

**НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ КИНЕТИКА НОРМАЛЬНЫХ СИСТЕМ С
ФЕРМИОННЫМ КОНДЕНСАТОМ: ПРИЛОЖЕНИЕ К ОПИСАНИЮ
НОРМАЛЬНОЙ ФАЗЫ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ
СВЕРХПРОВОДНИКОВ**

*M.B.Зверев, B.A.Ходель, B.P.Шагинян**

*Национальный Центр Курчатовский институт
123182 Москва, Россия*

**Петербургский институт ядерной физики РАН
188350 Гатчина, Россия*

Поступила в редакцию 17 августа 1994 г.

Предсказано существование звуковой моды в электронных системах с фермионным конденсатом. Рассмотрены сопротивление и термоэдс в таких системах при температурах $T \geq T_c$. Показано, что поведение этих коэффициентов существенно отличается от предсказаний обычной теории ферми жидкости.

Сильно коррелированная ферми жидкость — один из объектов наиболее интенсивно изучаемых сейчас в теории многих тел. Как выяснено недавно [1-4], при $T = 0$ в ней возможен фазовый переход, связанный с перестройкой функции $n_F(p)$ распределения квазичастиц по импульсам, которая до точки перехода согласно теории Л.Д.Ландау [5] остается такой же, как в ферми газе: $n_F(p) = \theta(p_F - p)$ (p_F -импульс Ферми, $\rho = p_F^3/3\pi^2$). Переход происходит тогда, когда эффективное отталкивание в частично-дырочном канале достигает порога, за которым нарушается необходимое условие устойчивости и при определенном изменении $n_F(p)$ получается выигрыши в энергии. Таким образом, минимум энергетического функционала $E_0(n(p))$ смещается из угловой точки функционального пространства $[n]$ внутрь. Новые стационарные точки этого функционала при $T = 0$ в [1] было предложено искать, исходя из уравнения минимума, которое в изотропной системе имеет вид:

$$\frac{\delta E_0(n(p))}{\delta n(p)} = \mu, \quad p_i \leq p \leq p_f, \quad (1)$$

(μ — химический потенциал системы). Вне этой области, границы которой определяются из самого уравнения и обязаны тому, что $n(p)$ должно быть положительно и нигде не превосходить 1, старое n_F и новое n_0 распределения совпадают. То, что такая перестройка является фазовым переходом, показано с другой позиции и Воловиком [6] на основе расчета до и после точки перехода сконструированного им топологического заряда ферми системы.

Согласно [5], левая часть (1) есть энергия квазичастицы, и, таким образом, если решение (1) существует, оно описывает фазовый переход, при котором квазичастичная система (число квазичастиц по теореме Ландау—Латтинжера равно числу частиц [7]) распадается на две подсистемы, одна из которых не обладает какими-то особыми свойствами, в то время как другая содержит квазичастицы одной и той же энергии $\epsilon(p) = \mu$, причем их групповая скорость $d\epsilon(p)/dp = 0$. В результате, в плотности состояний системы $\rho(\epsilon)$ возникает пик $\sim \rho_c \delta(\epsilon - \mu)$, аналогичный тому, который наблюдается в жидком He^4 ниже λ -точки и обязан конденсации бозонов с нулевым импульсом и энергией

$\epsilon(p=0) = \mu$. Исходя из этой аналогии, такая подсистема и была названа в [1] фермионным конденсатом (ФК).

