

РЕЗОНАНСНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ВЫСОКИХ ГАРМОНИК

П.А.Олейников, В.Т.Платоненко, Г.Ферранте*¹⁾Московский государственный университет, Физический факультет
119899 Москва, Россия* *Dipartimento di Energetica ed Applicazioni di Fisica, Viale delle
Scienze, 90128 Palermo, Italy*

Поступила в редакцию 27 мая 1994 г.

После переработки 12 июля 1994 г.

Обсуждается механизм резонансной генерации высоких гармоник лазерного излучения, который может существенно повысить коэффициент преобразования и продвинуться в более коротковолновую область спектра. В частности, оценено, что в бериллиевой плазме могут быть получены гармоники в области $\lambda \approx 100 \text{ \AA}$ с эффективностью порядка 10^{-5} .

Генерация высоких гармоник (ГВГ) лазерного излучения (с двух-трехзначными номерами и с длинами волн, лежащими в рентгеновской области спектра) в атомных струях [1] и в разреженной плазме [2] является перспективным методом получения когерентного рентгеновского излучения. Это явление впервые наблюдалось в конце 80-х годов [1]. Оно протекает в полях, сравнимых с внутриатомными, одновременно с ионизацией генерирующих атомов и ионов. Рекордно малые длины волн, достигнутые к настоящему времени, лежат в области 8 нм. К сожалению, реализованные коэффициенты преобразования пока очень малы и в этой области составляют около 10^{-10} в одну гармонику [3].

В настоящей работе обсуждается вариант резонансной ГВГ, который может позволить повысить коэффициенты преобразования и продвинуться в более коротковолновую область спектра, в частности в область "водяного окна" 20 - 42 нм. Предлагаемая здесь идея стимулирована результатами численного исследования уравнения Шредингера для атома водорода в сильном высокочастотном электрическом поле световой волны ($I = 1,75 \cdot 10^{14} \text{ Вт/см}^2$, $\hbar\omega = 0,4 \text{ Ry}$), выполненном ДеВризом [4]. Из их анализа можно заключить, что на развитой стадии взаимодействия, когда средняя энергия электрона превышает энергию ионизации, электрон продолжает в течение многих световых периодов осциллировать вблизи ядра, сохраняя относительно малые размеры и излучая гармоники. В случае многоэлектронных атомов и ионов (квази) периодическому движению электрона с большой амплитудой вблизи родительского иона должно препятствовать взаимодействие с электронами относительно "рыхлого" атомного остатка. Оно представляется маловероятным и в низкочастотных полях. Далее мы исходим из предположения о том, что такое движение возможно в случае литиеподобных систем.

Литиеподобный ион с зарядом $Z - 1$ можно грубо рассматривать как систему, состоящую из двух подсистем: из компактного и сильно связанного гелиеподобного иона с зарядом Z и относительно слабо связанного с ним и сильно удаленного внешнего электрона, играющего роль антенны. Осциллируя в световом поле, внешний электрон не только излучает гармоники,

¹⁾F.Ferrante.

но и индуцирует их излучение электронами K -оболочками. Естественно, в этом излучении должны проявляться резонансы гелиеподобного иона. Вместе с тем, на движение внешнего электрона они влияют слабо. Грубо можно рассматривать его как движение в поле бесструктурного (точечного) заряда.

Поскольку размеры K -оболочки малы, поле E_{ei} , создаваемое внешним электроном в области локализации гелиеподобного иона, можно считать почти однородным. Пусть E_j – амплитуда j -ой гармоники этого поля. При $j \neq 1$ амплитуда дипольного момента гелиеподобного иона на частоте $j\omega$ составляет $d_{ij} = \alpha_i(j\omega)E_j$, где α_i – поляризуемость иона. На внешний электрон, кроме светого поля, действует поле, создаваемое гелиеподобным ионом. Пусть E_{ie} – среднее значение этого поля, а $-eE_{ie}$ – сила, действующая на внешний электрон. Сравнивая последнюю с силой ZeE_{ei} , действующей на гелиеподобный ион, и используя третий закон Ньютона, получаем $E_{ie} = ZE_{ei}$. Соответственно, амплитуда j -ой гармоники поля E_{ie} равна ZE_j , а амплитуда j -ой гармоники дипольного момента внешнего электрона при $j \neq 1$ составляет $d_{ej} = Z\alpha_e(j\omega)E_j$, где $\alpha_e(\omega) = -e^2/m\omega^2$ – поляризуемость электрона. В итоге амплитуда суммарного дипольного момента литиеподобного иона составляет

