РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ПИСЬМА
В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ *ТОМ 60, ВЫПУСК 10*
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД *25 НОЯБРЯ, 1994*

Письма в ЖЭТФ, том 60, вып.10, стр.673 - 677

ПИОНИЙ В РАСПАДАХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

З.К.Силагадзе[1)]

ОИЯИ, Лаборатория ядерных проблем
141980 Дубна, Россия

Институт ядерной физики им.Будкера РАН
630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 17 октября 1994 г.

Рассматриваются атомные распады элементарных частиц, в которых образуется пионий – атом, состоящий из положительно и отрицательно заряженных пионов. Рассчитана релятивистская поправка к времени жизни пиония. Обсуждается возможность изучения этих распадов на мезонных фабриках.

Пионий ($\pi^+\pi^-$-димезоатом) был недавно экспериментально обнаружен [1], хотя измерить его время жизни пока не удалось и ожидается, что это будет сделано в новых экспериментах [2] . Подобное измерение позволило бы модельно независимым образом получить информацию о длинах рассеяния пи-мезонов [3, 4] . Заметим, что хотя пионий впервые был рассмотрен в работе [3] , настоящее экспериментальное изучение подобных атомов было инициировано работами Неменова [5]. Дальнейшую информацию о свойствах таких атомов можно найти в [6, 7] .

Еще в первых работах по пионям рассматривалась возможность их образования в распадах элементарных частиц. Так как соответствующие ширины очень маленькие, изучение таких распадов становится актуальным только сейчас, когда ожидается ввод в строй ряда мезонных фабрик с высокой светимостью. Ниже мы рассмотрим некоторые атомные распады с участием пиония в конечном состоянии.

В нерелятивистском приближении амплитуда атомного распада $M_1 \longrightarrow M_2 + A_{2\pi}$ дается выражением [8]

$$\langle M_2 A_{2\pi} | M_1 \rangle = I(Q_1, \frac{P_A}{2}, \frac{P_A}{2}, Q_2) \frac{i\Psi(\mathrm{x}=0)}{\sqrt{m}}, \qquad (1)$$

[1)]e.mail: Silagadze@lnpvx2.jinr.dubna.su

где $m = m_{\pi^+}$, $\Psi(x=0)$ – шредингеровская волновая функция водородоподобного атома в нуле, а $I(Q_1, p_+, p_-, Q_2)$ есть амплитуда неатомного распада $M_1(Q_1) \longrightarrow \pi^+(p_+) + \pi^-(p_-) + M_2(Q_2)$. Если эта амплитуда известна, (1) позволяет вычислить отношение ширин атомного и неатомного распадов. Например, беря экспериментальное далитц-распределение для $\eta \longrightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ [9]

$$|I(x,y)|^2 \sim 1 - (1,08 \pm 0,014)y + (0,03 \pm 0,03)y^2 + (0,05 \pm 0,03)x^2, \qquad (2)$$

получаем (считая, что $A_{2\pi}$ образуется в $1S$-состоянии. Если просуммировать по всем nS-состояниям, результат увеличится примерно в 1,2 раза)

$$\frac{\Gamma(\eta \to \pi^0 A_{2\pi})}{\Gamma(\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0)} \approx 0,91 \cdot 10^{-7}. \qquad (3)$$

Заметим, что значение $3,9 \cdot 10^{-7}$, цитированное в [7], соответствует теоретическому предсказанию [10] $I(x,y) \sim 1 - 0,55y$ и может оказаться слишком оптимистическим, хотя недостаточная точность определения квадратичных членов в (2) не исключает возможности увеличения (3) в несколько раз.

Используя экспериментальные результаты, аналогичные (2), для $K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-$ [11], $K_L \to \pi^+\pi^-\pi^0$ [12] и $\eta' \to \eta\pi^+\pi^-$ [13], получаем

$$\frac{\Gamma(K^+ \to \pi^+ A_{2\pi})}{\Gamma(K^+ \to \pi^+\pi^-\pi^0)} \approx 10^{-5},$$

$$\frac{\Gamma(K_L \to \pi^0 A_{2\pi})}{\Gamma(K_L \to \pi^+\pi^-\pi^0)} \approx 8,6 \cdot 10^{-7}, \qquad \frac{\Gamma(\eta' \to \eta A_{2\pi})}{\Gamma(\eta' \to \eta\pi^+\pi^-)} \approx 1,4 \cdot 10^{-6}. \qquad (4)$$

Для $K^+ \to \pi^+ A_{2\pi}$-распада надо учесть тождественность π^+-мезонов, что приводит к увеличению результата в два раза. Дополнительное отличие примерно в пять раз между K^+- и K_L-распадами объясняется разными формами далитц-распределения для распадов $K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-$ и $K_L \to \pi^+\pi^-\pi^0$. Заметим, что $K^+ \to \pi^+ A_{2\pi}$-распад был ранее рассмотрен в [14].