Волновая функция, отвечающая распределению (1), многократно вырождена. Это вырождение снимается при учете многочастичных корреляций, главными из которых является спаривание. При этом, как обычно, в спектре одночастичных возбуждений возникает щель Δ , но она, как и температура сверхтекущего перехода T_c , не содержит стандартной БКШ малости, ($\Delta_{BCS} \sim \exp(-1/\lambda)$), а является линейной функцией спаривательной константы λ [1]. Отметим, что расчетное отношение $\eta_{theor} = 2\Delta(T=0)/T_c$ значительно превышает $\eta_{BKS} = 3,52$ [2–4]. Подобное превышение наблюдается на эксперименте для высокотемпературных сверхпроводников: η_{exp} достигает значений 6–8 [8,9]. К тому же экспериментальный одночастичный спектр одного из них — $\text{Ba}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ с $T_c = 85\text{K}$, построенный в [10] на основе измерений фотоэмиссионных электронных спектров, имеет плато, занимающее до 20% зоны Бриллюэна. И лежит оно (внутри экспериментальных погрешностей) прямо на поверхности Ферми. Сходные результаты для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,9}$ и $\text{YBa}_2\text{Cu}_4\text{O}_8$ получены в [11]. Конечно, если их сверхпроводящие свойства действительно определяются ФК, как это предположено в [3,4], то его влияние должно проявляться и при $T > T_c$ до тех пор пока температурные эффекты не сотрут следов плато в спектре $\epsilon(p)$.

В этой работе мы исследуем низкотемпературную кинетику электронной системы с ФК и увидим, что при $T \geq T_c$ она совсем не похожа на обычную однокомпонентную ферми жидкость, а скорее напоминает электрон-ионную плазму — только плотность тяжелой компоненты — конденсата — не задается извне, а сама находится на основе уравнения (1).

Найдем спектр коллективных возбуждений в простой модели однородной изотропной системы, в которой конденсат располагается в области $p_i < p < p_f$, лежащей вне старой поверхности Ферми, где квазичастицы имеют конечную эффективную массу M^* . Подобного рода модель двухсвязной поверхности Ферми (правда, с обычным ферми-заполнением $n(p) = 1$) рассматривалась в [12] с целью выяснить, когда такое аномальное состояние может обеспечить выигрыш в энергии системы. Для расчета спектра коллективных колебаний мы используем кинетическое уравнение Ландау, взятое в виде

$$(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})\phi(\mathbf{p}, \mathbf{k}) - \mathbf{k} \frac{\partial n_0(p, T)}{\partial \mathbf{p}} \int F(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \epsilon(p) = \mu, \epsilon(p_1) = \mu)\phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{k})d\tau_1 = 0. \quad (2)$$

Здесь $n_0(p, T)$ — новое квазичастическое распределение, даваемое решением (1) при $T \neq 0$, а $F(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1)$ — амплитуда взаимодействия квазичастиц вблизи новой неодносвязной поверхности Ферми. Разложив решение $\phi(\mathbf{p}, \mathbf{k})$ по сферическим гармоникам, мы удержим в нем, как в обычном гидродинамическом приближении, только нулевую и первую:

$$\phi(\mathbf{p}, \mathbf{k}) = a(p) + b(p)\mathbf{p}\mathbf{k}/pk, \quad (3)$$

поскольку столкновения подавляют остальные гармоники, а эти выживают, потому что число частиц и их суммарный импульс сохраняются [13,14]. Отметим, что теперь коэффициенты a и b отличны от нуля не только в окрестности точки $p = p_F$, но и в промежутке $p_i < p < p_f$, где они постоянны и равны a_c и b_c , соответственно. Это позволяет обратить в нуль диагональную часть

интеграла столкновений, но недиагональная часть, ответственная за рассеяние нормальных возбуждений с $p \simeq p_F$ на конденсатных, остается отличной от нуля. Мы рассмотрим ее влияние отдельно, а пока, пренебрегая ею как небольшой поправкой, перепишем уравнение Ландау для коэффициентов a_k и b_k в виде

$$\begin{aligned} -\omega a_F + k v_F (1 + f_1/3) b_F / 3 + k v_F \nu_1 f_1 b_c / 9 &= 0, \\ -\omega a_c + k v_F (s_c + \nu_2 \nu_1 f_1 / 3) b_c / 3 + k v_F \nu_2 f_1 b_F / 9 &= 0, \\ -\omega b_F + k v_F (1 + f_0) a_F + k v_F \nu_1 f_0 a_c &= 0, \\ -\omega b_c + k v_F (s_c + \nu_1 \nu_2 c f_0) a_c + k v_F \nu_2 f_0 a_F &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь введены обозначения: $f_k = F_k p_F M^*/\pi^2$, $s_c = v_c/v_F$, $v_F = p_F/M^*$ и $\nu_1(T) = (p_f^3(T) - p_i^3(T))/3p_F^3$, а также:

$$\nu_2(T) = -\frac{1}{p_F^2} \int_{p_i(T)}^{p_f(T)} \frac{\partial n_0(p, T)}{\partial p} p^2 dp, \quad v_c(T) = -\frac{1}{p_F^3} \int_{p_i(T)}^{p_f(T)} \frac{\partial \epsilon(p, T)}{\partial p} p^2 dp. \quad (5)$$

