Письма в ЖЭТФ, том 60, вып.1, стр.16 - 19 ©1994 г. 10 июля

АНОМАЛЬНО ВЫСОКИЙ $1/f$ ШУМ В НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Э.М.Баскин, А.Е.Морозовский, А.А.Снарский

Киевский политехнический институт

252056 Киев, Украина

Поступила в редакцию 26 февраля 1994 г.

После переработки 25 апреля 1994 г.

Исследована система с экспоненциально широким спектром распределения сопротивлений в том случае, когда существенна роль распределения полей и токов внутри каждого из сопротивлений, что является неотъемлемым признаком континуальной задачи. Учет этого распределения приводит к дополнительному увеличению относительной спектральной плотности $1/f$ шума (ОСП) по сравнению с дискретной задачей. Найден критический индекс ОСП, включающий слагаемое, обязанное неоднородности распределения токов и полей внутри каждого сопротивления.

В однородных проводниках относительная спектральная плотность (ОСП) $1/f$ шума определяется хорошо известным выражением $C = \omega V S/R^2$ [1], где $S_R = \{\delta R \delta R\}$ – фурье-образ функции корреляции флуктуаций сопротивления R, V – объем образца и ω – частота. ОСП C является материальной константой и, согласно гипотезе Хоуге [2], $C = \alpha/n$, n – концентрация свободных носителей, а $\alpha \sim 10^{-3}$ – универсальный коэффициент – константа Хоуге. В неоднородных проводниках интегральный шум образца характеризуется C^e:

$$C^e = \frac{< C(\mathbf{r})(\mathbf{E}(\mathbf{r})\mathbf{j}(\mathbf{r}))^2 >}{(< \mathbf{E}(\mathbf{r}) >< \mathbf{j}(\mathbf{r}) >)^2}, \tag{1}$$

где $< ... >$ – среднее по объему, $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ – локальные напряженность электрического поля и плотность тока.

Из (1) ясно, что для определения C^e необходимо знать детальное распределение полей и токов, причем неоднородность распределения для $1/f$ шума (четвертый момент) существеннее, чем для определения эффективной проводимости (второй момент $\sigma^e =< \mathbf{E}\mathbf{j} > / < \mathbf{E} >^2$). В общем случае четвертый момент не выражается через второй, поэтому для определения C^e используют различные модели неоднородной среды, позволяющие найти $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ [3,4].

Наиболее общим случаем неоднородной среды является полупроводник с крупномасштабным потенциальным рельефом $V = V(\mathbf{r})$, модулирующим дно зоны проводимости [5,6]. Если потенциал достаточно плавный (характерный масштаб потенциала $b \gg l$ – длины свободного пробега), то можно ввести локальную электропроводность $\sigma(\mathbf{r}) = e\mu \cdot n(\mathbf{r})$, где μ и $n(\mathbf{r})$ – подвижность и концентрация свободных носителей. Для простоты считаем подвижность не зависящей от координат (например, рассеяние происходит только на фононах). Концентрация в невырожденном случае модулируется $V(\mathbf{r})$ по закону $n(\mathbf{r}) = n_0 \exp\{-V(\mathbf{r})/kT\}$. Тогда задача об определении эффективной проводимости системы аналогична задаче о нахождении σ^e в среде с экспоненциально широким спектром распределения сопротивлений (ЭСР) [5]. Эффективная проводимость системы определяется концентрацией носителей вблизи уровня протекания V_c в потенциале $V(\mathbf{r})$ лишь с экспоненциальной точностью [5,7,8].

Как было показано в [9, 10], при определении предэкспоненциального множителя необходимо считать, что система находится в области размазки Δ. Это требует более детального знания элементов структуры перколяционного проводящего кластера. Дело в том, что сопротивление системы определяется не только одним перевалом с высотой V_c (ключевое сопротивление – по терминологии [11]), но и другими перевалами – аналогами сопротивлений мостиков и прослоек [4, 9], число и высоты которых определяются величиной области размазки Δ. Величина Δ была определена в [9, 10].

