Письма в ЖЭТФ, том 60, вып.6, стр.442 - 445 © 1994г. 25 сентября

О БЕГУЩИХ МЕЛКОМАСШТАБНЫХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ВИХРЯХ

В.П.Силин

Физический институт им П.Н.Лебедева РАН
117924 Москва, Россия

Поступила в редакцию 28 июля 1994 г.
После переработки 6 августа 1994 г.

Дано аналитическое описание бегущей периодической структуры мелкомасштабных вихрей в сильно диссипативном пределе нелокальной джозефсоновской электродинамики.

В последнее время начаты теоретические исследования движущихся джозефсоновских вихревых структур с характерным пространственным масштабом, меньшим лондоновской длины, когда необходимо пользоваться нелокальной джозефсоновской электродинамикой [1-3] (ср. также [4-7] для случая тонких сверхпроводящих пленок). В отличие от локальной джозефсоновской электродинамики, базирующейся на уравнении синус-Гордона, в нелокальной электродинамике нет единого подхода к отысканию возможных нелинейных решений. Поэтому число полученных на сегодняшний день решений, описывающих движущиеся мелкомасштабные вихревые структуры, невелико. Так в работах [3,8] получено первое точное решение в бездиссипативном пределе, описывающее бегущий 4π-кинк. В работе [9] получено точное решение для бегущего кинка в сильнодиссипативном пределе. Наконец, в работе [10] найдены решения, описывающие пространственно периодические бездиссипативные бегущие вихревые структуры, которые в пределе большого расстояния между составляющими такие структуры вихрями переходят в бегущий 4π-кинк.

В настоящем сообщении мы даем описание новой бегущей периодической структуры джозефсоновских вихрей в сильно диссипативном случае. Эта структура в пределе большого расстояния между отдельными вихрями переходит в кинк работы [9]. В то же время, приводимое ниже решение позволяет усмотреть переход к периодической статической мелкомасштабной структуре с магнитным полем работы [10].

Интересующая нас мелкомасштабная структура вихрей дается решением уравнения

$$\sin\varphi + \frac{\beta}{\omega_j^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{l}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dz'}{z'-z}\frac{\partial\varphi(z',t)}{\partial z'} + i, \tag{1}$$

где φ – разность фаз куперовских пар по разные стороны джозефсоновского перехода, ω_j – джозефсоновская частота, β – отвечает описанию обычной диссипации, $l = \lambda_0^3(\lambda_+^2+\lambda_-^2)^{-1}$, λ_+ и λ_- – лондоновские длины с разных сторон перехода, $\lambda_0^3 = \lambda_j^2(\lambda_+ + \lambda_- + 2d)$, λ_j – джозефсоновская длина, $2d$ – ширина перехода, а $i = j/j_c$ – безразмерная плотность тока, которая предполагается однородно распределенной по контакту (ср. [9] и [11]). Это уравнение отвечает сильнодиссипативному пределу мелкомасштабной вихревой структуры с пространственным масштабом, меньшим лондоновских глубин.

Следует уточнить используемую нами новую терминологию. Под мелкомасштабной структурой понимается структура с пространственным масштабом, меньшим лондоновской длины. В частности, рассматриваемое ниже состояние с магнитным полем, вектор напряженности которого лежит в плоскости джозефсоновского перехода, является бегущим смешанным состоянием с периодической структурой с периодом (ср. [10])

$$L = \frac{\phi_0}{2\pi(\lambda_+ + \lambda_- + 2d)\bar{H}},$$

где $\bar{H}$ – усредненное вдоль контакта магнитное поле. Очевидно, что такой период оказывается меньше лондоновской глубины тогда, когда напряженность магнитного поля еще не достигает величины нижнего критического поля, но близко к нему (ср. [10]).