Отметим, что числа $\nu_1 \sim \nu_2 \sim n_c/\rho$, где n_c — плотность конденсата для оптимального доппинга $\nu_1 \sim \nu_2 \leq 0,2$ [10].

Решая систему (4), мы после простых, но длинных выкладок, придем к такому дисперсионному уравнению

$$\omega^4 - A\omega^2 k^2 + Bk^4 = 0, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} A &= v_F^2 [(1 + f_1/3)(1 + f_0)/3 + (s_c + \nu_1 \nu_2 f_1/3)(s_c + \nu_1 \nu_2 f_0)/3 + 2\nu_1 \nu_2 f_0 f_1/9], \\ B &= v_F^4 [s_c(1 + f_1/3) + f_1 \nu_1 \nu_2][s_c(1 + f_0) + f_0 \nu_1 \nu_2]/27. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя сюда кулоновское взаимодействие, $f_0 = 4\pi e^2 p_F M^*/\pi^2 k^2$, и удерживая только главные в пределе $k \rightarrow 0$ члены, мы найдем два корня, один из которых отвечает обычным плазменным волнам, а второй имеет закон дисперсии $\omega_s = c_s k$. Пренебрегая малыми поправками, обязанными вкладу членов с v_c , мы получим

$$c_s^2 = v_F^2 f_1^0 \nu_1^2 \nu_2^2 / 9, \quad (8)$$

где $f_1^0 = f_1 M/M^*$. Скорость c_s довольно мала: для экспериментальных величин [10] $\nu_1 \sim \nu_2 \sim 0,2$, отношение соответствующей дебаевской температуры T_D к энергии Ферми не превосходит 0,01, даже если мы пренебрежем увеличением эффективной массы M^* за счет корреляций, то есть $T_d \sim 100 - 200$ К. Таким образом, спектр плазмонов в трехмерной изотропной системе с ФК имеет звуковую ветвь. Отметим, что в двухмерной системе плазмоны могут быть бесщелевыми и без ФК [15,16].

Имея в руках звуковой спектр возбуждений, мы можем рассчитать соответствующий вклад в сопротивление $\rho(T)$. В τ -приближении и пренебрегая конденсатным вкладом из-за его малой подвижности, имеем $\rho(T) \sim M^*/ne^2\tau(T)$, где n есть плотность заряженных частиц у старой поверхности Ферми. Зависимость τ от T находится теми же методами, что и в случае фононов [13, 14]. Получается $\tau \sim 1/T$, и тогда

$$\rho(T) \sim \frac{M^* T}{n e^2}. \quad (9)$$

Если принять простое предположение что $n \sim x$, где x — содержание Sr в сплаве $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$, то зависимость $\rho(x) \sim 1/x$, вытекающая из (9), согласуется с экспериментальными данными [17] вплоть до достаточно малых значений x . Для плотности носителей тока $n \sim 10^{21}$ и $T \sim 200$ К мы получаем: $\rho \sim 0,2 \text{ мОм см}$, что по порядку величины не противоречит эксперименту.

С уменьшением x значение кулоновского параметра $\alpha = e^2/v_F \sim e^2/x^{1/3}$ растет, область занятая конденсатом расширяется и в конце концов поглощает старую поверхность Ферми. Тогда свободных носителей с нормальной эффективной массой почти не остается и проводимость системы, определяемая теперь конденсатной подвижностью, резко падает, стремясь к нулю с понижением T . С другой стороны, в области больших $x > x_c$, где α мала и ФК отсутствует, сопротивление при низких T , в соответствии с теорией Ландау, пропорционально T^2 . В пограничной области, где конденсата еще нет, но в спектре $\epsilon(p)$ появляется "ротонный" минимум, предшествующий конденсации, в обычном электрон-электронном интеграле столкновений возникает усиление за счет малости множителя $d\epsilon(p)/dp$, вследствие переброса пар со старой поверхности Ферми в область нового минимума.

