

## Л ИЗ ПРАВИЛ СУММ КХД ДЛЯ ТЯЖЕЛОГО КВАРКОНИЯ

В.В.Киселев<sup>1)</sup>

Институт физики высоких энергий  
142284 Протвино, Московская область, Россия,

Поступила в редакцию 15 сентября 1994 г.

В ведущем приближении по обратной массе тяжелого кварка с использованием специфической схемы правил сумм КХД для тяжелого кваркония получена оценка разности масс тяжелого мезона и тяжелого кварка  $\bar{\Lambda} = 0,59 \pm 0,02$  ГэВ.

Разность масс тяжелого мезона ( $Q\bar{q}$ ) и тяжелого кварка  $Q$ ,  $\bar{\Lambda} = m_{(Q\bar{q})} - m_Q$ , является важнейшим параметром Эффективной Теории Тяжелых Кварков (ЕНQT) [1], основанной на кинематическом разложении по обратной массе тяжелого кварка и играющей важную роль в описании динамики КХД при изучении, например, полулептонных распадов тяжелых мезонов,  $B \rightarrow D^{(*)}l\nu$ . К настоящему времени оценка  $\bar{\Lambda}$  в рамках правил сумм КХД [2] для тяжелых мезонов дает величину  $\bar{\Lambda} = 0,57 \pm 0,07$  ГэВ [3,4].

В данной работе мы покажем, что, поскольку в ведущем приближении  $\bar{\Lambda}$  определяет порог адронного континуума двухтокового коррелятора при рассмотрении правил сумм КХД для тяжелого кваркония, можно получить оценку  $\bar{\Lambda} = 0,59 \pm 0,02$  ГэВ с гораздо лучшей точностью за счет детальных экспериментальных данных по спектроскопии чармония ( $\bar{c}c$ ) и боттомония ( $\bar{b}b$ ).

В используемой нами схеме правил сумм [5] для векторных токов [2] мы вводим номер  $n(q^2)$  для  $nS$ -уровней в тяжелом кварконии ( $n(M_k^2) = k$ ), так что вклад резонансов может быть записан в виде

$$\begin{aligned} \Pi_V^{(res)}(q^2) &= \int \frac{ds}{s-q^2} \sum_n f_{Vn}^2 M_{Vn}^2 \delta(s - M_{Vn}^2), \\ &= \int \frac{ds}{s-q^2} s f_{Vn(s)}^2 \frac{dn(s)}{ds} \frac{d}{dn} \sum_k \theta(n-k). \end{aligned} \quad (1)$$

Взяв среднее значение производной от ступенчатой функции, получим

$$\Pi_V^{(res)}(q^2) = \left\langle \frac{d}{dn} \sum_k \theta(n-k) \right\rangle = \int \frac{ds}{s-q^2} s f_{Vn(s)}^2 \frac{dn(s)}{ds} \quad (2)$$

и, полагая, что

$$\left\langle \frac{d}{dn} \sum_k \theta(n-k) \right\rangle \simeq 1, \quad (3)$$

найдем, что усредненный таким образом вклад резонансов равен

$$\left\langle \Pi_V^{(res)}(q^2) \right\rangle \simeq \int \frac{ds}{s-q^2} s f_{Vn(s)}^2 \frac{dn(s)}{ds}. \quad (4)$$

Что касается теоретической части правил сумм КХД для векторных токов, то, во-первых, в ведущем приближении по обратной массе тяжелого кварка мы

<sup>1)</sup> E-mail: kiselev@mx.ihep.su  
Fax: +7-095-230-23-37

пренебрегаем степенными поправками от кварк-глюонных конденсатов, которые дают малый вклад в лептонные константы ( $\leq 15\%$ [2]), и, во-вторых, учитываем кулоноподобные  $\alpha_S/v$ -поправки, которые важны в тяжелом кварконии, где  $v \rightarrow 0$ , в виде фактора

$$F(v) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha_S}{v} \frac{1}{1 - \exp(-\frac{4\pi\alpha_S}{3v})}, \quad (5)$$

который правильно воспроизводит  $O(\alpha_S/v)$ -вклад, полученный в теории возмущений КХД [2]. Тогда вблизи порога рождения тяжелых кварков будем иметь

$$\Im m \Pi_{P,V}^{(pert)}(s) \simeq \alpha_S 8\mu^2, \quad (6)$$

где  $\mu = m_Q m_{Q'}/(m_Q + m_{Q'})$ ,  $s \simeq M^2 \simeq (m_Q + m_{Q'})^2$ . Приравнивая теоретическую часть правил сумм и усредненный вклад резонансов и полагая, что вклад адронного континуума при  $\sqrt{s} \geq m_{(Q\bar{q})} + m_{(Q'\bar{q})} \simeq m_Q + m_{Q'} + 2\bar{\Lambda}$  равен рассчитанному в теории возмущений КХД, найдем, что

$$\frac{f_n^2}{M_n} = \frac{\alpha_S}{\pi} \frac{dM_n}{dn} \left( \frac{4\mu}{M} \right)^2. \quad (7)$$