Уравнение (1), согласно работам [2,3,6,7,8,9], возникает именно тогда, когда характерный пространственный масштаб вихревых структур мал по сравнению с лондоновской глубиной. В этом заключается единственное отличие используемой нами модели от обычной. Отметим, что переход к обычной локальной джозефсоновской электродинамике осуществляется не с помощью асимптотического уравнения (1), а с помощью нелокального уравнения для разности фаз куперовских пар, полученного в работе [1] (см. также [2, 3]), двумя асимптотическими пределами которого являются либо уравнение (1) (уравнение Пайерлса), либо уравнение синус-Гордона, составляющее основу локальной джозефсоновской электродинамики.

Предлагаемая периодическая структура описывается следующей формулой:

$$\varphi(z,t) = \theta + \pi + 2\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}[(z+vt)/2L]}{\operatorname{th}(\alpha/2)}. \tag{2}$$

Для пояснения возникновения такого решения заметим, что

$$\frac{l}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dz'}{z'-z}\frac{\partial\varphi(z',t)}{\partial z'} = \frac{l}{L}\frac{\sin[(z+vt)/L]}{\cos[(z+vt)/L]-\operatorname{ch}\alpha},$$

$$\frac{\beta}{\omega_j^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{\beta v}{\omega_j^2 L}\frac{\operatorname{sh}\alpha}{\operatorname{ch}\alpha-\cos[(z+vt)/L]},$$

$$\sin\varphi = -\frac{\cos\theta\operatorname{sh}\alpha\sin[(z+vt)/L]}{\operatorname{ch}\alpha-\cos[(z+vt)/L]} + \sin\theta\left[ch\alpha - \frac{\operatorname{sh}^2\alpha}{\operatorname{ch}\alpha-\cos[(z+vt)/L]}\right].$$

Легко видеть, что подстановка приведенных выражений в уравнение (1) дает следующие соотношения, определяющие θ и α:

$$\sin\theta\operatorname{ch}\alpha = i, \qquad \cos\theta\operatorname{sh}\alpha = (l/L), \tag{3}$$

а скорость v движущейся структуры вихрей определяется формулой

$$v = (\omega_j^2 Li/\beta)\operatorname{th}\alpha. \tag{4}$$

Нетрудно видеть, что

$$\cos^2\theta = \left(\frac{1}{4}\left[i^2 + \frac{l^2}{L^2} - 1\right]^2 + \frac{l^2}{L^2}\right)^{1/2} - \frac{1}{2}\left[i^2 + \frac{l^2}{L^2} - 1\right], \tag{5}$$

$$\mathrm{sh}^2\alpha = \left(\frac{1}{4}\left[i^2 + \frac{l^2}{L^2} - 1\right]^2 + \frac{l^2}{L^2}\right)^{1/2} + \frac{1}{2}\left[i^2 + \frac{l^2}{L^2} - 1\right], \tag{6}$$

$$v = \frac{\omega_j^2}{\beta}\left\{\left(\frac{1}{4}\left[i^2 + \frac{l^2}{L^2} - 1\right]^2 + \frac{l^2}{L^2}\right)^{1/2} + \frac{1}{2}\left[i^2 - \frac{l^2}{L^2} - 1\right]\right\}^{1/2}. \tag{7}$$

В пределе $i = 0$, когда согласно (5) и (7) имеем $v = 0$ и $\theta = 0$, решение (2) переходит в статическое периодическое решение работы [10]. В другом пределе $L \to \infty$ периодическая структура джозефсоновских вихрей (2) вырождается в бегущий кинк работы [9].

Магнитное поле внутри перехода описывается формулой (ср. [9])

$$H_y(z,t) = -\bar{H} + \delta H_y(z + vt), \tag{8}$$

где для усредненного поля имеем обычное выражение

$$\bar{H} = \frac{\phi_0}{2\pi L(\lambda_+ + \lambda_- + 2d)}, \tag{9}$$

а осциллирующая часть имеет вид

$$\delta H_y(z + vt) = -\frac{\phi_0}{2\pi(\lambda_+^2 + \lambda_-^2)}\left\{\alpha - \ln\left(2\left[\mathrm{ch}\alpha - \cos\frac{z + vt}{L}\right]\right)\right\} =$$

$$= -\frac{\phi_0}{\pi(\lambda_+^2 + \lambda_-^2)}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}e^{-n\alpha}\cos\frac{n(z + vt)}{L}. \tag{10}$$

