Письма в ЖЭТФ, вып. 6, стр. 272 –275 *20 марта 1983 г.*

ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В АТОМНОМ ПОТЕНЦИАЛЕ : КЛАССИЧНОСТЬ СПЕКТРА ЗАКОНЫ ПОДОБИЯ

В.И.Коган, А.Б.Кукушкин

Развита простая классическая теория тормозного излучения килоэлектронвольтных электронов в томас-фермиевском потенциале, позволяющая универсализовать обширный массив соответствующих квантовых численных расчетов, в свою очередь хорошо подтверждаемых недавними экспериментами.

1. Введение. Задача о спектре тормозного излучения (ТИ) электронов на многоэлектронном атоме практически решается только в приближении статического потенциала атома, применимость которого еще недостаточно исследована (см. [1] и цитированные там работы). Недавние эксперименты [2] для килоэлектронвольтных энергий электронов E (и дифференциального по углу вылета фотона θ сечения ТИ) очень хорошо согласуются с результатами соответствующих численных квантовых расчетов [3] и тем самым демонстрируют применимость, для интегрально существенных частот спектра ТИ, статической модели атома.

Благодаря этому теория ТИ в статическом атомном потенциале приобретает значительно больший практический интерес, так что для интересующей нас задачи – спектра ТИ, интегрального по θ – существующий, численный уровень описания [4,5] недостаточен и должен быть, по возможности, заменен физически адекватным аналитическим описанием. Оказывается, что как раз для килоэлектронвольтных энергий электронов этого можно достичь на простой *классической* основе в рамках томас-фермиевской (ТФ) модели атома. Получаемые при этом *законы подобия* позволяют универсализовать обширный массив соответствующих численных квантовых результатов [4,5].

2. Классичность спектра. Получение и исследование квантовой поправки к классическому пределу матричного элемента радиационного перехода в непрерывном спектре в центральном потенциале [6] показывает, что „интегральным" параметром квазиклассичности спектра ТИ на ТФ атоме (качественным аналогом параметра $Ze^2/\hbar v$ для ТИ в кулоновском случае, см.[7])

является параметр $1/\epsilon \sim Z^{4/3}/E_{\text{ат. ед.}}$ так что (в рамках статической модели атома) спектр тем более классичен, чем меньше ϵ.

Этот вывод хорошо согласуется с анализом всего массива численных квантовых расчетов [4,5] для нейтральных атомов: соответствующие спектральные гаунт-факторы для $\epsilon \lesssim 1$ и $Z \gtrsim 20$ с точностью $10 \div 20$ % оказываются функциями только от „натуральных" переменных классического спектра (ω – частота излучения, Z – атомный номер)

$$\epsilon = \frac{b\hbar^2}{m e^4}\frac{E}{Z^{4/3}} \approx 32,6\,\frac{E\,(\text{кэВ})}{Z^{4/3}}, \qquad \Omega = \sqrt{\frac{b^3}{2}}\,\frac{\hbar^3}{m e^4}\,\frac{\omega}{Z}, \quad b = 0,885, \tag{1}$$

(здесь уже $\hbar$ входит только как параметр фиксированного (ТФ) потенциала), причем с уменьшением ϵ степень классической параметризуемости улучшается, а для $\epsilon \gg 1$ она нарушается.

Отметим, что для ТИ на ионах в силу большей (по сравнению с нейтральным атомом) кулоновости их потенциала отклонение спектра от классического будет еще меньше.

3. „Транспортный" предел, „вращательное" приближение, спектры ТИ. В соответствии с п. 2 уместно строить описание спектров ТИ на классической основе. Полный классический, все еще весьма громоздкий численный расчет можно обойти, опираясь на два поддающихся аналитической трактовке предельных случая – „транспортный" предел ($\omega = 0$) и приближение больших частот, которые, как оказывается, достаточны для описания всего спектра с приемлемой точностью.

Для $\omega = 0$ гаунт-фактор, выражающийся, как известно, через транспортное сечение упругого рассеяния, приближенно вычисляется аналитически: для $\epsilon \lesssim 10^{-2}$ $g_0 = 4{,}34\,\epsilon^{4/3}$, для $\epsilon \gg 1$ $g_0 = \frac{\sqrt{3}}{\pi}\ln 2,1\,\epsilon$, для $10^{-2} \ll \epsilon \lesssim 1$ $g_0 = (4\sqrt{3}/\pi)\,\epsilon^2\,\bar{x}^{-2}(\epsilon)$, где $\chi(\bar{x}) = \epsilon\bar{x}$, $\chi(\bar{x})$ – универсальная функция ТФ [8] (точная табуляция g_0 – рис.1).

