

## ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ЕВКЛИДОВОМ И ГАМИЛЬТОНОВОМ ПОДХОДАХ В КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ НА РЕШЕТКЕ ПРИ КОНЕЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

В.П.Гердт, В.К.Митрюшкин

В работе изучались термодинамические свойства глюонного газа при конечных температурах в рамках калибровочной теории поля на решетке с  $SU(2)$ -симметрией. Методом Монте-Карло исследовалась температурная зависимость вильсоновской струны на симметричной ( $a_t = a_s$ ) и несимметричной ( $a_t \neq a_s$ ) решетках. Найдена связь между константами взаимодействия в обоих подходах, а также отношение констант перенормировки.

За последние годы был достигнут заметный прогресс в исследовании кварк-глюонного состояния вещества и физики фазовых переходов типа конфайнмент-деконфайнмент. В значительной степени этот прогресс связан с формулировкой теории калибровочных полей на решетке <sup>1</sup>.

Использование решеточной регуляризации при построении калибровочных теорий поля позволило привлечь метод Монте-Карло для численного исследования характера взаимодействия кварков и глюонов, различных фаз состояния вещества.

Существуют, как известно, различные модели калибровочных теорий поля на решетках.

Физические величины, определяемые в различных перенормировочных схемах, можно сравнить только тогда, когда известна связь между константами, входящими в разные модели.

Наша работа посвящена прямому непертурбативному сравнению голых констант взаимодействия с помощью Монте-Карло в евклидовом <sup>1</sup> и гамильтоновом <sup>2, 4</sup> подходах при конечной температуре.

В недавних работах <sup>3-5</sup> с помощью метода фонового поля ("background field") были проведены вычисления статсуммы в пределе слабой связи в этих двух подходах. Вычисления проводились в однопетловом приближении (в пределе  $a \rightarrow 0$ , где  $a$  — шаг решетки) и позволили установить соотношение между константами взаимодействия. Этот метод вычисления ограничен областью малых  $g^2(a)$ , в то время как наиболее интересные явления (фазовые переходы при конечных температурах и др.) происходят в области  $g^2(a) \sim 2$ . Поэтому представляет интерес прямое непертурбативное вычисление связи между константами взаимодействия. Такие вычисления, помимо того, что они являются проверкой теории на самосогласованность позволяют также установить связь между константами взаимодействия за пределами области слабой связи. В дальнейшем мы ограничимся случаем  $SU(2)$ -симметрии с периодическими граничными условиями.

В глюонном секторе евклидовой теории поля на решетке действие имеет вид <sup>1</sup>

$$S_E(U) = \beta_E \sum_P \left( 1 - \frac{1}{2} \text{Sp} U_P \right), \quad (1)$$

$$U_P = U_{ij} U_{jk} U_{kl} U_{li}.$$

Здесь  $U_{ij}$  — элемент группы  $SU(2)$ , соответствующий ребру  $(i, j)$  и  $\beta_E(a) = 4/g_E^2(a)$ , где  $g_E(a)$  — голая константа взаимодействия, зависящая от расстояния  $a$  между двумя соседними узлами  $i$  и  $j$ . Суммирование в (1) ведется по всем элементарным квадратам (плакеттам). В евклидовом подходе расстояние  $a$  не зависит от направления ребра  $(i, j)$ . При этом статсумма  $Z$  определяется следующим интегралом:

$$Z = \int [dU] e^{-S_E(U)}, \quad (2)$$

$$[dU] = \prod_{(i,j)} dU_{ij}$$

■  $dU_{ij}$  — мера Хаара на группе  $SU(2)$ . Средние от любой величины  $O(U)$  равняются

$$\langle O \rangle = Z^{-1} \int [dU] O(U) e^{-S_E(U)} \quad (3)$$

В гамильтоновом подходе мы исходим из гамильтониана <sup>2, 4</sup>

$$\hat{H} = \sqrt{\frac{g_t^2}{g_s^2} \frac{g_H^2}{2a}} \left\{ \sum_{\text{по ребрам}} E^2 + \frac{2}{g_H^4} \sum_{P_s} \text{Sp}(2 - \hat{U}_{P_s} - \hat{U}_{P_s}^+) \right\}, \quad (4)$$

