Письма в ЖЭТФ, том 37, вып.3, стр. 166 – 168 *5 февраля 1983 г.*

АБЕЛЕВА ДОМИНАНТНОСТЬ НА ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ РЕШЕТКЕ

В.М.Емельянов

Показано, что на пространственно-временной решетке экстремальными являются орбиты, построенные на картановской подгруппе калибровочной группы. Обсуждается связь с сингулярной калибровкой в КХД.

В работах [1,2] высказано предположение и обсуждены некоторые следствия гипотезы доминантности абелевых степеней свободы в физике больших (сравнимых с радиусом конфайнмента) расстояний КХД. В последние годы большие расстояния в КХД достаточно успешно исследуются в рамках калибровочных теорий на пространственно-временной решетке конечного размера. Проявляется ли абелева доминантность на пространственно-временной решетке?

В решеточных вычислениях динамическими переменными являются матрицы U_{IJ} из компактной калибровочной группы G, приписываемые каждому ребру решетки, а вычисляемыми величинами – функции, определенные на группе G. Известно [3], что действие компактной группы на компактном многообразии разлагается на орбиты и слои, построенные на подгруппах группы G. При этом число слоев оказывается конечным [4]. Если группа G действует внутренним автоморфизмом, то множество орбит – это множество сопряженных классов, построенных на подгруппах $H_I \subset G$; $M_I = \{ g H_I g^{-1}$, g – любой элемент G $\}$. Среди всех орбит на подгруппах $H_I \subset G$ особым типом являются орбиты, построенные на картановской подгруппе $H_c \subset G$. H_c – максимальная абелева подгруппа из G, она изоморфна прямому произведению $\underbrace{U(1) \otimes U(1) \otimes \ldots \otimes U(1)}_{r}$ группы $U(1)$, r – ранг группы G.

Для групп $SU(n)$ $r = n - 1$. В этом случае орбита изолирована в слое [3]. Пусть точка $p \in M_c$, и через нее проходит орбита, построенная на картановской подгруппе H_c. Тогда можно показать, что касательное пространство к слою $S(p)$ и орбите $G(p)$ в точке $p \in M_c$ совпадают: $T_p(S(p)) = T_p(G(p))$. Отметим, что для орбит, построенных на других подгруппах $H_I \subset G: T_p(S(p)) = T_p(G(p)) \oplus L(p)$, G – инвариантная векторная функция на многообразии M_I с метрикой Картана – Киллинга осуществляет отображение M_I в касательное пространство $T(M_I)$ к M_I. При этом в каждой точке $p \in M_I$ векторное поле касательно к слою $S(p)$, значения векторной функции лежат в $T_p(S(p))$. Градиент же векторной функции, постоянной на орбите, ортогонален к орбите, поэтому должен принадлежать $L(p)$.

Поскольку для орбиты на картановской подгруппе H_c $L(p) = \varnothing$, то функция имеет экстремум на орбите, построенной на максимальной абелевой подгруппе группы G. Величины, вычисляемые на пространственно-временных решетках, являются функциями, определенными на сопряженных классах, т.е. орбитах группы G.

Рассмотрим, например, простейшую одноплакетную модель, в качестве группы G возьмем $SU(2)$. Термодинамический потенциал в этой модели

$$Z(\beta) = \int \exp\left[\beta \operatorname{Re} tr\left(U_{IJ} U_{JK} U_{KL} U_{LI}\right)\right] \prod_{b=1}^{4} dU^b,$$

произведение матриц берется по элементарному квадрату, индекс „b" относится к стороне квадрата, dU^b – инвариантная мера на группе $SU(2)$, $\beta = 1/g^2$, g – константа взаимодействия калибровочных полей.

Замечая, что для любого элемента $g_0 \in G$ существует такой элемент $g_1 \in G$, что $g_1 g_0 g_1^{-1} \in H_c$ [3], а инвариантное интегрирование на группе G сводится к инвариантному интегрированию по подгруппе H и фактор-пространству G/H [5], $Z(\beta)$ переписывается в виде

$$Z(\beta) = \int_{SU(2)/U(1)} \prod_{b=1}^{4} d^b t\, \phi^b(t) \int_{U(1)} \exp\left[\beta \operatorname{Re} tr\left(\tilde{U}_{IJ} \tilde{U}_{JK} \tilde{U}_{KL} \tilde{U}_{LI}\right)\right] d\tilde{U}^b,$$

внутреннее интегрирование проводится по картановской подгруппе $H_c = U(1)$ группы $SU(2)$, внешнее – по фактор-пространству $SU(2)/U(1)$, изоморфному S^2. Функция ϕ осуществляет отображение $S^2 \to S^3$. Это сингулярная функция, соответствующая сингулярному выбору калибровки, в которой, как отмечено в работах [1,2], возможно выделение коллективных динамических переменных в калибровочной системе и описание динамики больших расстояний КХД. На пространственно-временной решетке абелева доминантность возникает в сингулярной калибровке, например, для группы $SU(3)$ калибровку следует выбирать в соответствии с отображением многообразий

$$M(SU(3)/U(1) \otimes U(1)) \xrightarrow{\phi} M(SU(3)).$$

Автор благодарен И.С.Шапиро, Ю.П.Никитину, В.Л.Голо и А.П.Карташеву за полезные замечания и обсуждения.

Литература

1. *Hooft G.'t* Nucl. Phys., 1981, B190 [FS3], 455.

2. *Ezawa Z., Iwazaki A.* Phys., Rev., 1982, D25 No 10, 2 681.

3. *Бредон Г.* „Введение в теорию компактных групп преобразований", М.: Наука, 1980.

4. *Michel L.* Rev. Mod. Phys., 1980, 52, 617; *Michel L.* C.R. Acad. Sci (Paris), 1971, No 272, 433.

Московский
инженерно-физический институт

Поступила в редакцию
31 декабря 1982 г.
