

СТАБИЛИЗАЦИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ТАНГЕНЦИАЛЬНОГО РАЗРЫВА НА МЕЛКОЙ ВОДЕ ПРИ "СВЕРХЗВУКОВОМ" ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ

*С.В.Антипов, М.В.Незлин, В.К.Родионов,
Е.Н.Снежкин, А.С.Трубников*

Экспериментально показано, что в условиях (двумерной) "мелкой воды" оказывается правильным вывод Ландау¹ о стабилизации неустойчивости "сверхзвукового" тангенциального разрыва при $u > (2g^* H_0)^{1/2}$, где $2u$ — относительная скорость встречных течений, H_0 — глубина жидкости, g^* — эффективное ускорение силы тяжести. Полученный результат соответствует теории³.

В 1944 г. Ландау¹ пришел к выводу, что тангенциальный разрыв скорости плоского неограниченного течения в однородной сжимаемой жидкости должен быть устойчив, если величина скачка скорости $2u$ удовлетворяет условию

$$u > \sqrt{2} c_s, \quad (1)$$

где c_s — скорость звука. Позднее Сыроватский² показал, что этот вывод, вообще говоря, ошибочен, поскольку он основан на анализе не трехмерных, а лишь двумерных возмущений: в¹ учитывались возмущения вдоль скорости течения (ось X) и перпендикулярно плоскости разрыва (ось Y), но не учитывались возмущения вдоль оси Z , перпендикулярной осям X и Y ; иными словами, волновое число k_z возмущений по оси Z принималось равным нулю. В² было показано, что по отношению к трехмерным возмущениям ($k_z \neq 0$) тангенциальный разрыв неустойчив при всех условиях, в частности — и при условии (1).

Недавно Базденков и Погуце³ вновь рассмотрели неустойчивость тангенциального разрыва, но уже в другой геометрии, а именно — в условиях мелкой воды, глубина которой H_0 , т. е. размер вдоль оси Z , пренебрежимо мала по сравнению с масштабами λ возмущений вдоль осей X и Y . В³ теоретически показано, что тангенциальный разрыв на мелкой воде должен быть устойчив при условии

$$u > (2gH_0)^{1/2}, \quad (2)$$

где g — ускорение силы тяжести. Нетрудно видеть, что результаты (2) и (1) эквивалентны: в случае мелкой воды роль скорости звука играет характерная скорость гравитационных волн $(gH_0)^{1/2}$. Устойчивость в такой геометрии обусловлена тем, что при $H_0 \ll \lambda$ возмущениями по оси Z действительно можно пренебречь ($k_z \rightarrow 0$), и реализуется модель¹, к которой возражения² теперь уже не относятся.

Задачей нашей работы явилась экспериментальная проверка критерия "сверхзвуковой" стабилизации неустойчивости тангенциального разрыва на мелкой воде. Опыты были прове-

дены на установке, на которой ранее изучалась неустойчивость Кельвина – Гельмгольца встречных течений на мелкой воде во вращающейся системе⁴. Основой установки – рис. 1 – был сосуд с параболическим профилем дна, вращавшийся вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\Omega_0 \approx 11 \text{ с}^{-1}$ – так, что вода располагалась по поверхности сосуда ровным слоем приблизительно постоянной глубины. В плоскости дна сосуда располагались два независимых кольца шириной 4,5 см каждое, отстоявшие на расстоянии 1 мм одно от другого.

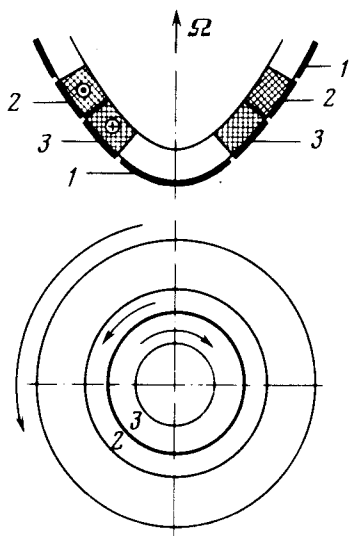


Рис. 1. Экспериментальная установка (см. ⁴): 1 – параболоид вращения диаметром 28 см (по верхней кромке), 2 и 3 – кольца, вращающиеся в противоположные стороны относительно параболоида. Слой воды, опирающиеся на кольца, заштрихованы; между ними жирными линиями условно показано место тангенциального разрыва. На виде сверху большая стрелка показывает направление глобального вращения параболоида, малые стрелки – направления вращения колец



Рис. 2. Возбуждение четвертой моды неустойчивости Кельвина – Гельмгольца. Линия "разрыва" скорости течений проходит через центры вихрей