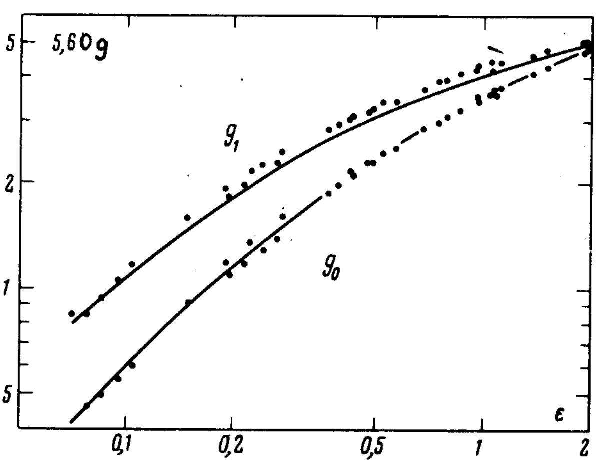

Рис.1. Универсальные функции $g_0(\epsilon)$ и $g_1(\epsilon)$ (кривые) и сравнение с ними соответствующих (перестроенных) результатов численных расчетов [4]

Для больших ω упрощение достигается путем построения нового, „вращательного" приближения [6], основанного на существовании приближенной однозначной связи излучаемой частоты ТИ с угловой скоростью поворота $\omega_{\text{вр}}$ электрона в точке его наибольшего сближения r_0 с центром поля. Соответствующая δ-функция $\delta[\omega - \omega_{\text{вр}}(r)]$ позволяет получить спектр ТИ, если ее ввести под интеграл $\int (r\,dU/dr)^2\sqrt{1 - U/E}\,dr$ [7], пропорциональный интегральным по спектру тормозным потерям. Для случая нейтрального ТФ атома получаем гаунт-фактор

$$g_{\text{вр}}(\Omega,\epsilon) = 3\,(\chi - y\chi')^2\left[\,2 + \frac{\chi - y\chi'}{\chi + \epsilon y}\right]^{-1}, \quad \Omega \gtrsim \tilde{\Omega} \sim \sqrt{\epsilon}/\bar{x}(\epsilon), \tag{2}$$

где $\chi \equiv \chi(y)$, $y \equiv y(\Omega,\epsilon)$ – корень уравнения $\chi + \epsilon y = \Omega^2 y^3$.

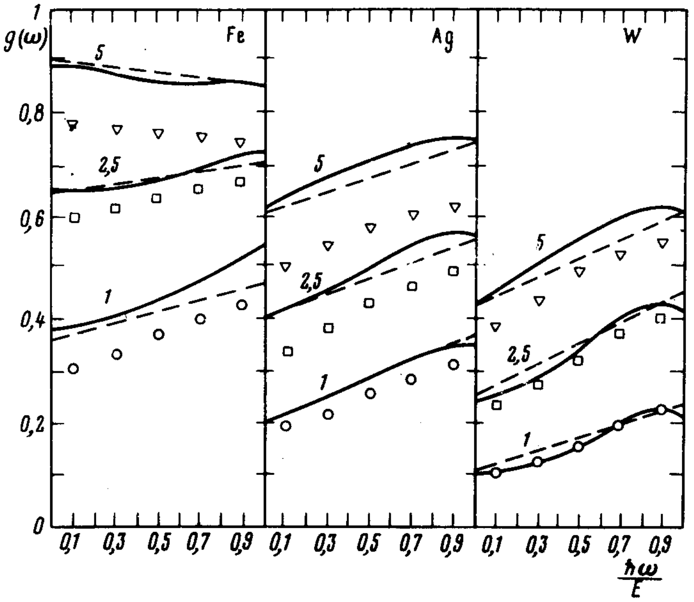

Рис.2. Сравнение спектров ТИ на нейтральных атомах Fe, Ag, W, рассчитанных по формуле (3) (пунктир), с результатами [4] (кривые) и [5] (круги, квадраты, треугольники). Цифры у кривых – энергия электронов в килоэлектронвольтах

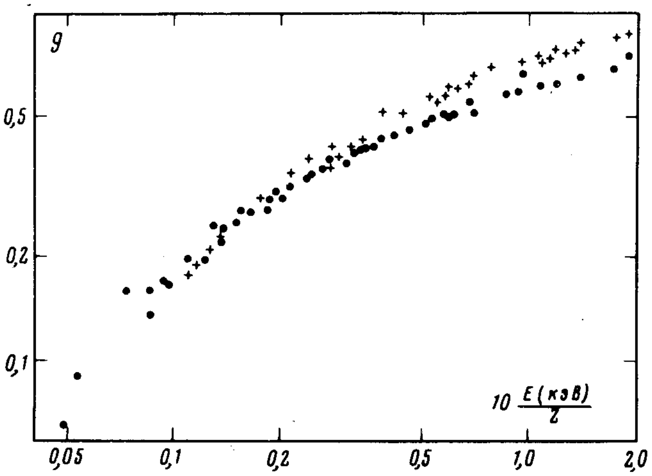

Рис.3. Перестройка результатов численных расчетов [4] (кресты) и [5] (точки) для $\omega = 0{,}9\ \omega_{max}$, иллюстрирующая закон подобия для коротковолновой границы спектра

