

ЦИКЛОТРОННОЕ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА В УСЛОВИЯХ ГРУППОВОГО СИНХРОНИЗМА

Н.С.Гинзбург, И.В.Зотова, А.С.Сергеев

*Институт прикладной физики РАН
603600 Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 18 августа 1994 г.

Показано, что режим группового синхронизма, реализующийся при поступательной скорости сгустка электронов-осцилляторов равной групповой скорости волны, позволяет увеличить инкремент сверхизлучательной неустойчивости и повысить пиковую мощность излучения.

1. В последнее время большое внимание привлекает процесс сверхизлучения (СИ) в сгустках классических электронов-осцилляторов, который может быть использован для генерации мощных ультракоротких электромагнитных импульсов [1-7]. В настоящей работе анализируются особенности циклотронного СИ в условиях группового синхронизма, когда поступательная скорость электронного сгустка совпадает с групповой скоростью электромагнитной волны

$$V_{\parallel} = V_{gr}. \quad (1)$$

Подобная ситуация реализуется, например, при волноводном распространении излучения, когда имеет место касание дисперсионных кривых волны $h = c^{-1}\sqrt{\omega^2 - \omega_c^2}$ и электронного потока $\omega - hV_{\parallel} = \omega_H$ (см. рис.1а)¹⁾. При этом выполняется следующее соотношение между частотой отсечки ω_c и релятивистской гирочастотой $\omega_H = eH_0/mc\gamma$:

$$\omega_H = \omega_c \gamma_{\parallel}^{-1},$$

где $\gamma_{\parallel} = (1 - V_{\parallel}^2/c^2)^{-1/2}$, $\gamma = (1 - V_{\parallel}^2/c^2 - V_{\perp}^2/c^2)^{-1/2}$, $V_{\perp} = \beta_{\perp}c$ - вращательная скорость электронов. Соответственно, частота излучения равна

$$\omega = \gamma_{\parallel}^2 \omega_H \quad (2)$$

и для ультрарелятивистских электронов может существенно превышать частоту их осцилляций. С другой стороны, как будет показано ниже, режим группового синхронизма (1) благоприятен с точки зрения повышения инкрементов сверхизлучательной неустойчивости и весьма перспективен для первых экспериментальных наблюдений указанного процесса.

2. Дальнейший анализ проведем в сопровождающей системе отсчета K' , движущейся с поступательной скоростью электронного сгустка, которая совпадает, согласно (1), с групповой скоростью. Используя преобразования Лоренца, нетрудно видеть, что продольное волновое число h' и поперечная компонента магнитного поля H'_{\perp} в системе K' стремятся к нулю и ситуация

¹⁾Очевидно, режим группового синхронизма может быть также реализован при движении сгустка электронов-осцилляторов в плазме.

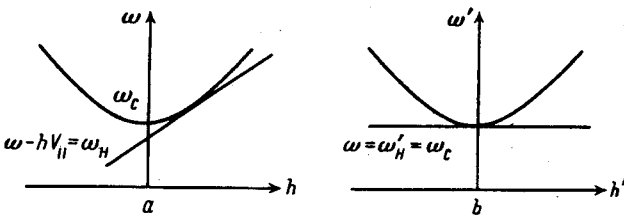


Рис.1. Дисперсионная диаграмма режима группового синхронизма в лабораторной *a* и в сопровождающей *b* системах отсчета.

сводится к излучению неподвижного ансамбля циклотронных осцилляторов на квазикритической частоте (см. рис.1*b*).

