РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ПИСЬМА В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ — *ТОМ 60, ВЫПУСК 5*
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД — *10 СЕНТЯБРЯ, 1994*

Письма в ЖЭТФ, том 60, вып.5, стр.305 - 310 © 1994г. 10 сентября

СУПЕРМУЛЬТИПЛЕТ МАКСВЕЛЛА В ПОДХОДЕ УИЛЕРА – ФЕЙНМАНА

А.А.Желтухин, В.В.Тугай

Харьковский физико-технический институт,
310108 Харьков, Украина

Научный физико-технологический центр,
310145 Харьков, Украина

Поступила в редакцию 14 июля 1994 г.

Предложено суперсимметричное обобщение потенциалов Уилера–Фейнмана и рассмотрена электродинамика максвелловского супермультиплета, построенного из мировых координат заряженных частиц в суперпространстве.

В теории Уилера–Фейнмана [1] электромагнитное поле a_μ, описывающее взаимодействие двух зарядов с мировыми координатами $x^\mu(t)$ и $y^\mu(\tau)$, строится из самих координат и имеет вид

$$a^\mu(x) = e\int d\tau \dot{y}^\mu(\tau)\delta(s_0^2), \tag{1}$$

где $s_0^\mu \equiv x^\mu - y^\mu(\tau)$ — мировой интервал и $\delta(s_0^2)$– δ-функция, сосредоточенная на конусе.

В [2] было предложено обобщение принципа "действия на расстоянии" на суперпространство $Z^M = (x^\mu, \theta^\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}})$, $\zeta^M = (y^\mu(\tau), \xi^\alpha(\tau), \bar{\xi}_{\dot{\alpha}}(\tau))$, включающее наряду с обычными мировыми координатами x_μ и y_μ их спинорные грассмановы суперпартнеры θ^α и ξ^α [3]. Такое обобщение позволило расширить идею построения полей из координат на спинорные поля и построить как электромагнитное, так и спинорные поля из суперкоординат нейтральных частиц, обладающих аномальным магнитным моментом.

Здесь мы решаем задачу суперсимметричного обобщения потенциалов Уилера–Фейнмана [1] и строим суперполевую электродинамику Максвелла [4,5], используя в качестве фундаментальных образующих теории лишь мировые суперкоординаты заряженных частиц.

Следуя линии [1–5], введем суперсимметричные мировой интервал s_μ и обобщенные скорости ω^μ_τ, $\dot{\xi}^\alpha(\tau)$ и $\dot{\bar{\xi}}_{\dot\alpha}(\tau)$

$$s^\mu = x^\mu - y^\mu - i(\theta\sigma^\mu\bar{\xi} - \xi\sigma^\mu\bar{\theta}), \tag{2}$$

$$\omega^\mu_\tau = \dot{y}^\mu - i(\dot{\xi}\sigma^\mu\bar{\xi} - \xi\sigma^\mu\dot{\bar{\xi}}), \tag{3}$$

вместо обычных интервала s^μ_0 и скорости $\dot{y}^\mu(\tau)$.

Для формулировки предлагаемого здесь обобщения удобно использовать левый и правый киральные базисы [4]

$$\begin{aligned} x^\mu_L &\equiv x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}, \quad y^\mu_L \equiv y^\mu + i\xi\sigma^\mu\bar{\xi}, \\ x^\mu_R &\equiv x^\mu - i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}, \quad y^\mu_R \equiv y^\mu - i\xi\sigma^\mu\bar{\xi} \end{aligned} \tag{4}$$

и соответствующие левые и правые суперсимметричные интервалы $s^M_L = (s^\mu_L, \Delta^\alpha)$, $s^M_R = (s^\mu_R, \bar{\Delta}^{\dot\alpha})$, векторные и спинорные компоненты которых определяются соотношениями [2]

$$\begin{aligned} s^\mu_L &= x^\mu_L - y^\mu_R - 2i\theta\sigma^\mu\bar{\xi} = s^\mu + i\Delta\sigma^\mu\bar{\Delta}, \quad \Delta^\alpha = \theta^\alpha - \xi^\alpha, \\ s^\mu_R &= x^\mu_R - y^\mu_L + 2i\xi\sigma^\mu\bar{\theta} = s^\mu - i\Delta\sigma^\mu\bar{\Delta}, \quad \bar{\Delta}^{\dot\alpha} = \bar{\theta}^{\dot\alpha} - \bar{\xi}^{\dot\alpha}. \end{aligned} \tag{5}$$