Здесь $\phi_0 = \pi\hbar c/|e| = 2,05 \cdot 10^{-7}$ Э·см^2 – квант магнитного потока. Соотношение (9) позволяет видеть, что бегущая периодическая джозефсоновская структура является мелкомасштабной при магнитных полях, еще не достигающих величины нижнего критического поля. Магнитное поле в сверхпроводниках описывается формулой (3.5) работы [10], в которой следует заменить z на $z + vt$ и использовать выражение для α, определенное выше формулой (6).

Наконец, электрический потенциал на переходе дается формулой

$$V = -\frac{\hbar}{2|e|}\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{\hbar v}{2|e|L}\frac{\mathrm{sh}\alpha}{\cos[(z + vt)/L] - \mathrm{ch}\alpha} =$$

$$= -\frac{\hbar v}{2|e|L}\left\{1 + \sum_{k=1}^{\infty}2e^{-k\alpha}\cos\left(k\frac{z + vt}{L}\right)\right\}. \tag{11}$$

В частности, среднее по периоду значение электрического потенциала связано с безразмерной плотностью тока i соотношением

$$\bar{V} = -\frac{\hbar\omega_j^2}{2|e|\beta}\left\{\left(\frac{1}{4}\left[i^2 + \frac{l^2}{L^2} - 1\right]^2 + \frac{l^2}{L^2}\right)^{1/2} + \frac{1}{2}\left[i^2 - \frac{l^2}{L^2} - 1\right]\right\}^{1/2}. \tag{12}$$

В пределе малых и больших значений i средний потенциал линейно зависит от плотности тока. При этом при малых значениях тока сопротивление зависит от масштаба L, то есть от среднего магнитного поля, а при больших – от

магнитного поля не зависит. Все это качественно отличает рассматриваемый нами случай мелкомасштабной структуры от обычного (ср. [9]).

Подчеркнем, что при $i = 1$ наша формула (12) дает в отличие от работы [9] конечное значение потенциала. Сингулярная вольтамперная характеристика работы [9] (см. ф-лу (31) возникает из формулы (12) в пределе $L \gg l$ и при

$$0 > 1 - \epsilon^2 \gg (l/L)^2).$$

Правая часть этого неравенства отвечает устранению сингулярности.

Итак, в сильнодиссипативном пределе получено аналитическое решение основного уравнения нелокальной джозефсоновской электродинамики, описывающее бегущую цепочку периодических мелкомасштабных вихрей.

Выражаю признательность А.Гуревичу, приславшему мне оттиск своей статьи [9]. Настоящая работа поддерживается Научным советом по проблеме ВТСП и выполнена в рамках проекта N 93015 Государственной программы "Высокотемпературная сверхпроводимость".

---

1. Ю.М.Алиев, В.П.Силин, С.А.Урюпин, Сверхпроводимость: физика, химия, техника **5**, 228 (1992).
2. A.Gurevich, Phys. Rev. B **46**, 3187 (1992).
3. Ю.М.Алиев, В.П.Силин, ЖЭТФ **104**, 2526 (1993).
4. Ю.М.Иванченко, Т.К.Соболева, Письма в ЖЭТФ **51**, 100 (1990).
5. Yu.M.Ivanchenko and T.K.Soboleva, Phys. Lett. A **147**, 65 (19990).
6. R.G.Mints and I.B.Snapiro, Physica A **200**, 426 (1993).
7. R.G.Mints and I.B.Snapiro, Phys. Rev. B **49**, 6188 (1994).
8. Yu.M.Aliev and V.P.Silin, Phys. Letters **A117**, 259 (1993).
9. A.Gurevich, Phys. Rev. B **48**, 12857 (1993).
10. Г.Л.Алфимов, В.П.Силин, ЖЭТФ **106**, 671 (1994).
11. A.Barone and G.Paterno, Physics and Applications of the Josephson effect, N.Y., Wiley, 1982.