Для $c-\tau$ и B-мезонных фабрик могут представлять интерес атомные распады $\psi(2S) \to \psi(1S)A_{2\pi}$ и $\Upsilon(2S) \to \Upsilon(1S)A_{2\pi}$, так как ширины соответствующих неатомных распадов большие. Беря информацию об амплитудах неатомных распадов из [15], получаем

$$\frac{\Gamma(\psi(2S) \to \psi(1S)A_{2\pi})}{\Gamma(\psi(2S) \to \psi(1S)\pi^+\pi^-)} \approx 4,6 \cdot 10^{-8}, \qquad \frac{\Gamma(\Upsilon(2S) \to \Upsilon(1S)A_{2\pi})}{\Gamma(\Upsilon(2S) \to \Upsilon(1S)\pi^+\pi^-)} \approx 5,2 \cdot 10^{-8}. \qquad (5)$$

Результаты (3)–(5) означают следующие вероятности атомных распадов :

$$Br(\psi(2S) \to \psi(1S)A_{2\pi}) \approx 1,4 \cdot 10^{-8}, \qquad Br(\Upsilon(2S) \to \Upsilon(1S)A_{2\pi}) \approx 10^{-8},$$
$$Br(\eta \to \pi^0 A_{2\pi}) \approx 2 \cdot 10^{-8}, \qquad Br(\eta' \to \eta A_{2\pi}) \approx 6,2 \cdot 10^{-7},$$
$$Br(K^+ \to \pi^+ A_{2\pi}) \approx 5,5 \cdot 10^{-7}, \qquad Br(K_L \to \pi^0 A_{2\pi}) \approx 1,1 \cdot 10^{-7}. \qquad (6)$$

Для B-фабрики это соответствует нескольким событиям в год и поэтому изучение атомных распадов Υ представляется нереальным. Но для φ-фабрики в год ожидается $\sim 10^4$ атомных распадов K-мезонов с участием пиония. Поэтому их экспериментальное изучение вполне реально.

Перейдем теперь к поправкам порядка $O(\alpha)$ к времени жизни пиония. Амплитуда основного распада пиония $A_{2\pi} \to \pi^0\pi^0$ дается выражением [16]

$$\langle\pi^0\pi^0|A_{2\pi}\rangle = \int \frac{dp}{(2\pi)^4} J(p_1, p_2, \frac{P_A}{2} + p, \frac{P_A}{2} - p)\chi(p)\,, \tag{7}$$

где $\chi(p)$ – волновая функция Бете–Солпитера для связанного состояния $A_{2\pi}$, а $J(p_1, p_2, p_+, p_-)$ есть $\pi^+\pi^-$ – неприводимое ядро для перехода $\pi^+(p_+)+\pi^-(p_-) \to \pi^0(p_1) + \pi^0(p_2)$. Мы используем релятивистскую нормировку

$$\langle \mathrm{p}|\mathrm{q}\rangle = 2E_p(2\pi)^3\delta(\mathrm{p} - \mathrm{q})\,.$$

В порядке $O(\alpha)$ J постоянно и определяется длинами рассеяния пионов a_0, a_2 [17]:

$$J = \frac{32}{3}\pi m(a_0 - a_2)\,. \tag{8}$$

Поэтому (7) перепишется так

$$\langle\pi^0\pi^0|A_{2\pi}\rangle = J \cdot \chi(x = 0)\,, \tag{9}$$

где

$$\chi(x = 0) = \int \frac{dp}{(2\pi)^4}\chi(p) \tag{10}$$

есть волновая функция Бете–Солпитера в нуле.