С помощью обобщенных скоростей и киральных интервалов (5) можно построить инвариантные спинорные абелевы связности $A^\alpha(x_R, \bar{\theta}), \bar{A}^{\dot\alpha}(x_L, \theta)$:

$$\begin{aligned} A_\alpha(x_R, \bar{\theta}) &= e\int d\tau\big(\omega_{\tau\mu}\sigma^\mu_{\alpha\dot\alpha}\bar{\Delta}^{\dot\alpha} + 2i\dot{\xi}_\alpha\bar{\Delta}\bar{\Delta}\big)\delta(s^2_R), \\ \bar{A}_{\dot\alpha}(x_L, \theta) &= -(A_\alpha)^* = -e\int d\tau\big(\omega_{\tau\mu}\Delta^\alpha\sigma^\mu_{\alpha\dot\alpha} - 2i\dot{\bar{\xi}}_{\dot\alpha}\Delta\Delta\big)\delta(s^2_L), \end{aligned} \tag{6}$$

удовлетворяющие условиям киральности, а значит и констрейнтам [4]:

$$D_\alpha A_\beta = 0 = \bar{D}_{\dot\alpha}\bar{A}_{\dot\beta} \quad \Rightarrow \quad F_{\alpha\beta} = 0 = F_{\dot\alpha\dot\beta}. \tag{7}$$

Тогда искомое суперсимметричное обобщение электромагнитного потенциала Уилера–Фейнмана [1] находится из решения констрейнта $F_{\alpha\dot\beta} = 0$:

$$A_\mu(x, \theta, \bar{\theta}) = -\frac{i}{4}\tilde{\sigma}^{\dot\alpha\alpha}_\mu\,(D_\alpha\bar{A}_{\dot\alpha} + \bar{D}_{\dot\alpha}A_\alpha)$$

и выражается, с учетом (6), через мировые координаты суперчастиц [1]:

$$\begin{aligned} A_\mu(x, \theta, \bar{\theta}) = -ie\int d\tau\Big[&\omega_{\tau\mu} - \varepsilon_{\mu\nu\rho\lambda}\omega^\nu_\tau(\Delta\sigma^\rho\bar{\Delta})\partial^\lambda + i\Big((\Delta\sigma_\mu\dot{\bar{\xi}}) - (\dot{\xi}\sigma_\mu\bar{\Delta})\Big) + \\ &+\frac{1}{4}\Delta\Delta\bar{\Delta}\bar{\Delta}\omega^\nu_\tau\Big(\partial_\mu\partial_\mu - \eta_{\mu\nu}\Box\Big) + \Big(\Delta\Delta(\dot{\bar{\xi}}\tilde{\sigma}_{\mu\rho}\bar{\Delta}) + (\dot{\xi}\sigma_{\mu\rho}\Delta)\bar{\Delta}\bar{\Delta}\Big)\,\partial^\rho\Big]\delta(s^2). \end{aligned} \tag{8}$$

Выбором представлений (6) и (8) для связности $A_M(x, \theta, \bar{\theta})$ автоматически закрепляется суперполевая лоренцева калибровка

$$\partial^\mu A_\mu(x, \theta, \bar{\theta}) = 0. \tag{9}$$

---

[1] Все используемые в статье дифференциальные операторы $\partial, D, \Box$ действуют на координаты $(x, \theta, \bar{\theta})$ "точки наблюдения".

Допустимые калибровочные преобразования $A'_\mu = A_\mu + i\partial_\mu\Lambda$, $A'_\alpha = A_\alpha + iD_\alpha\Lambda$, $\bar{A}'_{\dot\alpha} = \bar{A}_{\dot\alpha} + i\bar{D}_{\dot\alpha}\Lambda$ характеризуются теперь вещественным скалярным суперполем $\Lambda(x,\theta,\bar\theta)$, ограниченным условиями

$$\Box\Lambda = 0, \quad D^\alpha D_\alpha\Lambda = 0, \quad \bar{D}_{\dot\alpha}\bar{D}^{\dot\alpha}\Lambda = 0. \tag{10}$$

