

МАГНИТНЫЕ МОМЕНТЫ ПРОТОНА И НЕЙТРОНА В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

Б.Л.Иоффе, А.В.Смилга

В непертурбативной КХД без использования каких-либо моделей вычисляются магнитные моменты нуклонов. Показана существенная роль в определении магнитных моментов магнитной восприимчивости кваркового конденсата. Результаты расчета находятся в хорошем согласии с опытом.

Вычисление магнитных моментов нуклонов является одной из первоочередных задач КХД. Тем не менее, эта задача до сих пор не получила своего решения. В настоящей работе будет показано, что такое вычисление может быть проведено с помощью обобщения правил сумм КХД, предложенных в работе ¹ и распространенных на случай барионов в ^{2,3}.

Мы будем изучать поляризационный оператор

$$\Pi(p) = i \int d^4x e^{ipx} \langle 0 | T \{ \eta(x), \bar{\eta}(0) \} | 0 \rangle, \quad (1)$$

где

$$\eta_p(x) = (u^a C \gamma_\mu u^b) \gamma_5 \gamma_\mu d^c \epsilon^{abc}, \quad \bar{\eta}_n(x) = (d^a C \gamma_\mu d^b) \gamma_5 \gamma_\mu u^c \epsilon^{abc} \quad (2)$$

– кварковые токи с квантовыми числами протона и нейтрона, u^a и d^a – поля u - и d -кварков. Для нахождения магнитных моментов нуклонов будем считать, что кварки находятся в постоянном электромагнитном поле $F_{\mu\nu}$ и рассматривать в (1) члены, линейные по $F_{\mu\nu}$.

В духе правил сумм КХД будем, с одной стороны, вычислять $\Pi(p)$ в области $p^2 < 0$, $|p^2| \sim 1 \text{ ГэВ}^2$ с помощью операторного разложения, представляя (1) в виде ряда по $1/|p^2|$ с коэффициентами, выражающимися через вакуумные средние (в.с.) от различных операторов; с другой стороны, записывать ту же величину в виде матричных элементов, взятых по физическим состояниям. При проведении такой программы для поляризационного оператора во внешнем поле возникают две важные особенности, отличающие этот случай от случая поляризационного оператора без внешнего поля $\Pi^{(0)}(p)$, используемого для вычисления масс.

1) В операторном разложении для $\Pi(p)$ во внешнем поле проявляются новые в.с., отсутствовавшие в $\Pi^{(0)}(p)$. В нашем случае из таких в.с. наиболее важно $\langle 0 | \bar{\psi}_q \sigma_{\mu\nu} \psi_q | 0 \rangle$, $\psi_q = u, d$. В присутствии внешнего электромагнитного поля $\langle 0 | \bar{\psi}_q \sigma_{\mu\nu} \psi_q | 0 \rangle \neq 0$ и в линейном по полю приближении пропорционально $F_{\mu\nu}$: $\langle 0 | \bar{\psi}_q \sigma_{\mu\nu} \psi_q | 0 \rangle = \chi_q F_{\mu\nu} \langle 0 | \psi \psi | 0 \rangle$. Коэффициент χ_q имеет смысл магнитной восприимчивости кваркового конденсата. Мы будем предполагать, что χ_q пропорционально заряду кварка $\chi_q = e_q \chi$. Такое предположение соответствует пренебрежению вкладом замкнутых петель, что выполняется для вакуумных флуктуаций типа инстантонных и подтверждается расчетами на решетках. При написании операторного разложения нужно иметь в виду, что поскольку нас интересуют члены, линейные по полю, характерной величиной, определяющей степени $1/p^2$ для в.с. операторов, пропорциональных $F_{\mu\nu}$, является не обычная размерность d , а величина $d_{\text{эфф}} = d - 2$. Для $\langle 0 | \bar{\psi}_q \sigma_{\mu\nu} \psi_q | 0 \rangle$ $d_{\text{эфф}} = 1$, т.е. размерность его минимальна. Следующую по величине размерность $d_{\text{эфф}} = 3$, помимо кваркового конденсата $\langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle$, имеет также в.с. $(g_s/2) \langle 0 | \bar{\psi}_q G_{\mu\nu}^a \lambda^a \psi_q | 0 \rangle = e_q \kappa F_{\mu\nu} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle$, где $G_{\mu\nu}^a$ – напряженность глюонного поля. Размерностью $d_{\text{эфф}} = 5$ обладает большое число операторов с неизвестными в.с.