где  $g_H^2 = g_t g_s$  и операторы  $E(x; y)$  и  $\hat{U}_{P_s} = \prod_{\text{по}} \hat{U}_{ij}$  определяются следующими коммутационными соотношениями:

$$[E^\alpha(x; x + ae_k), E^\beta(y; y + ae_k)] = i \epsilon^{\alpha\beta\gamma} E^\gamma(x; x + ae_k) \delta_{x; y} \delta_{e_k, e_k'} \quad (5)$$

$$[E^\alpha(x; x + ae_k), \hat{U}(y; y + ae_k)] = \frac{1}{2} \sigma^\alpha \hat{U}(y; y + ae_k) \delta_{x; y} \delta_{e_k, e_k'}$$

суммирование в (4) ведется только по пространственному объему. Среднее от любого оператора  $\hat{O}$  определяется как

$$\langle \hat{O} \rangle = Z^{-1} \text{Sp} \left( \hat{O} e^{-\frac{1}{\theta} \hat{H}} \right); \quad (6)$$

$$Z = \text{Sp} e^{-\frac{1}{\theta} \hat{H}}$$

Выражение для статсуммы (6) можно представить в виде, аналогичном (2)

$$Z = \int [dU] e^{-S_H(U)} \quad (7)$$

где

$$S_H(U) = \beta_H \left\{ \bar{\xi}^{-1} \sum_{P_s} \left( 1 - \frac{1}{2} \text{Sp} U_{P_s} \right) + \bar{\xi} \sum_{P_t} \left( 1 - \frac{1}{2} \text{Sp} U_{P_t} \right) \right\} \quad (8)$$

В выражении (8)  $\beta_H = 4/g_H^2$ ,  $\xi = a_s/a_t$  и  $\bar{\xi} = \sqrt{(g_s^2/g_t^2)} \xi \equiv \eta \xi$  и формула (7) является определением статсуммы при  $\xi \leftrightarrow \infty$  ( $a_t \rightarrow 0$ ;  $a_s$  — фикс). При этом температура  $\Theta = \frac{1}{a_t N_t}$  должна остаться фиксированной. В пределе  $a_s \rightarrow 0$  голая константа  $g_{E/H}(a)$  ведет себя известным образом (см., например, <sup>5</sup>)

$$g_{E/H}^2(a) \underset{a \rightarrow 0}{=} \left[ b_0 \ln \frac{1}{a^2 \Lambda_{E/H}^2} + \frac{b_1}{b_0} \ln \ln \frac{1}{a^2 \Lambda_{E/H}^2} + O(g_{E/H}^2) \right]^{-1} \quad (9)$$

Для  $SU(2)$ -симметрии  $b_0 = (11/3)(1/8\pi^2)$ ;  $b_1 = (34/3)(1/8\pi^2)^2$ .

В качестве объекта вычислений выбрана температурная вильсоновская петля

$$L = \frac{1}{2} \text{Sp} \prod U_{ij} \equiv \frac{1}{2} \text{Sp} U_{i_1 i_2} U_{i_2 i_3} \dots U_{i_{N_t-1} i_{N_t}}, \quad (10)$$

где узлы  $i_1, \dots, i_{N_t}$  расположены на одной линии вдоль временной оси. Среднее значение температурной вильсоновской петли представляет собой параметр порядка для глобальной  $Z(2)$  симметрии, удобный для описания фазовых переходов <sup>6, 7</sup>.

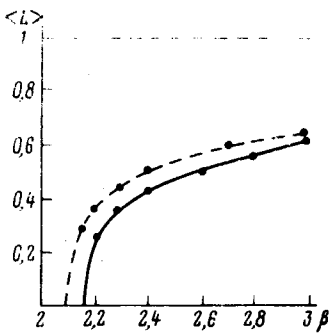


Рис. 1

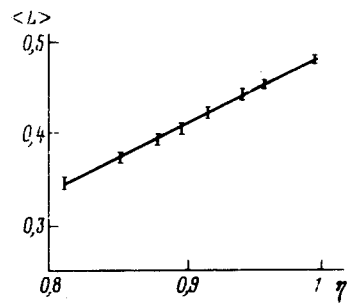


Рис. 2

Физически среднее значение  $L$  является статсуммой  $Z_q$  системы из янг-миллсовского газа при наличии покоящегося источника

