Письма в ЖЭТФ, том 37, вып. 8, стр. 406 – 409 *20 апреля 1983 г.*

ГЛУБОКО-НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ НА ПОЛЯРИЗОВАННОЙ МИШЕНИ В КХД

А.П.Бухвостов, Э.А.Кураев, Л.Н.Липатов

Построены уравнения эволюции для несинглетной части структурных функций $g_1(x)$ и $g_2(x)$ в КХД. Вычислены аномальные размерности соответствующих операторов твиста 3.

1. В рамках партонной модели сечения ряда жестких инклюзивных процессов могут быть записаны в терминах плотностей числа партонов в адроне $D_h^i(x)$ и адронов в партоне $\widetilde{D}_i^h(x)$ [1], где x – доли энергии составляющих частиц в системе с бесконечным импульсом. Эти представления сохраняются в главном логарифмическом приближении (ГЛП) ($g^2 \ln \frac{q^2}{m^2} \sim 1$, $g^2 \ll 1$) в перенормируемых моделях квантовой теории поля [2], если ультрафиолетовый параметр обрезания по поперечным компонентам импульсов партонов $k_\perp$ по порядку величины равен $\Lambda \sim \sqrt{-q^2}$.

При этом с изменением Λ для плотностей партонов имеют место следующие уравнения баланса [2]:

$$\frac{\partial D_j^i(x)}{\partial \ln \Lambda} = - W_i D_h^i(x) + \sum_{i'} \int_x^1 dx' W_{i' \to i}(x', x) D_j^{i'}(x'), \quad W_i = \sum_{j'} \int_0^x dx' W_{i \to j'}(x, x'). \qquad (1)$$

Здесь первое слагаемое в правой части равенства отвечает убыли числа партонов данного сорта i за счет распада на другие партоны; остальные слагаемые описывают увеличение числа партонов i за счет распада других партонов. Ядра интегральных уравнений (1) вычисляются в порядке g_Λ^2 из простейших однопетлевых собственно-энергетических диаграмм. Они известны в случае псевдоскалярной модели [2], квантовой электродинамики (КЭД) [2] и квантовой хромодинамики (КХД) [3]. Уравнения (1) обычно называются уравнениями эволюции.

В данной работе мы покажем, что для описания структурных функций $g_1(x), g_2(x)$ глубоко-неупругого рассеяния электронов на поляризованном нуклоне в ГЛП кроме величин $D_j^i(x)$ необходимо ввести дополнительные функции $Y(x_1, x_2)$, отвечающие матричным элементам некоторых операторов, вычисленным между состояниями адрона с различающимся на единицу числом глюонов. Функции $Y(x_1, x_2)$ представляют собой аналог матрицы плотности числа частиц и удовлетворяют уравнениям эволюции типа (1).

2. Степень поляризации исходного нуклона с импульсом p характеризуется дополнительным вектором $s^\sigma = \bar{u}(p)\gamma^\sigma \gamma_5 u(p)$, $\bar{u}(p)u(p) = 2m$, что приводит к появлению антисимметричной добавки к мнимой части $W_{\mu\nu}(p, q)$ амплитуды $T_{\mu\nu}$ комптон-эффекта на угол нуль ($t = 0$) [4]:

$$\frac{1}{\pi} W^a_{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi} (W_{\mu\nu} - W_{\nu\mu}) = \frac{i}{pq} \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda [g_1(Q^2, x) s^\sigma + g_2(Q^2, x) s_\perp^\sigma],$$

$$s_\perp^\sigma = s^\sigma - (sq)/(pq) p^\sigma, \quad Q^2 = -q^2, x = Q^2 / 2(pq). \qquad (2)$$

В рамках операторного разложения ГЛП для $g_{1,2}(Q^2, x)$ справедливы следующие формулы [4]:

$$\frac{(q's)}{(pq')} g_1(x) = - (1/2\pi) \mathrm{Im} \sum_{n=0}^{\infty} \omega^n (1 + (-1)^n) \sum_i l_i^2 \langle p | R_{1,i}^{\overbrace{\cdots}^{n+1}} | p \rangle, \quad \omega = 2pq/Q^2, \qquad (3)$$

$$s_{\perp}^{\sigma}(g_1(x)+g_2(x)) = -\frac{1}{2\pi}\,\mathrm{Im}\sum_{n=0}^{\infty}(1+(-1)^n)\omega^n\sum_i l_i^2 < p\,|\,R_{1i}^{\sigma\overbrace{\cdots}^{n}} + \frac{2n}{n+1}R_{2i}^{\sigma\overbrace{\cdots}^{n}}\,|p>,$$