2) При представлении $\Pi(p)$ через матричные элементы по физическим состояниям основной интерес представляет отвечающий диаграмме рис.1, а член $\langle 0 | \eta | N \rangle \langle N | j^e | N \rangle \langle N | \bar{\eta} | 0 \rangle (p^2 - m^2)^{-2}$, выражающийся через магнитный момент нуклона и имеющий полюс второго порядка по $p^2 - m^2$ (m – масса нуклона). Помимо него, однако, возникают чле-

ны, имеющие полюса первого порядка по $p^2 - m^2$, соответствующие диаграммам рис. 1, б, где в жирной вершине исключен вклад промежуточного однонуклонного состояния Борелевское преобразование членов первого типа дает фактор $\frac{1}{M^2} \exp(-m^2/M^2)$, а второго — $\exp(-m^2/M^2)$. Поэтому члены второго типа не оказываются экспоненциально подавленными по сравнению с первыми, и учет их является совершенно необходимым ¹⁾.

Линейные по $F_{\mu\nu}$ члены в $\Pi(p)$ (1) выражаются через 3 тензорных структуры: $\sigma_{\mu\nu} \hat{p} + \hat{p} \sigma_{\mu\nu}$, $\sigma_{\mu\nu}$ и $(p_\mu \gamma_\nu - p_\nu \gamma_\mu) \hat{p}$. Мы будем рассматривать правила сумм только при первой и третьей структурах. Вторая структура неудобна тем, что при используемой в дальнейшем процедуре основной член оказывается подавленным, и все определяется неизвестными в с. высших размерностей. Третья структура содержит по сравнению со второй два лишних импульса в числителе, что приводит к численному подавлению вклада в с. высших размерностей и уменьшению роли высших состояний (континуума) в правилах сумм. Правила сумм после преобразования Бореля имеют вид (для протона):

$$e_u M^4 E_1(M) L^{4/9} + \frac{a^2 L^{4/3}}{3M^2} \left[-(e_d + \frac{2}{3}e_u) + \frac{e_u}{3} \kappa + 2e_u \chi (M^2 - \frac{m_0^2}{8}) L^{-16/27} \right] =$$

$$= (\tilde{\lambda}^2/4) \exp(-m^2/M^2) [(\mu_p/M^2) + A_p] \quad (3)$$

$$m a \left\{ (e_u + \frac{1}{2}e_d) L^{8/9} - \frac{1}{3}e_d \chi M^2 [E_0(M) + \frac{7\pi^2}{36M^4} \langle 0 | \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^2 | 0 \rangle] L^{8/27} \right\} =$$

$$= (\tilde{\lambda}^2/4) \exp(-m^2/M^2) [(\mu_p^a/M^2) + B_p] \quad (4)$$

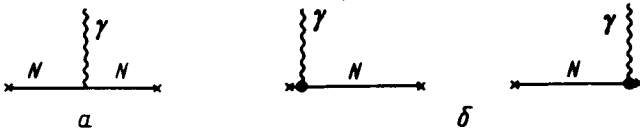
где

$$a = (2\pi)^2 | \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle |, \quad g_s \langle 0 | \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} (\lambda^a/2) G_{\mu\nu}^a \psi | 0 \rangle = m_0^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle,$$

$$E_0(M) = 1 - \exp(-W^2/M^2), \quad E_1(M) = 1 - \exp(-W^2/M^2) (1 + W^2/M^2) \quad (5)$$

$$L = \ln(M/\Lambda) / \ln(\mu/\Lambda) \quad \Lambda \approx 100 \text{ МэВ}, \quad \tilde{\lambda}^2 = 2 (2\pi)^4 \lambda^2$$

λ — определенная в ^{2,3} амплитуда перехода протона в ток η_p , W — порог континуума, $\mu \approx 0,5$ ГэВ точка нормировки, μ_p и μ_p^a — полный и аномальный магнитные моменты протона. Постоянные A_p и B_p в правых частях (3), (4) учитывают вклады диаграмм рис. 1, б. Правила сумм для нейтрона получаются из (3), (4) заменами $e_u \rightleftharpoons e_d$, $\mu_p, \mu_p^a \rightarrow \mu_n, A_p \rightarrow A_n, B_p \rightarrow B_n$.



