Письма в ЖЭТФ, том 37, вып. 9, стр. 443 – 446 *5 мая 1983 г.*

СТЕПЕННЫЕ ПОПРАВКИ В КХД ПРАВИЛАХ СУММ ДЛЯ ЧАРМОНИЯ

С.Н.Николаев, А.В.Радюшкин

Обсуждаются результаты расчетов $O(G^4)$ степенных поправок в КХД правилах сумм для чармония в канале $J^{PC} = 1^{--}$. Показано, что при стандартных предположениях относительно структуры КХД-вакуума учет этих поправок радикально меняет вид теоретической кривой для отношения r_n, используемого при анализе низших состояний чармония методом КХД правил сумм.

Техника КХД правил сумм [1] становится все более популярной среди теоретиков, занимающихся приложениями КХД к реальным процессам. Благодаря включению в теорию ненулевых вакуумных средних (ВС) типа $<\bar{\psi}\psi>$, $<g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu}>$. Она позволяет исследовать свойства адронов (массы, лептонные ширины), связанные с динамикой на больших расстояниях. В свою очередь, сравнивая имеющиеся экспериментальные данные с теоретическими формулами, в которых учтены поправки, обусловленные высшими ВС – $<GGG>$, $<GGGG>$ и т.д., можно сделать определенные выводы относительно величины таких ВС, и, следовательно, структуры КХД-вакуума. В этой связи расчет высших степенных поправок к КХД правилам сумм для чармония представляет собой важную, хотя и весьма трудоемкую в вычислительном аспекте задачу. Разработанный нами алгоритм расчета степенных поправок описан в [2,3] и реализован на ЭВМ с помощью программы аналитических вычислений SCHOONSCHIP [4].

В настоящей работе мы ограничимся обсуждением векторного (т.е.) J/ψ) канала. Для моментов $M_n^V = (-d/dQ^2)^n \pi^V(Q^2)/n!$, введенных в [1] ($\pi^V(Q^2)$ – поляризационный оператор для тока $\bar{c}\gamma^\mu c$) нами получено следующее выражение

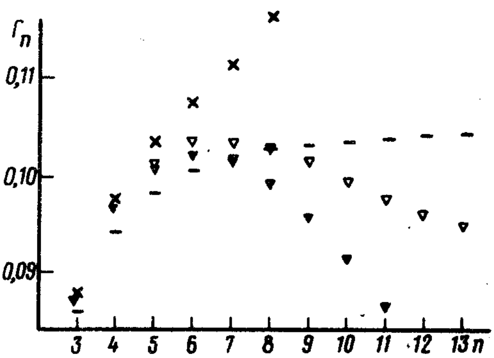
$$M_n^V = M_n^{(0)} \Big\{ 1 + a_n a_s - b_n <g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu}> + c_n <g^3 f_{abc} G^a_{\mu\nu} G^b_{\nu\lambda} G^c_{\lambda\mu}> -$$

$$- d_n <g^4 j^a_\mu j^a_\mu> + \frac{4}{81} \frac{(n+3)!\ (2n+3)!!}{(n-1)!\ (2n+9)!!} <g^4\, \mathrm{Sp}(\hat{G}_{\mu\nu} \hat{G}_{\nu\alpha} \hat{G}_{\alpha\beta} \hat{G}_{\beta\mu})> \frac{1}{(4m_c^2)^4}.$$

$$\cdot \left[\frac{23}{140} n^6 + \frac{4283}{420} n^5 + \frac{64747}{420} n^4 + \frac{12595}{12} n^3 + \frac{77234}{21} n^2 + \frac{226383}{35} n + 4512\right]\Bigg\}, \quad (1)$$

где $G = G^a \lambda^a / 2$, λ^a – матрицы Гелл-Манна, $j^a_\mu = G^a_{\mu\nu;\,\nu} / g$, коэффициенты $M_n^{(0)}$, a_n, b_n приведены в [1], а c_n, d_n – в [3]. Для ковариантной производной $D_a^{ab} O^b$ используется обозначение $O^a_{;\,a}$.

Из семи $O(G^4)$ вкладов в (1) явно выписан только один, с которым в используемой нами ниже системе оценок для ВС связан наибольший вклад. Отметим, что вплоть до $n \sim 70$ величина соответствующего коэффициента определяется не только ведущим в нерелятивистском пределе $(n \to \infty)$ вкладом $O(n^6)$, но и младшими по n членами. То же самое справедливо и для невыписанных в (1) вкладов.