$$\langle L \rangle \equiv Z_q = e^{-\frac{1}{\theta} F_q}, \quad (11)$$

где  $F_q$  — свободная энергия при наличии покоящегося источника (кварка)  $8^{-10}$ . Мы вычислили среднее значение  $L$  в евклидовом подходе на решетке  $3 \times 7^3$ , а также в гамильтоновом подходе на решетке  $15 \times 7^3$  с  $\xi = 5$  различными  $\eta$ . На рис. 1 показана зависимость вильсоновской петли в евклидовом подходе (сплошная линия) и в гамильтоновом подходе Когута — Сасскинда с  $\eta = 1$  (пунктирная кривая). Кривая, полученная в гамильтоновом подходе Когута — Сасскинда, лежит выше кривой, полученной в евклидовом подходе, что указывает на необходимость учитывать отличие от единицы второй гамильтоновой переменной  $\eta$ . И в том и в другом случае зависимость  $\langle L \rangle$  от  $\beta$  ( $\beta_E$  и  $\beta_H$ , соответственно) хорошо описывается формулой

$$\langle L \rangle = \frac{\tau^\alpha}{\tau^\alpha + \gamma}, \quad (12)$$

где  $\tau \equiv (\beta - \beta_c)/\beta_c$ . Значения  $\alpha$  и  $\gamma$  совпадают в пределах ошибок и равняются

$$\alpha \approx 0,5; \quad \gamma \approx 0,4. \quad (13)$$

В то же время значения  $\beta_{cE}$  и  $\beta_{cH}$  отличаются друг от друга

$$\beta_{cE} \approx 2,15; \quad \beta_{cH} \approx 2,1. \quad (14)$$

Используя выражения (12) — (14) нетрудно получить, что значения  $\beta_E$  и  $\beta_H$  связаны между собой следующим простым соотношением

$$\beta_H - \beta_E = \Delta\beta = \beta_{cH} - \beta_{cE}. \quad (15)$$

Для того, чтобы изучить роль квантовых поправок к гамильтониану, мы исследовали зависимость вильсоновской петли от  $\eta$ . На рис. 2 представлена зависимость  $\langle L \rangle$  от  $\eta$  при  $\beta = 2,4$  на решетке  $15 \times 7^3$  с  $\xi = 5$ . Расчеты, проведенные в  $4, 5$  в однопетлевом приближении предсказывают для  $\eta$  значение  $\eta \approx 0,88$ . При этом значении  $\eta$  мы можем вычислить отношение  $\Lambda_H/\Lambda_E$ . Используя (9), получаем  $\Lambda_H/\Lambda_E \approx 0,87$ , что хорошо согласуется с  $4, 5$ .

Таким образом, наши вычисления показывают, что в области промежуточной и слабой связи  $\beta_E, \beta_H \sim 2$  на решетке с несимметричным шагом необходимо учитывать квантовые поправки, приводящие к отклонению второй гамильтоновой константы  $\eta = \sqrt{g_s^2/g_t^2}$  от единицы, которое достигает 10 — 20%. В этом случае зависимость  $\beta_E$  и  $\beta_H$  от шага решетки согласуется с формулами асимптот свободы, и получаемое в результате отношение констант перенормировки  $\Lambda_H/\Lambda_E$  удивительно хорошо согласуется со значением для  $\Lambda_H/\Lambda_E$ , вычисленным в однопетлевом приближении в случае слабой связи в работах  $4, 5$ .

В заключение, мы хотели бы выразить благодарность В.А.Матвееву и М.Г.Мещерякову, Ильтгенфрицу, С.П.Кулешову, М.Мюллер-Пройскеру, Ф.Нидермайеру, А.Н.Сисакяну за полезные обсуждения, а также А.В.Кудинову за помощь в численных расчетах.

#### Литература

1. *Wilson K.G.* Phys. Rev., 1974, **D10**, 2445.
2. *Kogut J., Susskind L.* Phys. Rev. 1975, **D11**, 395.
3. *Dashen R., Gross D.J.* Phys. Rev., 1981, **D23**, 2340.
4. *Hasenfratz A. Hasenfratz P.* Nucl. Phys., 1981, **B193**, 210.
5. *Karsch F.* BI-TP 81/34, 1981.
6. *Polyakov A.M.* Phys. Rev., 1978, **72B**, 477.
7. *Susskind L.* Phys. Rev., 1979, **D20**, 2610.
8. *McLerran L.D., Svetitsky B.* Phys. Lett., 1981, **98B**, 195; Phys. Rev., 1981, **D24**, 450.
9. *Kuti J., Polonyi J., Szlachanyi K.* Phys. Lett., 1981, **98B**, 199.
10. *Engles J., Karsch F., Montvay I., Satz H.* Phys. Lett., 1981, **102B**, 332.

Объединенный  
институт ядерных исследований

Поступила в редакцию  
21 октября 1982 г.