Уравнение Бете–Солпитера для $\chi(p)$ в порядке $O(\alpha)$ имеет вид (в системе покоя $A_{2\pi}$, $\lambda = e^2M_A^2/16\pi^2$)

$$\left[m^2 + \mathrm{p}^2 - (\frac{M_A}{2} + p_0)^2\right]\left[m^2 + \mathrm{p}^2 - (\frac{M_A}{2} - p_0)^2\right]\chi(p) = \frac{i\lambda}{\pi^2}\int dq\,\frac{\chi(q)}{(p-q)^2 - i\epsilon} \tag{11}$$

и соответствует модели Вика–Катковского [18]. Заметим, что это обстоятельство впервые было замечено и использовано для вычисления поправки порядка $O(\alpha)$ к ширине распада $K_L \to \nu A_{\mu\pi}$ в работе [19].

Согласно [18], решение (11) для основного состояния ($1S$ в нерелятивистском пределе) имеет вид

$$\chi(p) = \int_{-1}^{1} \frac{g(z)\,dz}{[A + Bz]^3}\,, \tag{12}$$

где

$$A = m^2 - \frac{1}{4}M_A^2 - p^2 \equiv \Delta^2 - p^2\,, \qquad B = p_0M_A\,, \tag{13}$$

а $g(z)$ – спектральная функция, которая определяется интегральным уравнением

$$g(z) = \frac{\lambda}{2}\int_{-1}^{1} \frac{1}{\Delta^2 + \frac{1}{4}M_A^2y^2}\left[\frac{1-z}{1-y}\Theta(z-y) + \frac{1+z}{1+y}\Theta(y-z)\right]g(y)\,dy\,. \tag{14}$$

Но $\Delta^2 = m^2 - \frac{1}{4}M_A^2 \approx \frac{1}{4}m^2\alpha^2$ и поэтому можем написать

$$\frac{1}{\Delta^2 + \frac{1}{4}M_A^2 y^2} = \frac{2\pi}{m^2\alpha}\delta(y) + \sigma(y), \tag{15}$$

где $\sigma(y)$ по сравнению с первым $\sim \delta(y)$ членом имеет малость порядка $O(\alpha)$. Беря $g(z) = g_0(z) + \alpha g_1(z)$, из (14) и (15) получаем (N_0, N_1 – константы)

$$g_0(z) = N_0(1 - |z|), \qquad g_1(z) = N_1(1 - |z|) + \frac{\lambda}{2\alpha}\int_{-1}^{1}\sigma(y)R(z,y)g_0(y)\,dy, \tag{16}$$

где

$$R(z,y) = \frac{1-z}{1-y}\Theta(z-y) + \frac{1+z}{1+y}\Theta(y-z).$$

Вычисляя интеграл в (16) в пределе $\alpha \to 0$ и учитывая, что для основного состояния $\lambda\pi/m^2\alpha = 1$, получаем

$$g_1(z) = N_1(1 - |z|) + \frac{N_0}{\pi}\{(1 - |z|)\ln(\alpha) + (1 + |z|)[\ln(2|z|) - \ln(1 + |z|)]\}.$$

Поэтому с точностью $O(\alpha)$ будем иметь

$$g(z) = N\left\{(1 - |z|) + \frac{\alpha}{\pi}(1 + |z|)[\ln(2|z|) - \ln(1 + |z|)]\right\}, \tag{17}$$

что для волновой функции Бете–Солпитера (12) дат

$$\chi(p, P_A) = \frac{N}{(\Delta^2 - p^2)\left[m^2 - (\frac{P_A}{2} + p)^2\right]\left[m^2 - (\frac{P_A}{2} - p)^2\right]}\{1 + \frac{\alpha}{\pi}\chi_1(p, P_A)\}, \tag{18}$$

где

$$\chi_1(p, P_A) = \frac{m^2 - (\frac{P_A}{2} - p)^2}{2(\Delta^2 - p^2)}\ln\left(m^2 - (\frac{P_A}{2} - p)^2\right) +$$
$$+\frac{m^2 - (\frac{P_A}{2} + p)^2}{2(\Delta^2 - p^2)}\ln\left(m^2 - (\frac{P_A}{2} + p)^2\right) - \ln\left(\Delta^2 - p^2\right) + O(\alpha\ln(\alpha)). \tag{19}$$

Константа нормировки N определяется из нормировочного условия [20], и можно показать, что она имеет вид

$$N = 32\sqrt{\pi m}(\frac{1}{2}m\alpha)^{5/2}\left(1 + \frac{\alpha}{\pi}\right). \tag{20}$$

В нерелятивистском пределе (18) и (20) приводят к равенству

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dp_0}{2\pi}\chi(p) = \frac{i}{\sqrt{m}}\psi(\mathrm{p}), \tag{21}$$

где $\psi(\mathrm{p})$ есть шредингеровская волновая функция в импульсном пространстве. Это объясняет присутствие $i/\sqrt{m}$-множителя в формуле (1) .