$$d_j = (Z\alpha_e(j\omega) + \alpha_i(j\omega))E_j. \quad (1)$$

Ясно, что на резонансных частотах ионный вклад в суммарный дипольный момент (1) может быть основным. Ранее в работах, посвященных ГВГ, этот вклад игнорировался.

Еще один резонансный множитель в выражении для интенсивности гармоники возникает в связи с дисперсией показателя преломления $n(\omega)$. Пусть генерация протекает в плоском слое плазмы, на который свет падает по нормали (вдоль оси x); в плазме представлены только литие- и гелиеподобные ионы с концентрациями N_{Z-1} и N_Z , соответственно, и свободные электроны с концентрацией $N_e = ZN_Z + (Z-1)N_{Z-1}$; средняя энергия внешнего электрона в литиеподобном ионе значительно превышает энергию ионизации, поэтому при вычислении показателя преломления можно рассматривать его движение, как почти свободное. Тогда, полагая, что поляризуемость гелиеподобного иона не мала только на частотах резонансных гармоник, а поляризуемость электрона – только на основной частоте, запишем

$$n(\omega) - n(j\omega) \approx 2\pi(N_Z + N_{Z-1})[Z\alpha_e(\omega) - \alpha_i(j\omega)]. \quad (2)$$

Если толщина слоя достаточно мала, можно пренебречь изменением интенсивности возбуждающего света в слое и геометрическими эффектами, влияющими на синхронность ГВГ [5], и рассматривать ее в приближении плоских волн. Тогда, используя (1), (2) и полагая $N_{Z-1}(x)/N_Z(x) = \text{const}$, можно получить для коэффициента преобразования $\eta_j = I_j/I$ (I_j – интенсивность гармоники)

$$\eta_j = |E_j/E|^2 \theta_j N_Z^2 (N_Z + N_{Z-1})^{-2} |1 - e^{i\psi_j}|^2, \quad (3)$$

где $\psi_j = j(\omega/c) \int (n(\omega) - n(j\omega)) dx$, $E = (2\pi I/c)^{1/2}$,

$$\theta_j = |Z\alpha_e(j\omega) + \alpha_i(j\omega)|^2 / |Z\alpha_e(\omega) - \alpha_i(j\omega)|^2. \quad (3a)$$

Естественно, наиболее интересным, во многих отношениях, является случай относительно точного резонанса $j\omega \approx \omega_i$, где ω_i – одна из резонансных частот

гелиеподобных ионов. В принципе, в этом случае можно ставить вопрос и о получении инверсии на их переходах. Но он требует специального анализа. Здесь мы полагаем, что отстройка $\hbar\Delta = \hbar(j\omega - \omega_i)$ составляет порядка 1 эВ. Тогда

$$\theta_j \cong |\alpha_i(j\omega)/Z\alpha_e(\omega)|^2 \cong |f\omega/2Zj\Delta|^2, \quad (36)$$

где f – сила осциллятора резонансного перехода.

Чтобы оценить возможные значения E_j , мы принимаем ряд дополнительных предположений.

1. Пусть φ – волновая функция внешнего электрона, $r = \int \rho |\varphi(\rho)|^2 dV$ – его "радиус-вектор". Тогда поле E_{ei} направлено вдоль r , по величине, меньше чем e/r^2 , и, следовательно, может быть представлено в виде

$$E_{ei} = er/(r^2 + r_0^2)^{3/2}, \quad (4)$$

где $r_0(t)$ – неизвестный положительный параметр.