Соответствующие потенциалам $A_M(x,\theta,\bar\theta)$ ненулевые напряженности $F_{MN}(x,\theta,\bar\theta)$ строятся из киральных суперполей W_α и $\bar{W}_{\dot\alpha}$:

$$\begin{aligned} W^\alpha &\equiv \frac{i}{4}F_{\mu\dot\alpha}\tilde\sigma^{\mu\dot\alpha\alpha} = \frac{1}{8}\bar{D}_{\dot\beta}\bar{D}^{\dot\beta}A^\alpha + \frac{i}{2}\partial^{\dot\alpha\alpha}\bar{A}_{\dot\alpha}, \\ \bar{W}^{\dot\alpha} &\equiv \frac{i}{4}\tilde\sigma^{\mu\dot\alpha\alpha}F_{\mu\alpha} = -\frac{1}{8}D^\beta D_\beta\bar{A}^{\dot\alpha} + \frac{i}{2}\partial^{\dot\alpha\alpha}A_\alpha, \end{aligned} \tag{11}$$

где $\partial^{\dot\alpha\alpha} \equiv \tilde\sigma^{\mu\dot\alpha\alpha}\partial/\partial x^\mu$. С учетом (6), запишем эти суперполя в терминах мировых суперкоординат

$$\begin{aligned} W^\alpha(x,\theta,\bar\theta) \;=\; & -ie\int d\tau\Big[\dot\xi^\alpha + i\dot\xi^\alpha\triangle\sigma^\mu\bar\triangle\partial_\mu + \frac{1}{4}\dot\xi^\alpha\triangle\triangle\bar\triangle\bar\triangle\Box + \\ & +\omega_{\tau\mu}\left(2(\triangle\sigma^{\mu\nu})^\alpha\partial_\nu - \frac{i}{2}\triangle\triangle(\bar\triangle\tilde\sigma_\nu)^\alpha\left(\partial^\mu\partial^\nu - \eta^{\mu\nu}\Box\right)\right) - \\ & -i\triangle\triangle(\dot{\bar\xi}\tilde\sigma_\mu)^\alpha\partial^\mu\Big]\delta(s^2). \end{aligned} \tag{12}$$

$$\bar{W}^{\dot\alpha}(x,\theta,\bar\theta) = (W^\alpha)^*.$$

Суперполя W и $\bar{W}$ удобно использовать для введения суперполевого обобщения электромагнитного тока Уилера–Фейнмана посредством уравнения

$$-4\pi\mathcal{J}(x,\theta,\bar\theta) = D^\alpha W_\alpha + \bar{D}_{\dot\alpha}\bar{W}^{\dot\alpha} = i\partial^{\dot\alpha\alpha}\left(\bar{D}_{\dot\alpha}A_\alpha - D_\alpha\bar{A}_{\dot\alpha}\right). \tag{13}$$

При калибровочных преобразованиях (9)$\delta\mathcal{J} = -\frac{i}{16\pi}[DD,\bar{D}\bar{D}]\Lambda = 0$ и супerток $\mathcal{J}$ является калибровочным инвариантом. Использование явного вида связностей (6) позволяет переписать правую часть (13) в простом виде $\Box\Phi(x,\theta,\bar\theta)$, где – Φ скалярное суперполе вида

$$\Phi(x,\theta,\bar\theta) = -4e\int d\tau\left(\omega^\mu_\tau\left(\triangle\sigma_\mu\bar\triangle\right) + i\left(\dot\xi\triangle\right)\bar\triangle\bar\triangle - i\triangle\triangle\left(\dot{\bar\xi}\bar\triangle\right)\right)\delta(s^2). \tag{14}$$

С учетом этого наблюдения, а также фундаментального соотношения для интервала (3)

$$\Box\delta(s^2) = -4\pi\delta^{(4)}(s^\mu), \tag{15}$$

обобщающего тождество Дирака [6] на суперсимметричный случай, уравнение (13) представляется в форме волнового суперполевого уравнения

$$\Box\Phi(x,\theta,\bar\theta) = -4\pi\mathcal{J}(x,\theta,\bar\theta) \tag{16}$$

с суперсимметричным электромагнитным током $\mathcal{J}(x,\theta,\bar\theta)$

$$\mathcal{J}(x,\theta,\bar\theta) = -4e\int d\tau\left(\omega^\mu_\tau(\triangle\sigma_\mu\bar\triangle) + i(\dot\xi\triangle)\bar\triangle\bar\triangle - i\triangle\triangle(\dot{\bar\xi}\bar\triangle)\right)\delta^{(4)}(s). \tag{17}$$

Уравнение (16) является суперполевым обобщением уравнений Максвелла в калибровке Лоренца, а суперполе $\Phi(x,\theta,\bar{\theta})$ имеет физический смысл предпотенциала $V(x,\theta,\bar{\theta})$ [4], вычисленного в калибровке,

$$\{DD,\bar{D}\bar{D}\}V=0 \quad \Rightarrow V(x,\theta,\bar{\theta})=\frac{1}{4}\Phi(x,\theta,\bar{\theta}), \tag{18}$$