где l_i – заряд кварка сорта i, вычисленный в единицах заряда электрона. Операторы $R_{1i}^{\overset{n+1}{\cdots}}$, $R_{1i}^{\sigma\overset{n}{\cdots}}$, $R_{2i}^{\sigma\overset{n}{\cdots}}$ являются определенными компонентами тензоров $R_{1i}^{\sigma\mu_1\ldots\mu_n}$ и $R_{2i}^{\sigma\mu_1\ldots\mu_n}$, отвечающих составным операторам с твистом два и три соответственно:

$$R_{1i}^{\overset{n+1}{\cdots}} = (pq')^{-n-1}q'_{\mu_1}\ldots q'_{\mu_{n+1}}R_{1i}^{\mu_1\ldots\mu_{n+1}},\quad R_{ri}^{\sigma\overset{n}{\cdots}} = (pq')^{-n}q'_{\mu_1}\ldots q'_{\mu_n}R_{ri}^{\sigma\mu_1\ldots\mu_n},$$

$$q' = q + xp,\quad q'^2 = 0 \tag{4}$$

и имеющих вид (мы опускаем для простоты обозначений индекс i у операторов и кварковых полей ψ) [4,5]:

$$R_1^{\sigma\mu_1\ldots\mu_n} = i^n \mathop{S}_{\sigma\mu_1\ldots\mu_n} \bar\psi\gamma_5\gamma^\sigma D^{\mu_1}\cdots D^{\mu_n}\psi - \text{следы},$$

$$R_2^{\sigma\mu_1\ldots\mu_n} = i^n \mathop{S}_{\mu_1\ldots\mu_n}\mathop{A}_{\mu_1\sigma}\mathop{S}_{\mu_1\ldots\mu_n} \bar\psi\gamma_5\gamma^\sigma D^{\mu_1}\cdots D^{\mu_n}\psi - \text{следы}, \tag{5}$$

где символы $\mathop{S}_{\sigma\mu_1\ldots\mu_n}$ и $\mathop{A}_{\sigma\mu_1}$ означают симметризацию и антисимметризацию по соответствующим лоренцевым индексам, а D^μ представляют собой ковариантную производную.

В формулах (3) предполагается, что операторы нормированы при $\Lambda = \sqrt{Q^2}$. При изменении точки нормировки оператор R_2 может смешиваться со следующим оператором твиста 3 [4]:

$$R_3^{\sigma\mu_1\ldots\mu_n} = i^{n-1}\, m \mathop{S}_{\mu_1\ldots\mu_n}\mathop{A}_{\mu_1\sigma}\bar\psi\gamma_5\gamma^\sigma\gamma^{\mu_1}D^{\mu_2}\ldots D^{\mu_n}\psi - \text{следы}, \tag{6}$$

где m — голая масса кварка.

Операторы $R_2^{\sigma\overset{n}{\cdots}}$ и $R_3^{\sigma\overset{n}{\cdots}}$ не исчерпывают всех операторов, между которыми возможно смешивание при перенормировках. Действительно, существует два семейства операторов твиста 3, которые необходимо принимать во внимание при вычислении матрицы аномальных размерностей:

$$R_{4l}^{\sigma\mu_1\ldots\mu_n} \cong i^{n-3}\mathop{S}_{\mu_1\ldots\mu_n}\bar\psi D^{\mu_1}\ldots D^{\mu_l}\, g\tilde G^{\sigma\mu_{l+1}}D^{\mu_{l+2}}\ldots D^{\mu_{n-1}}\gamma_5\gamma^{\mu_n}\psi,$$

$$R_{5l}^{\sigma\mu_1\ldots\mu_n} = i^{n-2}\mathop{S}_{\mu_1\ldots\mu_n}\bar\psi D^{\mu_1}\ldots D^{\mu_l}\, gG^{\sigma\mu_{l+1}}D^{\mu_{l+2}}\ldots D^{\mu_{n-1}}\gamma^{\mu_n}\psi, \tag{7}$$

$$l = 0,\ \ldots\ n-2,$$

где g — голый заряд, $G^{\sigma\rho} = \frac{-i}{g}[D^\sigma, D^\rho]$ – тензор напряженности глюонного поля, $\tilde G^{\sigma\rho} = \frac{1}{2}\epsilon^{\sigma\rho\mu\nu}G_{\mu\nu}$ – дуальный тензор. Этот факт не был обнаружен авторами работы [4] и позтому полученные ими результаты некорректны. Независимо от нас существование набора операторов R_{4l}, R_{5l} было осознано в работе [5] и с учетом смешивания этих операторов с R_2, R_3 были вычислены аномальные размерности для момента $n = 2$. Ниже мы построим матрицу аномальных размерностей для произвольных n. Будет рассматриваться только случай несинглетный по флейворным квантовым числам в t-канале, где нет чисто глюонного промежуточного состояния.