Подставляя найденное решение $\chi(p)$ в (10) и вычисляя интеграл с точностью до членов $O(\alpha)$, получаем

$$\chi(x = 0) \approx \frac{i}{\sqrt{m}}\Psi(\mathrm{x} = 0)\left(1 + 2\frac{\alpha}{\pi}\right). \tag{22}$$

Для ширины $A_{2\pi} \to \pi^0\pi^0$-распада это дает следующую поправку порядка $O(\alpha)$:

$$\Gamma(A_{2\pi} \to \pi^0\pi^0) = \Gamma_0(A_{2\pi} \to \pi^0\pi^0)\left(1 + 4\frac{\alpha}{\pi}\right) . \tag{23}$$

Выражение для Γ_0 можно найти, например, в [4].

Автор выражает благодарность А.М.Хведелидзе за полезные обсуждения и критические замечания, а также Н.В.Махалдиани, Э.А.Кураеву, В.Н.Первушину и Л.К.Лыткину за интерес к работе.

---

1. L.G.Afanasyev, A.S.Chvyrov, O.E.Gorchakov et.al., Phys. Lett. **B308**, 200 (1993).
2. Bern-Dubna Collab., Lifetime measurement of $\pi^+\pi^-$-atoms to test low energy QCD predictions, Letter of Intent SPSLC 92-44/I191 . H.Nann , in Proc. Workshop on Meson Production, Interaction and Decay (Cracow, Poland, 1991), Eds. A.Magiera, W.Oelert and E.Grosse (World Scientific 1991) , p.100 .
3. J.L.Uretsky and T.R.Palfrey, Phys. Rev. **121**, 1798 (1961).
4. С.М.Биленький, Нгуен Ван Хьеу, Л.Л.Неменов, Ф.Г.Ткебучава, ЯФ **10**, 812 (1969).
5. Л.Л.Неменов, ЯФ **15**, 1047 (1972); Л.Л.Неменов ЯФ **16**, 125 (1972).
6. Л.Л.Неменов, ЯФ **41**, 980 (1985); А.А.Бельков, В.Н.Первушин, Ф.Г.Ткебучава, ЯФ **44**, 466 (1986); Г.В.Ефимов, М.А.Иванов, В.Е.,Любовицкий ЯФ **44**, 460 (1986).
7. S.Wycech and A.M.Green, Nucl. Phys. **A562**, 446 (1993).
8. R.Staffin, Phys. Rev. **D16**, 726 (1977).
9. J.G.Layter, J.A.Appel, A.Kotlewzki et.al., Phys. Rev. **D7**, 2565 (1973).
10. S.Fajfer and J.-M.Gerard, Z. Phys. **C42**, 431 (1989).
11. B.Devaux, P.Bloch, A.M.Diamant-Berger et.al., Nucl. Phys. **B126**, 11 (1977).
12. R.Messner, A.Franklin, R.Morse et al., Phys. Rev. Lett. **33**, 1458 (1974).
13. G.R.Kalbfleish, Phys. Rev. **D10**, 916 (1974).
14. H.Pilkuhn and S.Wycech, Phys. Lett. **76B**, 29 (1978).
15. H.Albrecht, U.Binder, P.Böckmann et.al., Z. Phys. **C35**, 283 (1987).
16. S.Mandelstam, Proc. Roy. Soc. **233**, 248 (1955).
17. S.Weinberg, Phys. Rev. Lett. **17**, 616 (1966).
18. G.C.Wick, Phys. Rev. **96**, 1124 (1954); R.E.Cutkosky, Phys. Rev. **96**, 1135 (1954).
19. C.Ching, N.Ho, and C.Chang, Phys. Lett. **98B**, 456 (1981).
20. N.Nakanishi, Phys. Rev. **138**, B1182 (1965).