В предположении, что поперечная структура излучения совпадает со структурой волноводной моды $E'_\perp(r_\perp)$, представим электрическое поле в виде

$$E' = \text{Re}[E_\perp(r_\perp)A'(z', t') \exp(i\omega_c t')], \quad (3)$$

где эволюция продольного распределения поля $A'(z', t')$ в соответствии с законом дисперсии описывается неоднородным параболическим уравнением

$$i \frac{\partial^2 a}{\partial Z^2} + \frac{\partial a}{\partial \tau} = 2if(Z)G(\hat{\beta}_+) \Theta_0. \quad (4)$$

Возникающая в процессе СИ азимутальная автофазировка электронов обусловлена зависимостью гирочастоты от энергии частиц и описывается уравнениями неизохронного осциллятора:

$$\frac{\partial \hat{\beta}_+}{\partial \tau} + i\hat{\beta}_+ (|\hat{\beta}_+|^2 - \Delta - 1) = ia. \quad (5)$$

Считая, что в исходном состоянии электроны равномерно распределены по фазам циклотронного вращения с точностью до флуктуаций, задаваемых малым параметром τ , начальные условия к системе уравнений (4), (5) можно представить в виде

$$\hat{\beta}_+|_{\tau=0} = \exp[i(\Theta_0 + \tau \cos \Theta_0)], \quad \Theta_0 \in [0, 2\pi], \quad a|_{\tau=0} = 0.$$

Здесь использованы следующие безразмерные обозначения: $\hat{\beta}_+ = (\beta'_x + i\beta'_y)/\beta'_{\perp 0}$ – нормированная поперечная скорость электронов,

$$a = (2eA'/mc\omega_c\beta'_{\perp 0})J_{m-1}(R_0\omega_c/c), \quad Z = z'\beta'_{\perp 0}\omega_c/c, \quad \tau = t'\beta'_{\perp 0}\omega_c/2,$$

$\Delta = 2(\omega'_H - \omega_c)/\omega_c\beta'_{\perp 0}$ – отстройка невозмущенной циклотронной частоты от частоты отсечки (в сопровождающей системе отсчета),

$$G = \frac{1}{2\pi} \frac{eI_0}{mc^3} \frac{1}{\beta'_{\perp 0}\beta'_{\parallel 0}\gamma_{\parallel}^3} \frac{\lambda^2}{\pi R^2} \frac{J_{m-1}^2(R_0\omega_c/c)}{J_m^2(\nu_n)(1 - m^2/\nu_n^2)}$$

– формфактор, записанный в предположении, что электронный сгусток имеет трубчатую конфигурацию с радиусом инжекции R_0 , I_0 – полный ток в лабораторной системе отсчета, $\lambda = 2\pi c/\omega_c = 2\pi R/\nu_n$, R – радиус волновода, m – азимутальный индекс волноводной моды, ν_n – n -й корень уравнения $J_m(\nu) = 0$. Функция $f(Z)$ описывает распределение плотности электронов вдоль продольной координаты.

Рассмотрим далее случай относительно короткого электронного сгустка, когда выполнено условие

$$b'^2/c\lambda T' \ll 1, \quad (6)$$

где $b' = b\gamma_{\parallel}$ – длина сгустка в сопровождающей системе отсчета, T' – характерное время развития процесса сверхизлучения (обратный инкремент, см. (8)). При выполнении (6) можно положить $f(Z) = B\delta(Z)$, где $B = \beta'_{\perp 0} b' \omega_c / c$, $\delta(Z)$ – дельта-функция.

Для описания начальной линейной стадии СИ, представляя излучаемое поле в виде $a(Z, \tau) = a(0) \exp(-i\hat{h}|Z| + i\Delta\tau + i\Omega\tau)$ и линеаризуя систему уравнений (4), приходим к характеристическому уравнению ($\hat{G} = GB$)

$$i\Omega^2 \sqrt{\Omega + \Delta} + 2\hat{G}\Omega = 2\hat{G}, \quad (7)$$

определяющему комплексные собственные частоты колебаний слоя. При достаточно малой плотности частиц $\hat{G} \ll 1$ в режиме касания $\Delta = 0$ инкремент равен $\text{Im}\Omega = (2\hat{G})^{2/5} \sin(\pi/5)$. Соответственно, в размерных переменных инкремент сверхизлучательной неустойчивости определяется соотношением

$$|\text{Im}\omega'| = 2^{-3/5} \omega_c \left(\sin \frac{\pi}{5} \right) \left(\frac{eI_0 \beta_{\perp 0}^2}{mc^3 \beta_{\parallel 0}} \frac{\lambda b}{\pi R^2} \frac{J_{m-1}^2(R_0 \omega_c / c)}{J_m^2(\nu_n)(1 - m^2/\nu_n^2)} \right)^{2/5}. \quad (8)$$

