует возбуждению в объеме волны со спектром $\omega^2 = (2\Omega)^2 p^2 / (p^2 + q^2)$ (p и q — проекции волнового вектора на ось вращения и плоскость, перпендикулярную к ней), хорошо известной для классической вращающейся жидкости и называемой инерциальной волной. Таким образом, мода, соответствующая нижней ветви спектра в нашей задаче, по мере роста Ω должна переходить в чисто инерциальную волну. Именно поэтому переход от (1) к упрощенным формулам Холла оказывается недопустимым для этой ветви, так как можно показать, что при таком переходе в объеме выбрасывается инерциальная волна, учитывавшаяся фактически Холлом при выводе (1), хотя он ее явно не выписывал и не обсуждал. Инерциальная волна в теории Холла соответствует постоянному в пространстве полю скоростей, так как он рассматривал предельный случай дисков большого радиуса, когда $q \rightarrow 0$, а значит и $p \rightarrow 0$, если величина ω / Ω конечна.

На рисунке отложены частоты резонансов, наблюдавшихся в опытах Андерека, Челупы и Глаберсона ^{1, 2} для различных расстояний $d = 2L$ между дисками. Эти частоты располагаются достаточно близко к полученной теоретически дисперсионной кривой для нижней ветви спектра. Не хуже согласуются с теорией и экспериментальные данные для $d = 0,269$ см, не попавшие на график, так как они соответствуют очень большому $\tilde{\Omega} \gtrsim 170$. Имеющееся согласие позволяет сделать вывод, что в экспериментах Андерека, Челупы и Глаберсона наблюдалась колебательная мода, связанная с возбуждением в объеме инерциальной волны. Эта же мода наблюдалась ранее в экспериментах ⁶, но для другой области параметров, в которой нельзя пренебрегать скольжением вихрей. Эксперимент и теория показывают, что указанная мода должна постепенно преобразовываться из инерциальной моды в ткаченковскую, однако это происходит при очень больших значениях отношения L/R^2 (R — радиус дисков или сосуда) ^{5, 7}.

Литература

1. *Andereck C.D., Chalupa J., Glaberson W.I.* Phys. Rev. Lett., 1980, **44**, 33; *Glaberson W.I.* Physica B + C, 1982, **109**, 1567.
2. *Andereck C.D., Glaberson W.I.* J. LT Phys. 1982, **48**, 297.
3. *Hall H.E.* Proc. Roy. Soc., 1958, **245**, 546.
4. *Андроникашвили Э.Л., Мамаладзе Ю.Г., Матинян С.Г., Цакадзе Д.С.* УФН, 1961, **73**, 3.
5. *Сонин Э.Б.* ЖЭТФ, 1976, **70**, 1970.
6. *Цакадзе Д.С., Цакадзе С.Д.* Письма в ЖЭТФ, 1973, **18**, 605; *Цакадзе С.Д.* ЖЭТФ, 1976, **71**, 754.
7. *Цакадзе С.Д.* ФНТ, 1978, **4**, 148; *Tsakadze J.S., Tsakadze S.J., Sonin E.B.* Phys. Rev., 1980, **B21**, 3028.