Как было замечено в феноменологических потенциальных моделях тяжелого кваркония [6], плотность состояний кваркония не зависит от ароматов кварков

$$\frac{dn}{dM_n} = \phi(n), \quad (8)$$

так как потенциал близок к логарифмическому.  $\alpha_S \simeq 0,2$  слабо меняется при переходе от чармония ( $\alpha_S(\bar{c}c) \simeq 0,22$ ) к боттомонию ( $\alpha_S(\bar{b}b) \simeq 0,18$ ), так что с точностью до логарифмических поправок и в ведущем порядке по обратной массе тяжелого кварка имеем масштабное соотношение [5,7]

$$\frac{f_n^2}{M_n} \left( \frac{M}{4\mu} \right)^2 = \text{const}, \quad (9)$$

которое в случае кваркония со скрытым ароматом,  $4\mu/M = 1$ , обращается в равенство

$$\frac{f^2}{M} = \text{const}, \quad (10)$$

находящееся в хорошем согласии с эмпирическими данными по  $\psi$ - и  $\Upsilon$ -частицам.

Далее, интегрирование по частям вклада резонансов дает [8]

$$\frac{df_n}{f_n dn} = -\frac{1}{2n}, \quad (11)$$

так что

$$\frac{f_{n_1}^2}{f_{n_2}^2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (12)$$

что также находится в хорошем согласии с экспериментальными величинами лептонных констант  $nS$ -состояний, лежащих ниже уровня адронного континуума.

Выражая  $f_n$  через  $f_1$ , можно получить [9]

$$\frac{dM_n}{dn} = \frac{1}{n} \frac{dM_n}{dn} (n=1); \quad (13)$$

так что

$$\frac{M_n - M_1}{M_2 - M_1} = \frac{\ln n}{\ln 2}, \quad n \geq 2, \quad (14)$$

что согласуется со спектроскопией. Кроме того,

$$M_2 - M_1 = \frac{dM_n}{dn} (n=1) \ln 2. \quad (15)$$

Взяв интегралы правил сумм при  $q^2 = 0$ , найдем, что в ведущем приближении [10]

$$\frac{dM_n}{dn} (n=1) \simeq \frac{2\bar{\Lambda}}{\ln n_{th}}, \quad (16)$$

где  $n_{th}$  — число  $nS$ -уровней ниже порога континуума, которое слабо зависит от ароматов кварков.

Разложение  $1/m_Q$  должно быть эффективнее для  $b$ -кварков, так что, принимая  $n_{th} = 4$ , как в системе  $(\bar{b}b)$ , получим

$$M(2S) - M(1S) = \bar{\Lambda}. \quad (17)$$

Заметим, что аналогичные правила сумм для псевдоскалярных токов приводят к тем же результатам, так что, пренебрегая спин-зависимым расщеплением и используя данные спектроскопии  $\psi$ - и  $\Upsilon$ -частиц, найдем, что

$$\bar{\Lambda} = 0.59 \pm 0.02 \text{ ГэВ}. \quad (18)$$

Таким образом, правила сумм позволяют установить ряд масштабных соотношений и независимость плотности  $S$ -волновых уровней кваркония от ароматов тяжелых кварков и, на этой основе, сделать оценку параметра  $\bar{\Lambda}$  с точностью, близкой к уровню неопределенности, связанной с ролью как непертурбативных степенных, так и логарифмических поправок (см. [3]).

- 
1. M.B.Voloshin and M.A.Shifman, Sov.J.Nucl.Phys. **45**, 292 (1987); **47** 511 (1988); N.Isgur and M.B.Wise, Phys.Lett. **B232**, 113 (1989), **B237**, 527 (1990).
  2. M.A.Shifman, A.I.Vainstein, and V.I.Zakharov, Nucl. Phys. **B147** 385, 448 (1979); L.J.Reinders, H.Rubinstein, and T.Yazaki, Phys. Rep. **127** 1 (1985).
  3. I.I.Bigi, M.A.Shifman, N.G.Uraltsev, and A.I.Vainshtein, Preprint CERN-TH.7171/94 (1994).
  4. M.Neubert, Phys. Rev. **D46**, 1076, 2212 (1992); A.F.Falk, M.Neubert, and M.Luke, Nucl. Phys. **B388**, 363 (1992).
  5. V.V.Kiselev, Nucl.Phys. **B406**, 340 (1993).
  6. E.Eichten et al., Phys. Rev. **D21**, 203 (1980); J.L.Richardson, Phys. Lett. **82B**, 272 (1979); W.Buchmüller and S.-H. H.Tye, Phys. Rev. **D24**, 132 (1981); C.Quigg and J.L.Roaner, Phys. Lett. **B71**, 153 (1977); A.Martin, Phys. Lett. **83B**, 338 (1980).
  7. V.V.Kiselev, Preprint IHEP 94-63, Protvino (1994).
  8. V.V.Kiselev, Preprint IHEP 94-71, Protvino (1994).
  9. V.V.Kiselev, Preprint IHEP 94-74, Protvino (1994).
  10. V.V.Kiselev, Preprint IHEP 94-75, Protvino (1994).