Кольца могли вращаться вокруг вертикальной оси симметрии в противоположных направлениях – так, что угловые скорости колец относительно параболоида были одинаковы по абсолютной величине. Частота вращения колец относительно параболоида варьировалась, но всегда оставалась меньше частоты глобального вращения сосуда. Кольца увлекали слои жидкости, расположенные над ними, в локальное вращение и, таким образом, создавали встречные течения во вращающейся системе отсчета. Скорость этих течений на поверхности воды, как показали измерения, была приблизительно в 1,5 раза меньше скоростей колец. На границе между кольцами имел место "разрыв" скорости течений, характерная ширина которого Δ приблизительно равнялась глубине жидкости; последняя варьировалась в пределах 5 – 20 мм. Опыты показали, что если скорость встречных течений u превышает некоторый порог u_1 , то в системе возникает неустойчивость, приводящая к образованию вихрей, размеры которых λ вдоль поверхности воды всегда значительно больше глубины жидкости H_0 и ширины разрыва Δ . Число вихрей, укладываемых по периметру линии разрыва, зависит от надкритичности $\delta u = u - u_1$: при малой величине δu наблюдается 8 вихрей на длине разрыва 63 см (размер каждого из них – около 8 см); при увеличении скорости встречных течений число вихрей на линии разрыва (номер моды возмущения) уменьшается, а размеры вихрей соответственно растут; минимальное число вихрей равно трем. Типичный пример картины неустойчивости течений приведен на рис. 2, а зависимость размера вих-

рей λ от скорости встречных течений — на рис. 3. Относительная скорость течений равна $2u$, ротор течений параллелен вектору Ω_0 .

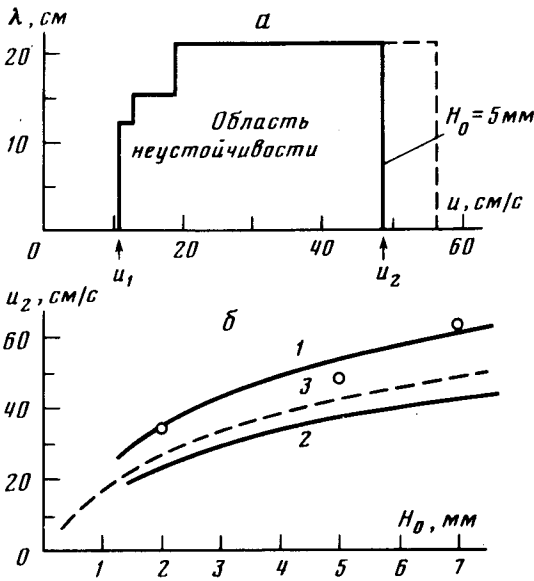


Рис. 3. а — Зависимость азимутального размера вихрей от скорости течений, измеренных в месте разрыва, на поверхности воды; б — зависимость порога u_2 стабилизации неустойчивости тангенциального разрыва от глубины жидкости: 1 — скорость колец, 2 — скорость течений, 3 — теоретическая скорость $(2g^*H_0)^{1/2}$

Наиболее интересный факт, иллюстрируемый рис. 3 и являющийся предметом исследования в данной работе, состоит в том, что при достаточно большой скорости встречных течений, превосходящей порог u_2 , рассматриваемая неустойчивость отсутствует. При этом течения имеют ламинарный характер, и траектории пробных частиц на поверхности жидкости выглядят как концентрические окружности с центрами на оси симметрии системы. Переход через второй порог устойчивости происходит скачком — без промежуточных состояний, свойственных переходу через первый порог (рис. 3, а). Соответственно, при уменьшении скорости течений от достаточно больших величин к меньшим на пороге u_2 возникают три крупных вихря, при дальнейшем уменьшении скорости — четыре вихря (рис. 2), затем — большее число вихрей, а при переходе через порог u_1 система возвращается в устойчивое состояние, с ламинарными течениями. На рис. 3, б показана зависимость скорости u_2 второго порога устойчивости (при подходе к нему со стороны больших скоростей)¹⁾ от глубины жидкости H_0 в месте "разрыва" скорости течений. Три кривые рис. 3, б имеют следующий смысл: верхняя — скорость колец относительно параболоида, нижняя — скорость течений, измеренная на поверхности жидкости, штриховая — скорость, равная $(2g^*H_0)^{1/2}$, где $g^* = g/\cos \alpha$ — ускорение равнодействующей силы тяжести и центробежной силы от глобального вращения жидкости (см. ⁵) и α — угол между направлением вектора угловой скорости вращения системы как целого и направлением нормали к поверхности параболоида в месте разрыва скорости течения (в наших опытах $\cos \alpha \approx 0,6$). Таким образом, из рис. 3, б видно, что стабилизация неустойчивости тангенциального разрыва при "сверхзвуковом" течении жидкости действительно наблюдается экспериментально при условии

$$u > (2g^*H_0)^{1/2}, \quad (3)$$

совпадающем с условием (2), предсказываемым теорией³.

Авторы выражают благодарность Б.Б.Кадомцеву за интерес к данной работе, С.В.Базденкову и О.П.Погуце — за плодотворные обсуждения, А.Н.Хватову — за помощь в проведении экспериментов.

1) Изучаемая неустойчивость обнаруживает гистерезис. В частности, порог u_2 повышается при подходе к нему со стороны меньших скоростей — рис. 3, а.

Литература

1. *Ландау Л.Д.* ДАН СССР, 1944, 44, 151; *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1953 г., стр. 394.
2. *Сыроватский С.И.* ЖЭТФ, 1954, 27, 121; *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1954 г., стр. 394.
3. *Базденков С.В., Погуце О.П.* Письма в ЖЭТФ, данный номер, стр. 317.
4. *Незлин М.В., Снежкин Е.Н., Трубников А.С.* Письма в ЖЭТФ, 1982, 36, 190.
5. *Антипов С.В., Незлин М.В., Снежкин Е.Н., Трубников А.С.* ЖЭТФ, 1982, 82, 145.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
21 февраля 1983 г.