Чтобы избавиться от неизвестных постоянных A, B , применим к (3), (4) оператор $\partial/\partial(1/M^2 + m^2)$. Затем умножим (3) для протона на e_d , для нейтрона на e_u и вычтем одно из другого. Умножим далее (4) для протона на e_u , для нейтрона на e_d и также вычтем одно из другого. В результате получим два соотношения между μ_p и μ_n , не содержа-

¹⁾ Члены такого же вида появляются при вычислениях магнитных моментов на решетках. Поэтому результаты в расчетах на решетках, полученные без их учета ^{4,5}, нам представляются необоснованными.

ших неизвестных параметров χ и κ

$$\mu_p e_d - \mu_n e_u = \frac{4}{3} a^2 \tilde{\chi}^{-2} \exp(m^2/M^2)(e_u^2 - e_d^2) [\partial/\partial(1/M^2) + m^2] \frac{1}{M^2} L^{4/3}$$

$$\mu_p^a e_u - \mu_n e_d = 4a m \tilde{\chi}^{-2} \exp(m^2/M^2)(e_u^2 - e_d^2) [\partial/\partial(1/M^2) + m^2] L^{3/4}.$$

(6)

Пренебрежем аномальными размерностями и вкладом континуума. Тогда $\tilde{\chi}^2 \exp(-m^2/M^2) = 2aM^4/m$. Полагая в (6) $M=m$ и решая линейные уравнения относительно μ_p и μ_n , получаем ($e_u = 2/3$, $e_d = -1/3$).

$$\mu_p = \frac{8}{3} \left(1 + \frac{1}{6} \frac{a}{m^3}\right), \quad \mu_n = -\frac{4}{3} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{a}{m^3}\right) \quad (7)$$

Величина кваркового конденсата a известна, $a = 0,55 \text{ ГэВ}^3$. Подставляя в (7) числа, находим $\mu_p = 2,96$, $\mu_n = -1,93$ в сравнении с экспериментальными значениями $\mu_p = 2,79$, $\mu_n = -1,91$. Учет аномальных размерностей и континуума в пределах ожидаемой ошибки ($\sim 10\%$) не меняет результатов. Из (3), (4) может быть определена величина магнитной восприимчивости кваркового конденсата $\chi = (300 \pm 50 \text{ МэВ})^{-2}$. χ численно велико, так что магнитную восприимчивость кваркового конденсата необходимо учитывать при рассмотрении статических электромагнитных свойств адронов в КХД. Так же могут быть найдены постоянные A и B , стоящие в правых частях (3), (4): $A_p = 5,3 \text{ ГэВ}^{-2}$, $A_n = -2,4 \text{ ГэВ}^{-2}$, $B_p = 2,2 \text{ ГэВ}^{-2}$, $B_n = -3,6 \text{ ГэВ}^{-2}$. При $M^2 \sim 1 \text{ ГэВ}^2$ их вклад в (3), (4) такого же порядка, как и вклад от членов $\mu_{p,n}/M^2$.

Литература

1. Shifman M., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. Nucl. Phys., 1979, B147, 385, 448.
2. Ioffe B.L. Nucl. Phys., 1981, B188, 317; 1981, (E) B191, 591.
3. Беляев В.М., Иоффе Б.Л. ЖЭТФ, 1982, 83, 876.
4. Bernard C. et al. Phys. Rev. Lett., 1982, 49, 1076.
5. Martinelli et al. Preprint CERN-TH 3334, 1982.

Институт
экспериментальной и теоретической физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
28 января 1983 г.