2. Радиус-вектор $r(t)$ меняется почти по гармоническому закону

$$r = r_e \sin(\omega t + \vartheta), \quad (5a)$$

$$\dot{r}_e \ll \omega r_e > 0, \quad \dot{\vartheta} \ll \omega. \quad (5b)$$

3. Пусть $t_k = (k\pi - \vartheta)/\omega$, $\tau_k = r_0(t_k)/\omega r_e$ (k – целое число). Тогда на интервале $(t_k - \tau_k, t_k + \tau_k)$ выполнены условия

$$r_0 \ll r_e, \quad |r_0 \dot{r}_0| \ll \omega r_e^2. \quad (6)$$

4. Наконец, величина $r_0(t_k)$ мало меняется с изменением номера k :

$$r_0(t_k) - r_0(t_{k+1}) \ll r_0(t_k). \quad (7)$$

Условие (5a) позволяет представить поле (4) в виде

$$E_{ei} = \sum E_j e^{-ij\omega t} + \text{к.с.},$$

где $E_{2N} = 0$ и при условии (5b) и $N > 0$

$$|E_{2N+1}|^2 \cong \frac{4e^2(N+1)}{\pi r_e^2 r_0} \left[1 - \frac{r_e}{2r_0} \left(1 - \sqrt{\frac{N}{N+1}} \right) \right]^2 \frac{(1 - 2r_0/r_e)^2}{(1 - 2r_0^2/r_e^2)^2}. \quad (8)$$

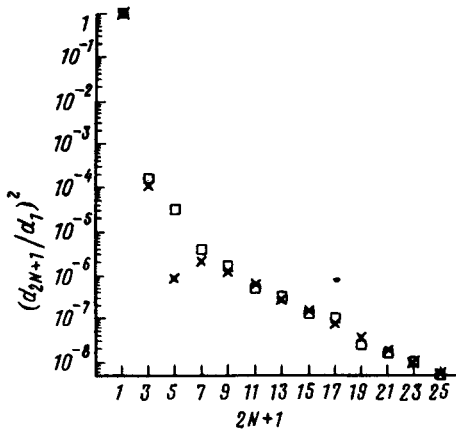
(Выражение (8) неприменимо, если разность в квадратных скобках по величине много меньше единицы. Чтобы получить его, следует, разложить (4) в ряд Тейлора по $\cos 2\omega t$, выразить функции \sin и \cos через экспоненты и просуммировать коэффициенты при $e^{ij\omega t}$).

Вследствие (6), поле E_{ei} и, следовательно, его спектр почти не зависят от значений $r_0(t)$ вдали от точек t_k . Они почти не изменятся, если реальную зависимость $r_0(t)$ заменить ломаной линией, соединяющей на плоскости t, r_0 точки $(t_k, r_0(t_k))$. Далее под $r_0(t)$ понимается именно такая функция. Тогда неравенства (5b), (6), (7) гарантируют слабую зависимость величин E_j от времени и позволяют считать их фурье-амплитудами поля E_{ei} , фигурирующими в (3).

Вычислив E_1 , можно получить соотношение, связывающее r_e и r_0 :

$$r_e \cong [(8\pi I/c)^{1/2} + 2Ze(1 - 2r_0/r_e)/(\pi r_e r_0^3)^{1/2}]e/m\omega^2. \quad (9)$$

Используя формулы (1), (8), (9) и $d_1^2 = e^2 r_e^2 / 4$, и варьируя параметр r_0 , мы рассчитали значения d_j^2/d_1^2 применительно к условиям численных расчетов [4] и сравнили их с величинами, приведенными в [4]. Наилучшее совпадение получено при r_0 , равном боровскому радиусу r_B (см. рисунок). В этом случае выражение (8) оказывается неприменимым для пятой гармоники (см. выше). Для седьмой оно дает результат, заниженный по сравнению с [4] вдвое, для остальных гармоник результаты различаются не более чем в полтора раза. (Сами величины d_j^2/d_1^2 при изменении j от 3 до 25 меняются приблизительно от $1,5 \cdot 10^{-4}$ до $5 \cdot 10^{-9}$).