которая является суперполевым обобщением лоренцевой калибровки, фиксируемой представлением Уилера–Фейнмана [1]. Такая трактовка суперполя Φ обоснована тем, что оно связано с суперполями W_α и $\bar{W}_{\dot{\alpha}}$ (11) соотношениями

$$W_\alpha=-\frac{1}{16}\bar{D}\bar{D}D_\alpha\Phi, \quad \bar{W}_{\dot{\alpha}}=-\frac{1}{16}DD\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi, \tag{19}$$

служащими для определения предпотенциала [4]. В обозначениях [4], используемых здесь, суперполевое условие (18) распадается на компонентные калибровочные условия

$$\begin{aligned}&\Box C(x)=-D(x), \quad \partial^{\dot{\alpha}\alpha}\chi_\alpha(x)=i\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}(x), \quad \partial^{\dot{\alpha}\alpha}\bar{\chi}_{\dot{\alpha}}(x)=-i\lambda^\alpha(x),\\ &M(x)=N(x)=0, \quad \partial_\mu v^\mu(x)=0,\end{aligned} \tag{20}$$

накладываемые на компоненты $C,\chi,\bar{\chi},M,N,v$ калибровочного суперполя $V(x,\theta,\bar{\theta})$. Использование условий (20) позволяет представить $V(x,\theta,\bar{\theta})$ компонентным разложением вида

$$\begin{aligned}V(x,\theta,\bar{\theta})=\frac{1}{4}\Phi(x,\theta,\bar{\theta}) \quad &= \quad C+i\theta^\alpha\chi_\alpha-i\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\bar{\chi}^{\dot{\alpha}}-(\theta\sigma_\rho\bar{\theta})v^\rho+\\ &+\frac{i}{2}\theta\theta\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}-\frac{i}{2}\bar{\theta}\bar{\theta}\theta^\alpha\lambda_\alpha+\frac{1}{4}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D,\end{aligned} \tag{21}$$

где векторное поле $v^\mu(x)$, спинорные — $\lambda^\alpha(x)$, $\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}(x)$ и вспомогательное — $D(x)$ поля образуют максвелловский мультиплет. Представления для этих полей в форме интегралов от мировых суперкоординат находятся из разложения по степеням θ и $\bar{\theta}$ предпотенциала Φ (14). В результате, для электромагнитного поля $v^\mu(x)$, обобщающего поле Уилера–Фейнмана (1) и являющегося нулевым членом в разложении векторной связности $A_\mu(x,\theta,\bar{\theta})$ (8), получаем представление

$$\begin{aligned}v_\mu(x) \quad &\equiv \quad iA_\mu(x,\theta=0,\bar{\theta}=0)=e\int d\tau\Big[\dot{y}_\mu-\varepsilon_{\mu\nu\rho\lambda}\dot{y}^\nu(\xi\sigma^\rho\bar{\xi})\partial^\lambda+\\ &+\left(\xi\xi(\dot{\bar{\xi}}\tilde{\sigma}_{\mu\rho}\bar{\xi})+(\dot{\xi}\sigma_{\mu\rho}\xi)\bar{\xi}\bar{\xi}\right)\partial^\rho+\frac{1}{4}\xi\xi\bar{\xi}\bar{\xi}\dot{y}^\nu\left(\partial_\mu\partial_\nu-\eta_{\mu\nu}\Box\right)\Big]\delta(s_0^2),\end{aligned} \tag{22}$$

из которого очевидным образом следует выполнение условия Лоренца (20) $\partial_\mu v^\mu=0$. Для спинорного поля, являющегося суперпартнером поля $v^{\mu\nu}(x)=$ $=\partial^\mu v^\nu-\partial^\nu v^\mu$, находим

$$\begin{aligned}\lambda^\alpha(x) \quad &= \quad e\int d\tau\Big[\dot{\xi}^\alpha-i\dot{\xi}\xi(\bar{\xi}\tilde{\sigma}_\mu)^\alpha\partial^\mu+\frac{i}{2}\xi\xi(\dot{\bar{\xi}}\tilde{\sigma}_\mu)^\alpha\partial^\mu-\frac{1}{2}\dot{\xi}^\alpha\xi\xi\bar{\xi}\bar{\xi}\Box+\\ &+\dot{y}_\mu\left(-2(\xi\sigma^{\mu\nu})^\alpha\partial_\nu+\frac{i}{2}\xi\xi(\bar{\xi}\tilde{\sigma}_\nu)^\alpha\left(\partial^\mu\partial^\nu-\eta^{\mu\nu}\Box\right)\right)\Big]\delta(s_0^2).\end{aligned} \tag{23}$$

