Письма в ЖЭТФ, том 37, вып. 3, стр. 129 – 131 *5 февраля 1983 г.*

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛЕГКОЙ ЧАСТИЦЫ С СИСТЕМОЙ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ

Д.А.Киржниц, Ф.М.Пеньков

Показано, что при взаимодействии легкой частицы со связанным комплексом закон $1/r^4$ сменяется с уменьшением расстояния r законом $1/r^2$. Соответствующая сила в ряде отношений необычна – она пропорциональна массе частицы, действует только в s-состоянии частицы, порождает серию связанных состояний, подобных уровням Ефимова и т.д.

Хорошо известно выражение [1]

$$V(r) = -e^2\alpha(0)/(2r^4) \tag{1}$$

для взаимодействия ван-дер-ваальсова типа частицы с зарядом e и связанного комплекса с поляризуемостью

$$\alpha(\omega) = 2\sum_n{}' |\langle 0|d_z|n\rangle|^2 \epsilon_n/(\epsilon_n^2 - \omega^2 - i\delta)$$

($\mathbf{d}$ – дипольный момент, ϵ_n – энергия возбуждения) на расстояниях, бо́льших радиуса комплекса R. Закон (1) обычно применяют к системам типа „электрон + атом", где параметр $m\epsilon R^2$ порядка единицы (m – масса частицы, ϵ – характерное значение ϵ_n, $\hbar = 1$).

Оказывается, что для очень легкой частицы

$$m\epsilon R^2 \ll 1 \tag{2}$$

(например, для систем „пион + дейтрон", "электрон + мюонный атом") закон (1) действует лишь при

$$r \gg (m\epsilon)^{-1/2}, \tag{3а}$$

радикально меняясь в области

$$R \ll r \ll (m\epsilon)^{-1/2}. \tag{3б}$$

1. Уравнение Шредингера для рассеяния легкой частицы на комплексе имеет вид

$$[-\Delta_r/2m + e\,\mathbf{d}\nabla(1/r) + H_c - E_c - k^2/2m]\Psi = 0, \tag{4}$$

где $\mathbf{k}$ – относительный импульс, H_c и E_c – гамильтониан и энергия комплекса, которым отвечает волновая функция внутреннего движения ϕ [1)].

[1)] Здесь опущен вклад высших мультиполей, быстро падающий с r. Для простоты комплексу приписана наивысшая симметрия (равные нулю средние значения углового и мультипольных моментов). Опущен также чисто кулоновский член взаимодействия частицы с комплексом.

Потенциал V описывает усредненное по внутреннему движению комплекса воздействие его поляризации на движение частицы. Последнему отвечает волновая функция $\psi(r)$, равная проекции Ψ на состояние ϕ. Соответствующая проекция уравнения (4) дает

$$(H_0 - k^2/2m)\psi = 0, \quad H_0 = -\Delta/2m + V(r), \qquad V(r) = e\nabla(1/r) < \mathbf{d}\hat{\xi} >, \tag{5}$$

где положено $\Psi = \hat{\xi}\psi\phi$, откуда $<\hat{\xi}> = 1$, а угловые скобки означают усреднение по состоянию ϕ. Потенциал V зависит, вообще говоря, от оператора импульса $\mathbf{p}$, действующего на волновую функцию ψ.

2. Для "жесткого" комплекса, для которого $me\,(<\mathbf{d}^2>)^{1/2} \ll 1$,

$$\hat{\xi} = 1 + [\,E_c + k^2/2m - H_c - H_0\,]^{-1}\, e\mathbf{d}\nabla\,(1/r)$$

и формулы (5) дают

$$V(r) = -\frac{e^2}{\pi}\int_0^\infty d\omega\, \mathrm{Im}\alpha(\omega)\nabla(1/r)[\,\omega - (\Delta + 2i\mathbf{p}\nabla)/2m\,]^{-1}\nabla(1/r). \tag{6}$$