Величины d_j^2/d_1^2 , рассчитанные для атома водорода по формулам (1), (8), (9) при $r_0 = r_B$ (x) и приведенные в работе [4] (□)

Хорошее совпадение результатов говорит о том, что в условиях [4] размеры распределения $|\varphi(\vec{p})|^2$ почти адиабатически отслеживают изменение положения его центра тяжести. Естественно предположить, что в литиеподобном ионе также реализуется приближенное равенство $r_0 \cong Zr_B Ry/U$, где U – потенциал ионизации, если параметр адиабатичности $\gamma = (2mU)^{1/2}\omega/|2eE|$ будет достаточно большим (в условиях [4] $\gamma \cong 2$). На технически доступных частотах возбуждающего света условие $\gamma > 1$, одновременно с условием быстрой ионизации, можно обеспечить для атома лития и для литиеподобного бериллия. Для примера мы проведем оценки для бериллия, пренебрегая штарковским смещением уровней.

Пусть используется излучение эксимерного лазера на Krf. В пределах его полосы усиления можно настроиться на частоту $\omega \cong (\omega_{Be} + 0,5eV/\hbar)/25$, где $\hbar\omega_{Be} = 123,67$ эВ – энергия перехода $1^1s \rightarrow 2^1p$ в гелиеподобном бериллии. При интенсивности $I \cong 6 \cdot 10^{14}$ Вт/см² реализуются значения $\gamma \cong 1,3$ и приблизительно то же значение экспоненты в формуле Келдыша для вероятности ионизации, что в условиях [4]. Рассчитанная по формулам (8), (9) при таких параметрах и $r_0 = Zr_B Ry/U \cong 0,79 \text{ \AA}$ величина $|E_{25}/E|^2 \cong 2,4 \cdot 10^{-3}$. При $f \cong 0,276$ (как в атоме гелия, см. (36)) $\theta_{25} \cong 0,75 \cdot 10^{-3}$, а максимальное значение коэффициента преобразования (3) $\eta_j \cong 0,8 \cdot 10^{-5}$, что более, чем на четыре порядка превышает коэффициент преобразования по энергии, достигавшийся в ГВГ в этой области частот [3].

Хотя на ионах более тяжелых элементов реализация равенства $\tau_0 \cong Z\tau_B R\gamma/U$ в технически доступной области частот маловероятна, условия (5) – (7), по-видимому, могут выполняться и для ионов бора и углерода. Тогда использование рассмотренной выше схемы должно обеспечить относительно высокую эффективность генерации. Уже резонансные переходы гелиеподобного углерода лежат в области рентгеновского "водяного окна". Некоторые из них хорошо согласуются с частотами мощных лазеров и представляются перспективными для реализации резонансного ГВГ.

Отметим, что тонкие слои плазмы с контролируемым ионным составом можно приготовить, например, испаряя короткими лазерными импульсами пленки с толщинами порядка 10^{-6} см.

-
1. A.McPherson, G.Gibson, H.Jara et al. JOSA B4, 595 (1987); M.Ferray, A.L'Huillier, X.F.Li et al. J. Phys. B21, L31 (1988).
 2. S.Kubodera, Y.Nagata, Y.Akiyama, K.Midorikawa, M.Obara, H.Tashiro, and K.Toyoda, Phys. Rev. A48, 4576, (1993).
 3. A.L'Huillier and Ph. Balcou, Phys. Rev. Lett. 70, 774 (1993).
 4. P.L.DeVries, JOSA B7, 517 (1990).
 5. A.L'Huillier, K.J.Schafer, and K.C.Kulander, J. Phys. B: At. Mol. Phys. 24, 3315 (1991).