Таким образом, при вычислении интегральных свойств континуальных систем главными элементами перколяционной структуры являются седловые точки случайного потенциала, расположенные вблизи V_c. В простейшем случае $V(\mathbf{r})$ характеризуется одним энергетическим – V_0 – и одним пространственным – b – масштабами. Тогда вблизи любой седловой точки вид $V(\mathbf{r})$ универсален:

$$V(\mathbf{r}) = V_s + \frac{V_0}{b}(-x^2 + y^2 + z^2), \tag{2}$$

где V_s – высота перевала. Для определения сопротивления каждого перевала необходимо найти распределение полей и токов в перевальной области. Согласно [6],

$$n(\mathbf{r}) = n_s \exp(-(y^2 + z^2 - x^2)/L^2), \qquad n_s = n_0 \exp(-V_s/kT), \tag{3}$$

где $L = b\sqrt{kT/V_0}$ и

$$E_Y = E_Z + 0, \quad E_X = (\varphi_0/L\sqrt{\pi}) \exp(-x^2/L^2), \qquad j = e\mu n(\mathbf{r})E(\mathbf{r}), \tag{4}$$

где φ_0 – разность потенциалов на перевале V_s. Таким образом, сопротивление перевала R_s – одно из тех самых сопротивлений с экспоненциально широким спектром распределения – равно $R = 1/(\sqrt{\pi}Len\mu)$. В (3)–(4) выявилась особенность континуальных задач – кроме характерного масштаба системы b (аналог минимального размера в решеточных задачах), появился новый размер $L \ll b$, определяющий микрогеометрию ключевых сопротивлений.

Теперь можно сформулировать стандартную сеточную задачу об эффективной проводимости. Вся среда разбивается на ячейки с размером порядка b – аналогом минимального размера в стандартной перколяционной задаче. Каждой ячейке ставится в соответствие сопротивление R_s, которое можно записать через случайную переменную x:

$$R_s = \frac{1}{\sqrt{2\pi}e\mu b n_0 \lambda^{1/2}} \exp(-\frac{V_c - V_0}{kT})e^{-\lambda x}, \tag{5}$$

где $\lambda = 2V_0/kT \gg 1$, а x – случайная переменная, лежащая в интервале [0,1] (на размерах, больших b, корреляции уже нет), распределение которой, как обычно, будем считать равномерным.

Согласно [7–10], эффективная проводимость среды равна

$$\sigma^e = \sigma(x_c)\lambda^{-y}, \qquad y = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} + \nu(d-2) + \frac{1}{2}, \tag{6}$$

где, согласно NLB-модели, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, согласно модели слабого звена (МСЗ), $\alpha_1 = t - \nu(d-2)$, $\alpha_2 = q + \nu(d-2)$, ν – критический индекс корреляционной длины, а t и q – критические индексы проводимости выше и ниже порога протекания двухфазных систем. В рассматриваемом трехмерном случае $\nu_3 = 0,9$, $t_3 = 1,7$, $q_3 = 0,7$. Лишняя 1/2 в критически подобном индексе y связана с перераспределением полей и токов в ключевых сопротивлениях. Аналогичный эффект в так называемых Swiss-Cheese-моделях [12] приводит к изменению критического индекса проводимости двухфазных систем t.

В отличие от [10], прежде чем вычислить C^e, необходимо определить C_s – шум в каждом s-том сопротивлении, связанный с его микрогеометрией. Используя гипотезу Хоуге, $C = \alpha/n$ и (1) и (4), где $< ... >$ – теперь среднее по объему порядка характерного пространственного масштаба потенциала b, получаем

$$C_s = \frac{\alpha}{n_s}\left\langle\frac{b}{L}\right\rangle^3 \frac{erf^3(2b/L)}{erf^6(b/L)}, \tag{7}$$

Поскольку $b/L \gg 1$, то (7) с точностью до слагаемых порядка $\exp(-b/L)$ имеет вид

$$C_s = \frac{\alpha}{n_c}\left\langle\frac{b}{L}\right\rangle^3. \tag{8}$$

Заметим, что учет резкой неоднородности распределения токов и полей в области перевала приводит к значительному увеличению амплитуды $1/f$ шума в $(b/L)^2 = (V_0/kT)^{3/2}$ раз на каждом перевале.