В области (3а) преобладает первое слагаемое в знаменателе (6), что в силу правила сумм $\alpha(0) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega}\mathrm{Im}\alpha(\omega)$ прямо ведет к (1). В области же (3б), где ситуация обратна, зависимость (6) от $\mathbf{p}$ дается фактором

$$O = \frac{\sin(pr)}{pr}\exp(-i\,\mathbf{pr}) = \delta_{l,0},$$

выделяющим проекцию волновой функции ψ на s-состояние относительного движения частицы и комплекса. С учетом правила сумм

$$\int_0^\infty d\omega\, \mathrm{Im}\,\alpha(\omega) = \pi < \mathbf{d}^2 > /3$$

это дает

$$V(r) = -me^2 < \mathbf{d}^2 > O/(3r^2). \tag{7}$$

3. Потенциал (7) зависит от массы частицы. В этом проявляется необычность самой его природы — он порождается возбуждением *относительного* движения частицы и комплекса флуктуациями дипольного момента последнего, ощущаемыми частицей именно в силу ее легкости (адиабатика). Между тем, потенциал (1) — результат возбуждения частицей *внутреннего* движения в комплексе, обратное влияние которого она и испытывает.

Примечателен самый характер зависимости потенциала от массы: действующая на частицу сила пропорциональна ее массе и потому все частицы, при соблюдении условия (2), движутся в поле комплекса одинаковым образом ("принцип эквивалентности" ван-дер-ваальсовых и инерционных сил). Это свойство, считающееся исключительной принадлежностью сил тяготения и инерции, присуще и простым кулоновским системам.

4. Если поляризуемость комплекса велика ($\lambda = me\,(<\mathbf{d}^2>)^{1/2} \gtrsim 1$), то в области (3б) оператор $\hat{\xi}$ применительно к s-состоянию оказывается равным просто $f(x)$, $x = \mathbf{dr}/dr$, где

$$\frac{d}{dx}\left[(1-x^2)\frac{df}{dx}\right] + (2medx - \sigma)f = 0, \qquad \sigma = 2me<dxf>,\ V(r) = -\sigma/(2mr^2). \tag{8}$$

Таким образом, закон $1/r^2$ действует в области (3б) при любых λ [1].

При малых значениях λ соотношения (8) дают $\sigma = 2\lambda^2/3$, что возвращает нас к (7). При некотором значении $\lambda = \lambda^0 \sim 1$, зависящем от структуры комплекса, достигается критическое значение $\sigma = 1/4$, отвечающее началу режима „падения на центр" [1] (в данном

[1] Подробности см. в отдельной статье, которая вскоре будет опубликована.

случае – „падения на комплекс"). При больших значениях λ

$$\psi \propto \cos [(\sigma - 1/4)^{1/2} \ln (r/R) + \mathrm{const}]$$

и возникает серия связанных состояний, число которых равно числу нулей ψ в пределах области (3б), т.е.

$$\frac{(\sigma - 1/4)^{1/2}}{2\pi} \ln (1/m\epsilon R^2)$$

а энергии E_n подчиняются закону подобия $E_n / E_{n-1} = \mathrm{const}$.

5. Это напоминает ситуацию в системе трех резонансно взаимодействующих частиц, где в области $r_0 \ll \mathcal{R} \ll a$ ($\mathcal{R}$ – радиус системы, a – длина рассеяния, r_0 – радиус действия сил) также возникает потенциал $1/\mathcal{R}^2$ и серия связанных состояний – уровней Ефимова – со свойствами, подобными только что описанным [2].

Сказанное выше позволяет ожидать появления аналога уровней Ефимова и в атомной физике, например, в слабо связанных молекулярных системах. Соответствующие условия имеют вид

$$\epsilon \ll e \bar{e} / R, \qquad (e\bar{e}R)^{-1} \lesssim m \ll (\epsilon R^2)^{-1}, \tag{9}$$

где $\bar{e}$ – эффективный заряд комплекса ($\langle d^2 \rangle = \bar{e}^2 R^2$).

Благодарим участников теоретического семинара ФИАН за дискуссии.

Литература

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика, М.: Наука, 1974.
2. *Ефимов В.Н.* ЯФ, 1970, 12, 1080.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
25 ноября 1982 г.