Определение точного закона перехода и сравнение его с экспериментом требует более точного учета кристаллической структуры, которую мы пока что игнорировали. А в зонном спектре электронов имеются точки — особенности ван Хова — где при определенном заполнении зоны какие-то компоненты групповой скорости квазичастиц $d\epsilon(p)/dp$ у поверхности Ферми оказываются аномально малы. Важность этих точек для теории высокотемпературной сверхпроводимости неоднократно демонстрировалась (см. например [11, 18, 19]), но пока связанное с ним нарушение необходимых условий устойчивости и возникновение ФК рассматривались лишь в [4, 20] в рамках схематичной модели Нозьера [2], предназначеннной для однородных систем.

В более реалистическом подходе к этой проблеме, групповую скорость квазичастиц $d\epsilon(p)/dp$ у поверхности Ферми можно вычислить, исходя из формулы Ландау–Питаевского:

$$\frac{\partial \epsilon(p, x)}{\partial p} = \frac{\partial \epsilon^0(p, x)}{\partial p} + \int F_1(p, p_1, x) \frac{\partial n(p_1, x)}{\partial p_1} d^l p_1 / (2\pi)^l. \quad (10)$$

Знак интеграла здесь включает и суммирование по зонному индексу, l — размерность пространства. Если разлагать амплитуду F взаимодействия квазичастиц у поверхности Ферми по сферическим гармоникам, то в анизотропной системе в это уравнение будут давать вклад нечетные гармоники Ландау. В координатном представлении диаграммы амплитуды F локальны, так как она не содержит полюсных частично-дырочных вкладов. Поэтому гармоники Ландау, во-первых, быстро убывают с ростом номера, а во-вторых, влияние кристаллического поля решетки на их величину невелико. В грубом приближении в этом уравнении можно ограничиться только первой гармоникой F_1 , а ее зависимость от плотности считать той же самой, что и у эффективной массы M^* , с которой в однородной системе она однозначно связана формулой теории Ферми жидкости: $M^* = M(1 - 1/3f_1^0)$, где $f_1^0 = F_1 p_F M / \pi^2$. Нас будет интересовать только нормальная компонента скорости v_n , ибо тангенциальная

на поверхности Ферми обращается в нуль, поскольку в этом случае энергия квазичастицы постоянна и равна μ . Когда система устойчива, — скорость v_n положительна, это означает, что энергия любой квазичастицы, лежащей вне поверхности Ферми, больше энергии квазичастиц, находящихся внутри нее. Мы ограничимся случаем $l = 2$, когда зонный спектр $\epsilon^0(\mathbf{p})$ приближенно описывается формулой [21]:

$$\epsilon^0(\mathbf{p}, z) = \beta(z) - \gamma(z)(\cos p_x + \cos p_y) \quad (11)$$