Представление для $\bar{\lambda}^{\dot\alpha}$ получается с помощью комплексного сопряжения $\bar{\lambda}^{\dot\alpha} = (\lambda^\alpha)^*$. Для вспомогательного поля $D(x)$ получим

$$D(x) = e\int d\tau\left[\dot{y}_\mu(\xi\sigma^\mu\bar\xi) - i\left(\xi^2(\dot{\bar\xi}\bar\xi) - (\dot\xi\xi)\bar\xi^2\right)\right]\Box\delta(s_0^2). \tag{24}$$

Построенные из мировых суперкоординат поля $\lambda^\alpha(x)$, $\bar\lambda_{\dot\alpha}(x)$ (23) и v^μ (22) удовлетворяют волновым уравнениям для полей Максвелла и Вейля с токами в правых частях

$$\Box v^\mu(x) = -4\pi j^{(2)\mu}(x),\quad \partial_{\alpha\dot\alpha}\bar\lambda^{\dot\alpha}(x) = -4\pi j^{(1)}_\alpha(x),\quad \partial^{\dot\alpha\alpha}\lambda_\alpha(x) = -4\pi\bar{j}^{(1)\dot\alpha}(x) \tag{25}$$

и $D(x) = -4\pi j^{(0)}$, на которые распадается суперполевое уравнение (16) в результате подстановки представления (14) и компонентного разложения супертока в виде

$$\begin{aligned}\mathcal{J} &= -4j^{(0)} + 4\theta^\alpha j^{(1)}_\alpha - 4\bar\theta_{\dot\alpha}\bar{j}^{\dot\alpha(1)} - 4(\theta\sigma_\rho\bar\theta)j^{(2)\rho} - \\ &\quad -2i\theta\theta\bar\theta_{\dot\alpha}\partial^{\dot\alpha\alpha}j^{(1)}_\alpha + 2i\bar\theta\bar\theta\theta^\alpha\partial_{\alpha\dot\alpha}\bar{j}^{(1)\dot\alpha} + \theta\theta\bar\theta\bar\theta\Box j_0.\end{aligned} \tag{26}$$

Явный вид компонент (26) токового мультиплета $\mathcal{J}(x,\theta,\bar\theta)$, в свою очередь, находится из интегральных представлений (22–23) после действия на них дифференциальными операторами Д'Аламбера и Дирака. В результате для электромагнитного тока получаем представление

$$\begin{aligned}j^{(2)}_\mu &= e\int d\tau\Big[\dot{y}_\mu - \epsilon_{\mu\nu\rho\lambda}\dot{y}^\nu(\xi\sigma^\rho\bar\xi)\partial^\lambda + \frac{1}{4}\xi\xi\bar\xi\bar\xi\dot{y}^\nu\left(\partial_\mu\partial_\nu - \eta_{\mu\nu}\Box\right) + \\ &\quad + \left(\xi\xi(\dot{\bar\xi}\tilde\sigma_{\mu\rho}\bar\xi) + (\dot\xi\sigma_{\mu\rho}\xi)\bar\xi\bar\xi\right)\partial^\rho\Big]\delta^{(4)}(s_0),\end{aligned} \tag{27}$$

которое является суперсимметричным обобщением электромагнитного тока в подходе Уилера–Фейнмана. Из явного вида (27) следует закон сохранения электромагнитного тока $(\partial^\mu j^{(2)}_\mu = 0)$. Для спинорной компоненты супертока $\mathcal{J}$ (26) находим

$$\begin{aligned}j^{(1)}_\alpha &= e\int d\tau\Big[\dot{y}_\mu\Big((\sigma^\mu\bar\xi)_\alpha - \frac{i}{2}\xi_\alpha\bar\xi\bar\xi\partial^\mu - i(\sigma^{\mu\rho}\xi)_\alpha\bar\xi\bar\xi\partial_\rho\Big) + \\ &\quad + i\dot\xi_\alpha\bar\xi\bar\xi - \frac{1}{2}(\sigma^\rho\dot{\bar\xi})_\alpha\xi\xi\bar\xi\bar\xi\partial_\rho\Big]\delta^{(4)}(s_0)\,.\end{aligned} \tag{28}$$

Аналогичное выражение для $\bar{j}^{(1)}_{\dot\alpha}$ получаем комплексным сопряжением $\bar{j}^{(1)}_{\dot\alpha} = (j^{(1)}_\alpha)^*$.