После того, как определена амплитуда шума на каждом сопротивлении (8), задача сведена к уже решенной задаче об определении эффективных свойств в среде с ЭСР [10]. В наших обозначениях получаем

$$C^e = \frac{\alpha}{n_c}\left\langle\frac{V_0}{kT}\right\rangle^\gamma, \qquad \gamma > \frac{3}{2} + m, \tag{9}$$

где $m = (t-q)/2 + 2\nu$. Из (6) и (9) видно, что эффективная спектральная плотность $1/f$ шума в неоднородных полупроводниках с крупномасштабным потенциальным рельефом в $\lambda^{2\nu+3/2}(\gg 1)$ раз больше, чем в однородных с тем же самым удельным сопротивлением. Показатель 2ν возникает в обычной системе ЭСР, а степень 3/2 обязана своим происхождением микрогеометрии – геометрической форме областей, определяющих сопротивление всей системы. Это дополнительное возрастание шума является еще одним примером (см. [13–15]) влияния микрогеометрии на величину критических индексов ОСП $1/f$ шума. Таким образом, явно показана связь между неуниверсальностью критических индексов и микрогеометрией.

Как видно из (9), гипотеза Хоуге не справедлива при описании шумов в целом в неоднородной системе. Действительно, соотношение $C(\mathbf{r}) = \alpha/n(\mathbf{r})$ не справедливо для эффективных величин $C^e = \alpha/n_m$, где n_m – определяемая из эксперимента некая усредненная концентрация. Важно отметить, что n_m зависит от методики измерений: так, например, в сильном магнитном поле из холловских измерений $n_M = < n >$, а концентрация, определяемая из измерений магнитосопротивления на том же образце, равна $n_m = n_c$ [16, 17] $(n_c/ < n > \sim \exp(-V/kT))$. Поэтому не удивителен большой разброс значений, отмеченный в [1] (таблица II).

Отметим, что формулы (8) и (9) дают также "рецепт" уменьшения ОСП $1/f$ шума, состоящий в уменьшении степени неоднородности системы (V/kT).

Достигнуть этого можно двумя способами. Во-первых, увеличивая концентрацию подвижных носителей в зоне, например за счет фотовозбуждения, что приведет к экранировке флуктуирующего потенциала и уменьшению V_0. Во-вторых (несколько парадоксальный способ), увеличивая температуру электронного газа. Заметим, что шум Найквиста при этом, конечно, растет. Нам не известны целенаправленные эксперименты по определению температурной зависимости амплитуды $1/f$ шумов в перколяционных системах с микрогеометрией. Согласно опубликованным данным (см., например, [1], рис.18, 19, и [17, 18]), наблюдается как увеличение, так и уменьшение амплитуды $1/f$ шума с ростом температуры.

Работа выполнена частично при поддержке Гранта 2/726 Комитета по науке и технологиям Украины и гранта 93-02-15195 Российского фонда фундаментальных исследований.

---

1. И.О.Коган, УФН **4**, 285 (1985).
2. N.Hooge, Phys. Rev. **A29**, 139 (1969).
3. R.Rammal, C.Tannous, and A.-M.S.Tremblay, Phys. Rev. **A31**, 2662 (1985).
4. А.Е.Морозовский, А.А.Снарский, ЖЭТФ **95**, 1844 (1989).
5. B.I.Shklovskii and A.L.Efros, Electronic Properties of Doped Semiconductors, Springer-Verlag, Berlin, 1984.
6. А.Я.Шик, ФТП **9**, 872 (1975).
7. S.Tys and B.I.Halperin, Phys. Rev. **B39**, 877 (1989).
8. P.le Doussal, Phys. Rev. **B39**, 881 (1989).
9. А.Е.Морозовский, А.А.Снарский, Письма в ЖЭТФ **56**, 272 (1992).
10. А.Е.Морозовский, А.А.Снарский, ЖЭТФ **104**, 4059 (1993).
11. Б.И.Шкловский, ФТП **10**, 1440 (1976).
12. S.Feng, B.I.Halperin, and P.N.Sen, Phys. Rev. **B35**, 197 (1987).
13. A.-M.S.Tremblay, S.Feng, and P.Brenton, Phys. Rev. **B33**, 2077 (1986).
14. A.-M.S.Tremblay, B.Fourcade, and P.Brenton, Physica **A157**, 89 (1989).
15. D.J.Bergman, Phys. Rev. **B39**, 4598 (1989).
16. А.Я.Шик, ФТП **9**, 1152 (1975).
17. А.Я.Шик, ФТП **17**, 2220 (1983).
18. R.H.Koch, J.R.Lloyd, and J.Cronin, Phys. Rev. Lett. **55**, 2487 (1985).
19. G.A.Garfunkel, G.B.Alers, M.B.Weissman et al., Phys. Rev. Lett. **60**, 2773 (1988).