– – Эксперимент; ▼ – $O(G^2)$; ▽ – $O(G^2) + O(G^3)$; × – $O(G^2) + O(G^3) + O(G^4)$

Стандартным объектом анализа в подходе [1] является отношение $r_n = M_n / M_{n-1}$, которое при $n \to \infty$ стремится к значению $1/M^2_{J/\psi}$. Если теория позволяет вычислить r_n в области, где экспериментальная кривая (рисунок) уже вышла на асимптотику (практически при $n \sim 6$), то зная $M_{J/\psi}$, можно оценить величину соответствующих ВС, и наоборот – зная величину ВС, можно оценить $M_{J/\psi}$ и массы низших состояний чармония в других каналах. Выпишем поэтому явный вид r_n при $n = 6$

$$r_6 = \frac{7}{36 m_c^2}\Big\{ 1 - 0,40\, \alpha_s\,(2m_c) - 0,48\, \frac{\langle g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu}\rangle}{m_c^4} +$$

$$+ \frac{1}{m_c^6}\left[0{,}59 \langle g^3 f_{abc} G^a_{\mu\nu} G^b_{\nu\lambda} G^c_{\lambda\mu}\rangle - 2{,}08 \langle g^4 j^a_\mu j^a_\mu\rangle\right] + \frac{1}{m_c^8}\Big[3{,}63 \langle g^4 \mathrm{Sp}(\hat G_{\mu\nu} \hat G_{\nu\alpha} \hat G_{\alpha\beta} \hat G_{\beta\mu})\rangle -$$

$$-0{,}49 \langle g^4\, \mathrm{Sp}(\hat G_{\mu\nu} \hat G_{\alpha\beta} \hat G_{\mu\nu} \hat G_{\alpha\beta})\rangle + 33{,}13 \langle g^4 \mathrm{Sp}(\hat G_{\mu\nu} \hat G_{\nu\alpha} \hat G_{\alpha\beta} \hat G_{\beta\mu})\rangle -$$

$$-7{,}08 \langle g^4 \mathrm{Sp}(G_{\mu\nu} G_{\alpha\beta} G_{\nu\alpha} G_{\beta\mu})\rangle - 7{,}07 \langle g^5 f_{abc} G^a_{\mu\nu} j^b_\mu j^c_\nu\rangle - 2{,}92 \langle g^3 f_{abc} G^a_{\mu\nu} G^b_{\nu\lambda} G^c_{\lambda\mu;\alpha\alpha}\rangle +$$

$$+ 3{,}03 \langle g^4 j^a_\mu j^a_{\mu;\alpha\alpha}\rangle - 0{,}36 \langle g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu}\rangle^2\Big]\Big\}. \quad (2)$$

Присутствие $\langle g^2 G^2\rangle^2$-члена связано с тем, что r_n есть отношение величин, разлагаемых в ряд по $O(G^N)$.

Из самой структуры выражения (2) ясно, что исследуемое разложение не сводится к простому степенно́му ряду, скажем, по $\langle g^2 G^2\rangle / m_c^4$ и величина высших поправок зависит от выбранной модели КХД-вакуума, т.е. от способа фиксации значений ВС, фигурирующих в (2). В работах Шифмана и др. [1] значения простейших ВС фиксировались с помощью гипотезы вакуумной доминантности (ГВД) и приближения разреженного инстантонного газа (ПРИГ). Поэтому при построении кривых, представленных на рисунке, мы воспользовались аналогичными приближениями: а) для $\langle g^2 GG \rangle$ берется значение (0,83 ГэВ)^4, найденное в [1] из условия согласия теоретической $O(G^2)$ – кривой с экспериментальной в максимально широкой области по n (см. рисунок); б) для $\langle jj \rangle$ и $\langle fGjj \rangle$ используется ГВД, причем для отношения $\langle g\bar{u}\ (\sigma G)\, u \rangle / \langle \bar{u}u \rangle$ принимается значение 0,6 ГэВ^2, согласующееся с п. г) и более ранней оценкой в [5]; в) $\langle g^3 fGGG \rangle$ вычисляется в ПРИГ: $\langle g^3 fG^3 \rangle = (0,60\ \text{ГэВ})^6$ [1]; г) для ВС операторов, содержащих $D^a D_a$ принимается, что $\langle fGGG_{;aa} \rangle = M^2 \langle fGGG \rangle$, $\langle jj_{;aa} \rangle = M^2 \langle jj \rangle$, где $M^2 \equiv \langle GG_{;aa} \rangle / \langle GG \rangle$ – параметр, характеризующий среднюю виртуальность вакуумных глюонов. Из

$$\langle GG_{;aa} \rangle = 2 \langle gfGGG \rangle - 2 \langle g^2 jj \rangle$$