Выражения (22)–(28) для полей и токов могут быть упрощены использованием тождества Дирака $\Box\delta(s_0^2) = -4\pi\delta^{(4)}(s_0^\mu)$.

Введение грассмановых переменных в теорию действия на расстоянии позволяет учесть вклад спиновых степеней свободы заряженных частиц в классическом пределе $\hbar \mapsto 0$. Этот эффект появляется уже в статическом приближении, когда $\dot{\mathbf{y}} = \dot\xi = \dot{\bar\xi} = 0$ и компоненты электромагнитного 4-потенциала $v^\mu = (v_0, \mathbf{v})$ после прямого вычисления интегралов (22) в калибровке $\tau = y_0$ можно представить в виде

$$\begin{aligned}&v_0 = \frac{e}{r} + e\pi\xi_0^2\bar\xi_0^2\delta^{(3)}(\mathbf{r}), \qquad \mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{y},\\ &\mathbf{v} = e\frac{[\boldsymbol{\Sigma}\times\mathbf{r}]}{r^3}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = (\xi_0\sigma\bar\xi_0), \quad \xi_0^\alpha = \xi_0^\alpha\Big|_{\tau=x_0}.\end{aligned} \tag{29}$$

Из (22) видно, что, в отличие от результатов Уилера–Фейнмана, мы получаем ненулевую величину 3-векторного потенциала $\mathbf{v}$, который порождается магнитным моментом частицы $\boldsymbol{\Sigma}$, пропорциональным среднему от оператора спина частицы-источника $\boldsymbol{\sigma}$.

Второй физический эффект, обусловленный введением грассмановых переменных, состоит в появлении дополнительного слагаемого пропорционального $\delta^{(3)}(\mathbf{r})$ в скалярном потенциале v_0. Для выяснения физического смысла этого слагаемого применим оператор Лапласа к уравнению для v_0 из (29).

$$\triangle v_0 = -4\pi[\frac{e}{2}\delta^{(3)}(\mathbf{r}+\boldsymbol{\Sigma}) + \frac{e}{2}\delta^{(3)}(\mathbf{r}-\boldsymbol{\Sigma})]. \tag{30}$$

Из выражения для плотности заряда в правой части (30) видно, что учет спина частицы приводит к “размазыванию” ее точечного заряда e по области пространства масштаба комптоновской длины волны. Указанный эффект протяженности заряженных суперчастиц обусловлен рождением электронно-позитронных пар — “Zitterbewegung”-эффект, который не исчезает в рассматриваемом здесь пределе $\hbar \mapsto 0$, поскольку в этом пределе не исчезает вклад спиновых степеней свободы частицы.

Выход за рамки статического приближения позволяет, как видно из представления (22), учесть вклад спин-орбитального взаимодействия и последующих слагаемых в выражении для гамильтониана взаимодействия заряженных фермионов [9], представленного в виде ряда по степеням v/c.

Авторы благодарят А.И.Ахиезера, Д.В.Волкова, С.В.Пелетминского, И.А.Бандоса, А.П.Рекало и Ю.П.Степановского за плодотворное обсуждение и критические замечания. Работа частично поддержана грантом RY9000 Международного Научного Фонда Сороса и фондом ГКНТ Украины по программе фундаментальных исследований.

---

1. J.A.Wheeler and R.P.Feynman, Rev. Mod. Phys. **21**, 425 (1949).
2. А.А.Желтухин, В.В.Тугай, Письма в ЖЭТФ **58**, 246 (1993).
3. Д.В.Волков, В.П.Акулов, Письма в ЖЭТФ **16**, 621 (1972).
4. Ю.Весс, Дж.Беггер, Суперсимметрия и супергравитация, М.: Мир, 1986.
5. В.И.Огиевецкий, Л.Мезинческу, УФН **117**, 637 (1975).
6. P.A.M.Dirac, Proc. Roy. Soc. **A167**, 148 (1938).
7. M.Kalb and P.Ramond, Phys. Rev. **D9**, 2273 (1974).
8. М.Грин, Дж.Шварц, Э.Виттен, Теория суперструн, М.: Мир, 1990, т.1,2.
9. А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий, Квантовая электродинамика, М.: Наука, 1969.