(постоянную решетку a мы берем равной 1). В начале заполнения этот спектр квадратичен по импульсу, а поверхности Ферми представляют собой окружности. Здесь влияние решетки мало. Ближе к середине зоны спектр $\epsilon^0(\mathbf{p}, z)$ уже существенно зависит от z . В середине заполнения он имеет седловые точки $(\pm\pi, 0)$ и $(0, \pm\pi)$, в которых скорость v_n обращается в нуль. В их окрестности ее величина пропорциональна расстоянию до седловой точки, и поэтому знак v_n может измениться при учете второго члена в (10). Будет это или нет — зависит от знака F_1 . Для хороших металлов — плотных электронных систем — знак F_1 отрицателен: величина кулоновского параметра $\alpha = Me^2/\pi r_F$ мала и фоковский вклад в F_1 доминирует. Если учесть, что в обычном случае производная $dn(p)/dp_n$ отрицательна на всей поверхности Ферми, то знаки обоих членов совпадают и $d\epsilon(\mathbf{p})/dp$ оказывается положительной даже в седловой точке, и условие устойчивости здесь не нарушается. Однако в достаточно разреженных сильно коррелированных электронных системах величина α превосходит 1 даже в середине зоны, где электронная плотность максимальна. В модели же это отвечает $r_s > 6$. Расчеты, выполненные в этой модели [22,3], показывают, что знак F_1 в таких системах положителен, и отношение M^*/M становится больше 1. Таким образом, в сильно коррелированных системах знаки зонного вклада в v_n и вклада, связанного со взаимодействием, оказываются разными, причем в окрестности седловых точек первый идет в нуль при приближении к середине зоны, в то время как последний слабо зависит от заполнения. Следовательно, в анизотропной системе возникает новая возможность фермионной конденсации: с увеличением плотности носителей нормальная компонента $d\epsilon(\mathbf{p}, z)/dp_n$ уменьшается и при каком-то критическом заполнении z_{1c} впервые меняет свой знак в районе одной из точек ван Хова, что ведет к нарушению условий устойчивости и появлению фермионного конденсата. Заметим, что если первая гармоника довольно велика, то расстояние от точки, где конденсация впервые начинается, до седловой точки может быть совсем не маленьким. Поскольку в области, примыкающей к конденсатной, величина v_n уже положительна, хотя и мала, и мы получаем как бы расширенную седловую точку, что и наблюдается на эксперименте [11].

Что происходит с ростом z ? При увеличении z область, занятая конденсатом, растет, а число свободных носителей падает, и, в конце концов, она захватывает всю поверхность Ферми. Начиная с этого момента, проводимость определяется только конденсатными частицами, и металл становится плохим проводником, поскольку нормальных квазичастиц на поверхности Ферми не остается. Мы видим, что в анизотропной системе в области влияния точек ван Хова картина как бы обратна той, которую мы ожидаем в изотропной, где аналогичные явления происходят с уменьшением, а не с увеличением z .

Когда середина зоны пройдена, первый член в (10) начинает снова расти и одна из возможностей состоит в том, что при некотором новом значении x_{2c} снова у поверхности Ферми появляются нормальные квазичастицы — изолятор снова становится проводником. Такая картина имеет общие черты с моделью Хаббарда, несмотря на то, что исходные посылки совершенно разные.

Обсудим в заключение как должен вести себя термоэлектрический коэффициент α нормальной системы с ФК. В изотропном случае он дается интегралом, содержащим производную $d\mu(p)/dT$. В явном виде [14]

$$\alpha = -\frac{2e}{3T^2\sigma} \int \omega \left(\frac{d\epsilon(p)}{dp} \mathbf{L} \right) \frac{1}{[\exp(\frac{\omega}{T}) + 1][\exp(-\frac{\omega}{T}) + 1]} \frac{d^3p}{(2\pi)^3}, \quad (12)$$

здесь $\omega = \epsilon(p) - \mu$. Подынтегральное выражение — нечетная функция энергии у поверхности Ферми, и обычно это ведет к аномальной малости: $\alpha \sim T/e\epsilon_F$, ϵ_F — энергия Ферми. Однако в системах с фермионным конденсатом частичные и дырочные возбуждения занимают разные фазовые объемы вблизи поверхности Ферми. В результате, даже если вектор \mathbf{L} постоянен, соответствующий интеграл не равен нулю. Возможен и другой взгляд на эту задачу: в системе с фермионным конденсатом есть две разные подсистемы и две разные производные $d\mu_c/dT$ и $d\mu_d/dT$, причем каждое слагаемое содержит член $d\mu/dT = S$, где S — "остаточная энтропия". Ф. Нозье [2] использовал для ее вычисления обычную ферми-жидкостную формулу [2]:

$$S(T) = - \int [n(p, T) \ln(n(p, T)) + (1 - n(p, T)) \ln(1 - n(p, T))] d^3p / (2\pi)^3, \quad (13)$$