Обратим внимание на беспороговый характер сверхизлучательной неустойчивости, обусловленный бесконечным временем жизни электронов-осцилляторов в области взаимодействия с электромагнитным полем. При этом имеют место потоки электромагнитной энергии в обе стороны от электронного слоя $\text{Re}\hat{h} > 0$, поскольку благодаря электронному сдвигу $\text{Re}\Omega > 0$ частота излучения превышает критическую.

Зависимость от параметра Δ нормализованного инкремента $\text{Im}\Omega$, электронного сдвига частоты $\text{Re}\Omega$, а также действительной $\text{Re}\hat{h}$ и мнимой $\text{Im}\hat{h}$ частей продольного волнового числа $\hat{h} = (\Omega + \Delta)^{1/2}$ показана на рис.2. Видно, что отстройка от режима касания ведет к падению инкрементов. При этом, если в области отрицательных расстройк ($\omega'_H < \omega_c$) неустойчивость обрывается, то в области положительных расстройк ($\omega'_H > \omega_c$) неустойчивость существует при сколь угодно больших Δ . При $\Delta \gg 1$ справедлива асимптотика

$$\Omega = \hat{G}^{1/2} \Delta^{-1/4} (1 - i), \quad \hat{h} = \Delta^{1/2} + \hat{G}^{1/2} \Delta^{-3/4} (1 - i)/2, \quad (9)$$

соответствующая переходу к режиму пересечения дисперсионных характеристик, в котором групповой синхронизм отсутствует [5].

Результаты численного моделирования с помощью уравнений (4) нелинейной стадии СИ представлены на рис.3, на котором изображена зависимость от времени квадрата амплитуды $|a|^2$ и электронного КПД

$$\eta'_1 = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\beta'_{\perp}|^2 d\Theta_0.$$

Видно, что основная часть поперечной осцилляторной энергии электронов трансформируется в энергию излучения за время порядка нескольких обратных инкрементов. При этом максимальная амплитуда поля достигается в случае точного группового синхронизма.

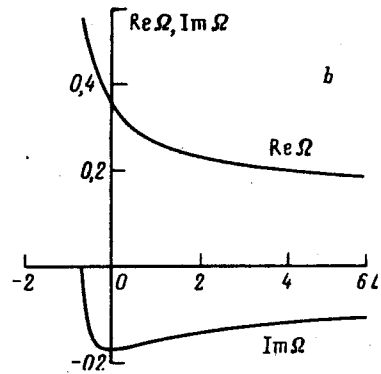
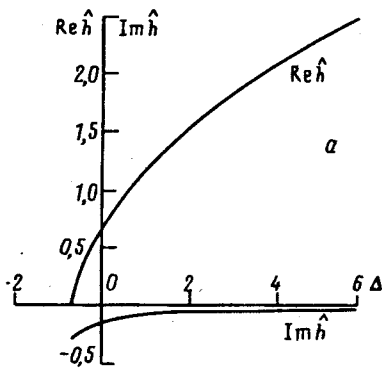


Рис.2. Зависимость от параметра расстройки Δ *a* реальной и мнимой частей продольного волнового числа, *b* инкремента и мнимой части электронного сдвига частоты: $\tilde{G} = 0,005$

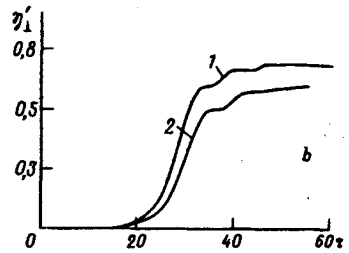
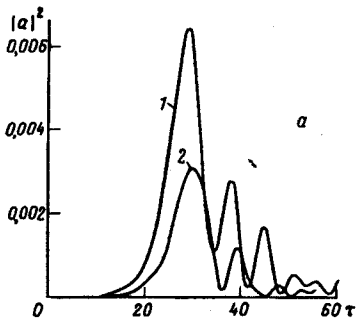