3. При вычислении удобна аксиальная калибровка для вектор-потенциала A_μ [2]: $q'_\mu A^\mu = 0$, так как она позволяет ограничиться только диаграммами с двумя и тремя частицами в t-канале.

Представим матричные элементы по адронному состоянию от операторов R_r в форме интегралов от партонных распределений:

$$<p\,|R_1^{\overbrace{\cdots}^{n+1}}|\,p> = \frac{sq'}{pq'}\int d\beta\,\beta^{n+1} E(\beta) = \frac{sq'}{pq'}E_n ,$$

$$<p|R_1^{\sigma\overbrace{\cdots}^{n}}|p> = \frac{S_\perp^\sigma}{n+1}\int d\beta\beta^{n-1} E(\beta) = \frac{S_\perp^\sigma}{n+1}E_n ,$$

$$<p\,|R_1^{\sigma\overbrace{\cdots}^{n}} + \frac{2n}{n+1}R_2^{\sigma\overbrace{\cdots}^{n}}|\,p> = S_\perp^\sigma \int d\beta\,\beta^{n-1} A(\beta) = S_\perp^\sigma A_n , \tag{8}$$

$$< p\,|R_3^{\sigma\overbrace{\cdots}^{n}}|\,p > = S_\perp^\sigma \int d\,\beta\,\beta^{n-1} C(\beta) = S_\perp^\sigma C_n ,$$

$$<p\,|R_{4l}^{\sigma\overbrace{\cdots}^{n}} - R_{4n-l}^{\sigma\overbrace{\cdots}^{n}}|p> = S_\perp^\sigma \int d\beta_1 d\beta_2\,\beta_1^{l-1}\beta_2^{n-l-1}(Y(\beta_1,\beta_2) - Y(\beta_2,\beta_1)) = -S_\perp^\sigma(Y_n^l - Y_n^{n-l}),$$

$$<p|R_{5l}^{\sigma\overbrace{\cdots}^{n}} - R_{5n-l}^{\sigma\overbrace{\cdots}^{n}}|p> S_\perp^\sigma \int d\beta_1\,d\beta_2\,\beta_1^{l-1}\beta_2^{n-l-1}(Y(\beta_1,\beta_2) + Y(\beta_2,\beta_1)) = S_\perp^\sigma(Y_n^l + Y_n^{n-l}),$$

где $\beta_1(\beta_2)$ – есть доля энергии начального (конечного) кварка по отношению к энергии адрона в системе с бесконечным импульсом, $\beta_{12} = \beta_1 - \beta_2$ есть доля энергии глюона в начальном состоянии; величины $\beta_1, \beta_2, \beta_{12}$ могут быть обоих знаков, причем отрицательный знак β_i означает, что соответствующая частица находится не в начальном, а в конечном состоянии (или наоборот), причем, для $i = 1, 2$ кварк заменяется на антикварк.

Как видно из формул (3), для глубоко-неупругого ep-рассеяния важны только четные значения моментов $n = 0, 2, 4\ldots\ldots$ При этом с операторами $R_2^{\sigma\cdots}$ и $R_3^{\sigma\ldots n}$ могут смешиваться только определенные комбинации операторов $R_{4l}^{\sigma\cdots}$, $R_{5l}^{\sigma\cdots}$, обладающие той же зарядовой четностью. Матричные элементы от этих комбинаций как раз и выражаются соотношениями (8) в виде интегралов от симметричной и антисимметричной части функции $Y(\beta_1,\beta_2)$.