где $n(p, T)$ дается решением уравнения (1). Поскольку теперь $n(p, T = 0)$ отличны от 0 и 1, мы получаем конечное ненулевое значение $S \sim n_c/n$ в низкотемпературном пределе. На самом деле, при $T = 0$ система находится в сверхпроводящем состоянии, и ее энтропия равна нулю, однако при $T \sim T_c$ энтропия быстро возрастает, так что при $T > T_c$ (13) дает правильную оценку по порядку величины (в отдельной работе мы обсудим, как исправить недостатки этой формулы). Если это так, то, принимая во внимание (13), получаем из (12)

$$\alpha(T \sim T_c) \sim n_c/n. \quad (14)$$

Этот результат — независимость термоэдс от T при низких температурах означает, что в законе Видемана–Франца меняется значение константы Лоренца $K = \pi^2/3e^2$, она зависит теперь от отношения n_c/n . Полученные недавно экспериментальные данные [23–25] свидетельствуют, что термоэдс высокотемпературных сверхпроводников слабо зависит от T при низких $T > T_c$ и что ее значение растет при приближении к середине зоны, то есть тогда, когда плотность конденсата увеличивается. Такое поведение термоэдс дает возможность оценить величину энтропии системы и позволяет косвенным образом ответить на вопрос — почему квантовый хаос проявляется в этих веществах при столь низких температурах.

В заключение авторы приносят глубокую благодарность Г.Е.Воловику, Н.Е.Зейну, С.В.Малееву, Ф.Нозье, В.Г.Орлову, Н.В.Прокофьеву, Ю.Г.Пономареву и Р.Фишеру за плодотворные дискуссии.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (93-02-2446)

-
1. В.А.Ходель, В.Р.Шагинян, Письма в ЖЭТФ **51**, 488 (1990).
 2. P.Nozieres, Journ. Phys. II France **3**, 959 (1992).
 3. V.A.Khodel and V.R. Shaginyan, Nucl. Phys. **A555**, 33 (1993).
 4. V.A.Khodel, V.R.Shaginyan and V.V. Khodel, Phys. Rep. (in press).
 5. Л.Д.Ландау, ЖЭТФ, **30**, 1058 (1956).
 6. Г.Е.Воловик, Письма в ЖЭТФ, **53**, 208 (1991).
 7. А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, Е.И. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, М.: Физматгиз, 1962.
 8. И.А.Борисова, В.Краак, А.Крапф и др., Письма в ЖЭТФ, **59**, 334 (1994).
 9. Z.Schlesinger, L.D.Rotter, R.T.Collins et al., Physica **C185-189**, 57 (1991).
 10. D.S.Dessau, Z.-X.Shen, D.M.King et al., Phys. Rev. Lett. **71**, 2781 (1993).
 11. A.A.Abricosov, J.C.Campuzano and K. Gofron, Physica, **C214**, 73 (1993).
 12. M. de Llano and J. Vary, Phys. Rev. **C13**, 1083 (1979).
 13. D.Pines and P.Nozieres, Theory of quantum liquids, New York, Benjamin, 1966.
 14. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, Физическая кинетика, т. 10, М.: Наука, 1979.
 15. F.Stern, Phys. Rev. Lett. **18**, 546 (1967).
 16. V.Z.Kresin and H. Morawitz, Phys. Rev. **B37**, 7854 (1988).
 17. H.Takagi, B.Batlog, H.L.Kao et al. Phys. Rev. Lett. **69**, 2975 (1992).
 18. J.E.Hirsh and D.J.Scalapino, Phys. Rev. Lett. **56**, 2735 (1986).
 19. G.M.Getino, H.Rubia and M. de Llano, Solid St. Comm. **83**, 891 (1992).
 20. Г.Е.Воловик, Письма в ЖЭТФ, **59**, 798 (1994).
 21. P.Peirls, Quantum theory of solids, Oxford, Clarendon Press, 1953.
 22. В.А.Ходель, В.Р.Шагинян, Письма в ЖЭТФ, **55**, 117 (1992).
 23. J.Genossar, B.Fisher, I.O.Lelong et al., Physica, **C157**, 320 (1989).
 24. J.R.Cooper, S.D.Olertelli, A.Carrington, and J.W.Loram, Phys. Rev. **B44**, 12086 (1991).
 25. J.L.Cohn, S.A.Wolf, V.Selvamanickam, and K.Salama, Phys. Rev. Lett. **66**, 1098 (1991).