и пп. а – в) находим, что $M = 0{,}52$ ГэВ. Аналогично, из $\langle g\bar{u}\ (\sigma G)\ u \rangle = 2 \langle \bar{u} u_{;aa} \rangle$ получаем оценку $\langle g\bar{u}\ (\sigma G)\, u \rangle = 2M^2 \langle \bar{u} u \rangle$; д) для ВС типа $\langle g^4 \,\mathrm{Sp}(\hat{G}\hat{G}\hat{G}\hat{G}) \rangle$ мы также воспользовались ГВД, которая будучи примененной к величине $1152 \langle g^4 \,\mathrm{Sp}\hat{G}^4 \rangle / \langle g^2 G^2 \rangle^2$ дает значения 110, 20, 47, 29 для 1 – 4 членов $O(m_c^{-8})$-вклада в (2), соответственно. Отметим, что применимость ГВД к вычислению ВС типа $\langle G^4 \rangle$ в ряде работ [6–9] подвергалась сомнению. В частности, вычисление в рамках инстантонных моделей [6–8] дало значения в пять – десять раз превышающие оценку по ГВД; е) все ВС нормированы при $\mu^2 = -4m_c^2$, $m_c = 1,26$ ГэВ, а комбинации $g^2 G^2 \rangle$, $\langle g^3 fG^3 \rangle$, $\langle g^4 G^4 \rangle$ и $\langle g\bar{\psi}\psi \rangle$ трактуются как ренорминварианты (в пользу предположения о малости соответствующих аномальных размерностей свидетельствует тот факт, что для инстантонов $G \sim 1/g$); $\Lambda = 0,1$ ГэВ, что соответствует $a_s(2m_c) = 0,2$ и $a_s(\mu_0) = 0,7$, где μ_0 – точка нормировки, в которой $\langle \bar{u}u \rangle = -(0{,}24\ \text{ГэВ})^3$ [1].

При полученных в рамках этих оценок значениях ВС вклады в r_6 распределяются следующим образом

$$r_6 = 0{,}1225\ \{1 - 0{,}080 - [0{,}086] + [0{,}007 + 0{,}003] + [0{,}012 - 3 \cdot 10^{-4} + 0{,}048 - \\ - 0{,}006 + 0{,}002 - 0{,}006 - 8 \cdot 10^{-4} - 0{,}013]. \tag{3}$$

Из (3) видно, что $O(G^4)$ – поправка при $n = 6$ велика, и что основной вклад в нее связан с ВС $\langle g^4 \,\mathrm{Sp}\ (\hat{G}_{\mu\nu}\hat{G}_{\nu a}\hat{G}_{a\beta}\hat{G}_{\beta\mu}) \rangle$, перед которым в (2) стоит коэффициент, существенно превышающий остальные (здесь стоит отметить, что в используемой системе оценок все ВС операторов размерности 8 близки по величине). Большая величина этого коэффициента, в свою очередь обусловлена большими коэффициентами при n^5, n^4, ... в (1).

Если увеличить все ВС типа $\langle G^4 \rangle$ на порядок (т.е. принять модель [6]), то $O(G^4)$ – поправка при $n = 6$ будет в пять раз превышать $O(G^2)$-поправку. Однако, и при умеренной оценке по ГВД учет $O(G^4)$-вкладов радикально меняет вид кривой для r_n (рисунок). Последняя, в частности, не имеет даже намека на плато, и может быть согласована с экспериментальной кривой лишь при $n = 2-4$. Получающееся в результате такого фитирования (при фиксированной массе $m_c = 1{,}26$ ГэВ) значение $\langle g^2 G^2 \rangle$ примерно в два раза превосходит оценку, данную в [1].

Таким образом, если не будет найден механизм, обеспечивающий существенное подавление ВС типа $\langle G^4 \rangle$ по сравнению с оценкой по ГВД, то встанет вопрос о надежности существующих приложений метода [1], основанных на учете лишь $O(G^2)$-поправок. Такая перспектива выглядит весьма реальной в свете того, что, как уже отмечалось, в имеющихся на сегодняшний день моделях КХД-вакуума [6–8] ГВД дает заниженную, а не завышенную оценку величины этих ВС.

Мы признательны А.В.Ефремову, Б.М.Барбашову и особенно М.А.Шифману за полезные обсуждения, а также В.А.Мещерякову за внимание к данной работе и поддержку.

Литература

1. *Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I.* Nucl. Phys., 1979, **B147**, 385, 448.
2. *Nikolaev S.N., Radyushkin A.V.* Phys. Lett., 1982, **110B**, 476.
3. *Nikolaev S.N., Radyushkin A.V.* JINR E2-82-521, Dubna, 1982.
4. *Strubbe H.* Comp. Phys. Comm., 1974, **8**, 1.
5. *Novikov V.A. et al.* Proc. Int. Conf. "Neutrino-78", Lafayette, 1978, p,C278.
6. *Shuryak E.V.* Nucl. Phys., 1982, **B203**, 93, 116, 140.
7. *Baier V.N., Pinelis Yu.F.* Preprint IYaF 81-141, Novosibirsk, 1981.
8. *Muller-Preussker M.* CERN TH-3431, Geneva, 1982.
9. *Shifman M.A.* Nucl. Phys., 1980, **B173**, 13.

Объединенный
институт ядерных исследований

Поступила в редакцию
2 марта 1983 г.