Рис.3. Зависимость от времени квадрата модуля амплитуды *a*, электронного КПД *b*: *it* 1 - режим группового синхронизма ($\Delta = 0$), 2 - при отстройке от режима группового синхронизма ($\Delta = 1$). $\tilde{G} = 0,005$

3. Обсудим теперь основные характеристики СИ в лабораторной системе отсчета. Отметим, что в режиме группового синхронизма частоты излучения в положительном и отрицательном направлении оси z приблизительно одинаковы (с точностью до малых поправок, связанных с электронной перестройкой частоты, в результате которой в сопровождающей системе отсчета $\text{Re } h' \neq 0$) и даются соотношением (2). Пиковая мощность СИ, проходящая через неподвижную площадку, расположенную вне слоя, определяется соотношением

$$P = \frac{\pi}{8} |a|^2 \left[\frac{m^2 c^5}{e^2} \right] \beta_{\parallel 0} \beta_{\perp 0}^6 \gamma_{\parallel}^6 \frac{\pi R^2 J_m^2(\nu_n) (1 - m^2 / \nu_n^2)}{\lambda^2 J_{m-1}^2(R_0 \omega c / c)}. \quad (10)$$

Среднее (по фазам) изменение энергии электронов в лабораторной системе отсчета может быть найдено по КПД в сопровождающей системе отсчета с помощью соотношения

$$(1 - \gamma^2 / \gamma_0^2) \epsilon_0 = \gamma_{\parallel 0}^2 \beta_{\perp 0}^2 \eta'_{\perp}. \quad (11)$$

Таким образом, высокая эффективность энергообмена может быть достигнута в лабораторной системе отсчета при относительно малых поперечных скоростях

$\beta_{\perp} \sim \gamma_{\parallel 0}^{-1}$ поскольку в этой системе в энергию электромагнитных колебаний трансформируется энергия как поперечного, так и продольного движения электронов.

В заключение оценим длительность импульса и мощность циклотронного СИ в режиме группового синхронизма. Пусть в лабораторной системе отсчета напряженность ведущего магнитного поля $H_0 = 10,7 \text{ кЭ}$, длина волны $\lambda = 1 \text{ мм}$, полный ток $I_0 = 100 \text{ А}$, энергия электронов 1 МэВ ($\gamma = 3$), вращательная скорость $V_{\perp} = 0,2 \text{ с}$, длина сгустка $b = 3 \text{ см}$. При радиусе волновода $R = 4 \text{ мм}$ и рабочей моде TE_{13} , формфактор $\hat{G} = 0,05$. Тогда из рис.3 имеем $|a|_{max}^2 = 6,4 \cdot 10^{-3}$, что соответствует пиковой мощности излучения порядка 50 МВт . Длительность импульса на уровне e^{-1} от максимальной амплитуды порядка десяти ВЧ колебаний.

-
1. В.В.Железняков, В.В.Кочаровский, В.Вл. Кочаровский, Изв. вузов. Радиофизика **29**, 1095 (1986).
 2. Ю.А.Ильинский, Н.С.Маслова, ЖЭТФ **94**, 171 (1988).
 3. R.Vonifacio, S.Maroli, and N.Piovella, Opt. Comm. **68**, 369 (1988).
 4. Н.С.Гинзбург, Письма в ЖТФ **14**, 440 (1988).
 5. Н.С.Гинзбург, И.В.Зотова, Письма в ЖТФ **15**, 83 (1989).
 6. Н.С.Гинзбург, А.С.Сергеев, Письма в ЖЭТФ **54**, 445 (1991).
 7. Н.С.Гинзбург, А.С.Сергеев, ЖЭТФ **99**, 438 (1991).