4. Общий метод вывода уравнений эволюции для партонных распределений $O(\beta)$, $A(\beta)$, $C(\beta)$ и $Y(\beta_1, \beta_2)$ изложен в работах [2]. Так как результат наших вычислений выглядит довольно громоздким, мы приведем только уравнения для моментов, определенных равенствами (8). Из гейзенберговского уравнения движения для полей ψ: $(i\hat{\partial} - e\hat{A} - m)\,\psi(x) = 0$ получаем

$$A_n = \frac{1}{n+1}\left[O_n + n\,C_n + \sum_{l=1}^{n-1}(n-l)\,Y_n^l\right], \tag{9}$$

где величины O_n, C_n, Y_n^l удовлетворяют системе уравнений

$$\dot{O}_n = C_F\,(3 - 2S_n - 2S_{n+2})\,O_n , \quad \dot{C}_n = -\,4C_F\,S_n\,C_n ,$$

$$\dot{Y}_n^l = \frac{4C_F}{l(l+1)(l+2)} C_n + Y_n^l \Big[3C_F + 2\left(C_F - \frac{C_v}{2}\right)\left(\frac{2(-1)^l}{l(l+1)(l+2)} - \frac{(-1)^{n-l}}{n-l+1} + \frac{1}{n} - \right.$$

$$\left. - S_l - S_{n-l}\right) + C_v \left(\frac{2}{l(l+2)} - \frac{n+2}{(l+1)(n-l+1)} - 2S_l - 2S_{n-l}\right)\Big] +$$

$$- \sum_{k=1}^{l-1} Y_n^k \left[2\left(C_F - \frac{C_v}{2}\right)(-1)^k \left(\frac{2C_l^k}{l(l+1)(l+2)} + (-1)^l \frac{C_{n-1}^{k-1}}{C_{n-1}^{l-1}} \frac{n+l-k}{n(l-k)}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{C_v(k+2)(k+1)}{(l+2)(l+1)(l-k)}\right] + \sum_{k=l+1}^{n-1} Y_n^k \left[2\left(C_F - \frac{C_v}{2}\right)(-1)^k \left(-\frac{(-1)^n C_{n-l-1}^{k-l}}{n-l+1} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + (-1)^l \frac{C_{n-1}^k}{C_{n-1}^l} \frac{n+k-l}{n(k-l)}\right) + C_v \frac{(n-k)(n-k+1)}{(n-l)(n-l+1)(k-l)}\right], \qquad (10)$$

где по определению $\dot{B} = dB/d\xi$, $\xi = b^{-1}\ln\left(1 + b\frac{g^2}{16\pi^2}\ln\frac{q^2}{q_0^2}\right)$, $b = \frac{11}{3}C_v - \frac{2}{3}n_b$, $C_F = \frac{N^2-1}{2N}$, $C_v = N$ (для группы $SU(N)$), n_b – число сортов кварков, $S_n = \sum_{k=1}^{n}(1/k)$, C_l^i – биномиальные коэффициенты. Моменты O_n отвечают матричному элементу оператора $R_1^{\cdots\cdot}$ твиста 2, и его аномальная размерность с точностью до цветового множителя совпадает со случаем КЭД.[6]. Значения моментов A_0, O_0 соответствуют известным правилам сумм Бьеркена и Коттингама [1]. Выражение для A_2 согласуется с результатом, полученным Вайнштейном и Шуряком [5]. Для момента $n = 4$ аномальные размерности λ смешивающихся операторов R_r ($r \neq 1$) приближенно равны для случая КХД ($N = 3$) $\lambda_1 = -11,1$; $\lambda_2 = -8,6$; $\lambda_3 = -13,55$; $\lambda_4 = -27,8$, соответственно. Мультипликативно перенормирующиеся операторы могут быть легко построены из решения уравнений (10). В следующей работе мы надеемся изучить аномальные размерности синглетных по флейворным квантовым числам операторов. Развитый выше подход нетрудно обобщить для других жестких процессов с участием поляризованных частиц.

Авторы благодарны А.И.Вайнштейну, Б.Л.Иоффе и В.А.Хозе за полезные обсуждения.

Литература

1. *Фейнман Р.* Взаимодействие фотонов с адронами. М.: Мир, 1975.
2. *Липатов Л.Н.* ЯФ, 1974, **20**, 181; *Бухвостов А.П., Липатов Л.Н., Попов Н.П.* ЯФ, 1974, **20**, 532.
3. *Altarelli G., Parisi G.* Nucl. Phys., 1977, **B126**, 298.
4. *Kodaira J., Matsuda S., Sasaki K., Uematsu T.* Nucl. Phys., 1979, **B159**, 99; *Antonionis I., Kounnas G.* Phys. Rev., 1981, **D24**, 505.
5. *Shuryak E.V., Vainstein A.I.* Nucl. Phys., 1982, **B201**, 141.
6. *Грибов В.Н., Липатов Л.Н.* ЯФ, 1972, **15**, 781.

Институт ядерной физики
им. Б.П.Константинова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
24 февраля 1983 г.