Можно показать, что для области $\epsilon \leqslant 2$ упрощенной нижней (по Ω) границей применимости формулы (2) является прямая $\Omega = 2\epsilon$, так что соответствующая этому универсальная функция $g_{\text{вр}}(2\epsilon, \epsilon) \equiv g_1(\epsilon)$ (рис. 1) может быть использована, в сочетании с $g_0(\epsilon)$, для построения простейшего интерполяционного спектра: [1)]

$$g(\Omega, \epsilon) = g_0(\epsilon) + \frac{\Omega}{2\epsilon}[g_1(\epsilon) - g_0(\epsilon)]. \qquad (3)$$

Полученные таким образом спектры хорошо согласуются с результатами [4,5] (рис. 2). (Отметим, что в [4] использован потенциал не ТФ, а Хартри – Фока).

4. Законы подобия. Из п. п. 2, 3 следует, что натуральные переменные классического спектра ϵ и Ω являются приближенными параметрами подобия исходно квантового, более многопараметрического спектра ТИ. Это позволяет универсализовать все соответствующие спектры [4,5] в единое семейство кривых $g(\Omega, \epsilon)$ путем их перестройки к переменным Ω и ϵ. Благодаря выявленной в п. 3 роли „опорных" функций $g_0(\epsilon)$ и $g_1(\epsilon)$ в описа-

---

1) Формула (3), очевидно, дает ответ на нередко возникающий вопрос о величине „эффективного" заряда $Z^2_{\text{эфф}}(\omega, E, Z)$, ответственного за ТИ частоты ω.

нии $g\,(\Omega, \epsilon)$ общее сопоставление квантовых результатов с классическими достаточно провести на уровне этих функций. Для этой цели более удобны данные [4] (ввиду отсутствия точек для $\omega = 0$ в [5]), см. рис. 1.

Полученное аналитическое описание спектра ТИ позволяет выявить еще и закон подобия для его коротковолновой границы $\omega_{max} = E/\hbar$. А именно, благодаря слабой зависимости $g_{вр}$ от ϵ в области $\{\Omega \sim 2\epsilon,\ \epsilon \leqslant 2\}$ (в которую как раз попадает окрестность ω_{max}) для точек спектров с $\hbar\omega/E = \text{const} \approx 1$ гаунт-фактор оказывается функцией только от E/Z. Это свойство хорошо иллюстрируется анализом результатов [5] для максимальной рассчитанной там частоты $\omega = 0{,}9\,\omega_{max}$ и соответствующих результатов [4] (рис. 3).

Из всего сказанного следует, что для области $\epsilon \leqslant 2$, $Z \gtrsim 20$ спектры ТИ с изменением частоты от $\omega = 0$ до $\omega = \omega_{max}$ совершают плавный переход между двумя законами подобия – $G_0\,(E/Z^{4/3})$ и $G_{max}\,(E/Z)$.

Авторы благодарны В.И.Гервидсу за очень ценное сотрудничество в работах [7], А.Г.Жидкову – за указание статьи [2], В.С.Лисице – за обсуждение результатов.

Литература

1. *Жданов В.П.* ЖЭТФ, 1977, 73, 112; Препринт ИЯФ СО АН СССР, 80 – 110, Новосибирск, 1980.

2. *Semaan M., Quarles C.* Phys. Rev., 1982, **26A**, 3152.

3. *Tseng H.K., Pratt R.H., Lee C.M.* Phys. Rev., 1979, **19A**, 187.

4. *Lee C.M., Kissel L., Pratt R.H., Tseng H.K.* Phys. Rev., 1976, **13A**, 1714.

5. *Жданов В.П.* Физика плазмы, 1978, **4**, 128.

6. *Коган В.И., Кукушкин А.Б.* Препринт ИАЭ-3660/6, М., 1982.

7. *Гервидс В.И., Коган В.И.* Письма ЖЭТФ, 1975, **22**, 308: Препринт ИАЭ-2720, М., 1976.

8. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика, М.: Наука, 1974.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
14 февраля 1983 г.